DC 11

Compléter :

1. Dérivées nièmes :

- *Les dérivées nièmes de fonctions usuelles.*

  $\forall k \in \mathbb{N}, \forall x \in \cdots \ldots .,\qquad ln^{(k)}(x) = \begin{cases} \ldots \ldots . \\ \ldots \ldots \ldots . \end{cases}$

  $Soit\ (f : x \mapsto x^n). \forall k \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}.,\qquad f^{(k)}(x) = \begin{cases} \ldots \ldots . \\ \ldots \ldots \ldots . \end{cases}$

- *La formule de Leibniz* :

Si……

alors ……

……

- *Le critère de classe $C^{n\,(ou\,\infty)}$*

Si……

……

alors ……

……

- **Application** Soit n un entier naturel non nul . Soit $f : \left(x \mapsto \begin{cases} x^n \ln(x)\ si\ x > 0 \\ 0\ si\ x = 0 \end{cases}\right)$.

1. Montrer que f est de classe C^{n-1} et $\forall k \in [\![0, n-1]\!], f^{(k)}(0) = 0$.
2. Montrer que f n'est pas n-fois dérivable sur $\mathbb{R}^+$.

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

3. Equivalents

Euivalents usuels :

$\ln(y) \sim_{\dots} \dots ..$

$\ln(1+t) \sim_{\dots} \dots ..$

$e^t \dots \dots .. \sim_{\dots} \dots ..$

$\sin(t) \sim_{\dots} \dots ..$

$(1+t)^\alpha \dots \dots .. \sim_{\dots} \dots ..$

$ch(t) \dots \dots .. \sim_{\dots} \dots ..$

Obtention d'équivalent(**) : si f est dérivable en a et $\dots \dots \dots \dots$ alors $f(x) - \cdots \dots \dots \sim_a \dots\dots$

Application : Chercher un équivalent simple de $f(x) = x^x - 4$ au voisinage de 2 .

....

....

....

....

Equivalents : règles de calcul et application au calcul de limites

si $f = g + o_a(g)$ alors ......
si $f \sim_a g$ et $\lim_{x \to a.} g(x)$ existe alors ......
si $f \sim_a g$ et $u \sim_a v$ alors ......
si $f \sim_a g$ et $u \sim_a v$ et u ne ....alors ......
si $f \sim_a g$ et f^α est $\dots \dots \dots \dots \dots$ ..alors ......

Application : Soit $f : (x \mapsto \frac{Arccos(x) sin^2(x) - 2x}{\sqrt[3]{ch(x)-1} - 3\sqrt{x}})$. Cherchons un équivalent puis la limite de f en 0.

....

....

....

....

....

....

....

Se ramener en 0 -Composée à droite d'équivalent :

si $g(t) = f(t+a)$ et $g(t) \sim_{t \to 0} h(t)$ alors $f(x) \sim_{\dots} \dots \dots$.
si $f(t) \sim_{t \to a} g(t)$ et $\lim_{x \to \cdots.} w(x) = \cdots \dots ..$alors ....

Application : Chercher un équivalent simple de $f(x) = \ln(tan(x))$ au voisinage de $\frac{\pi}{4}$. indication : utiliser (**) à la fin !

....

....

....

....