QCM Dérivation-Intégration après DS 5

Nom : .... Prénom : ....

Entourer les réponses correctes :

Q1 : Quelles sont les phrases écrites en bon langage mathématique ?

1. $f(x)$ est continue sur $\mathbb{R}$.
2. $f(x)$ est continue pour tout x de $\mathbb{R}$.
3. $\forall x \in \mathbb{R}$, f est continue en x.
4. $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ est dérivable.
5. f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
6. $f(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
7. f est dérivable en tout réel x.

Q2 : Soit x un réel et $I(x) = \int_{-1}^{1} e^{-x\frac{t^2}{2}} dt$. $I(x)$ existe car

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall t \in \mathbb{R}$, $e^{-x\frac{t^2}{2}}$ est continue.
2. $e^{-x\frac{t^2}{2}}$ est continue pour tout $t \in [-1,1]$.
3. $e^{-x\frac{t^2}{2}}$ est continue sur $\mathbb{R}$.
4. $\left(x \mapsto e^{-x\frac{t^2}{2}}\right)$ est continue sur $[-1,1]$.
5. $\left(x \mapsto e^{-x\frac{t^2}{2}}\right)$ est continue sur $\mathbb{R}$.
6. $\left(t \mapsto e^{-x\frac{t^2}{2}}\right)$ est continue sur $\mathbb{R}$.
7. $\left(t \mapsto e^{-x\frac{t^2}{2}}\right)$ est continue sur $[-1,1]$.
8. I est une primitive de $\left(t \mapsto e^{-x\frac{t^2}{2}}\right)$.

Q3. La fonction f est continue sur $\mathbb{R}$

1. donc toute primitive de f sur I est de classe C^1sur $\mathbb{R}$.
2. donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
3. car f n'est constituée que de fonctions définies sur $\mathbb{R}$
4. dès que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
5. si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$.
6. dès que pour tout réel a, $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe et est finie.

Q4 f est dérivable en a et $f'(a) = L$

1. seulement si $\lim\limits_{x\to a} f'(x) = L$.
2. dès que $\lim\limits_{x\to a} f'(x) = L$.
3. dès que $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} - L = 0$
4. si f est continue en a
5. si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)\ et\ \lim\limits_{x\to a} f'(x) = L$.
6. sietssi $f(x) = f(a) + L(x-a) + o_a(x-a)$.

Q5 Pour tout réel x, on pose $G(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$. G est dérivable sur $\mathbb{R}$

1. car G est l'intégrale d'une fonction continue.
2. donc e^{-t^2} est continue sur $\mathbb{R}$.
3. puisque e^{-t^2} est continue sur $\mathbb{R}$.
4. puisque $(t \mapsto e^{-t^2})$ est continue sur $[0, x]$.
5. puisque $(x \mapsto e^{-x^2})$ est continue sur $\mathbb{R}$.
6. puisque $(t \mapsto e^{-t^2})$ est continue sur $\mathbb{R}$
7. et $\forall t \in \mathbb{R}, G'(t) = e^{-t^2} - 1$.
8. et $\forall x \in \mathbb{R}, G'(x) = e^{-x^2}$.

Q6 Soit u une suite et f une fonction telles que : $\forall n \in \mathbb{N}, f(n+1) - f(1) \leq u_n \leq f(n) - f(0)$.

1. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$ alors la suite u est majorée.
2. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$ alors la suite u est convergente.
3. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$ alors
$$L - f(1) \leq \lim_{n\to+\infty} u_n \leq L - f(0).$$
4. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.
5. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = L \in \mathbb{R}$ alors la fonction f est majorée.
6. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Q7 On pose $F(x) = \left(G(x)\right)^3 + H\left(\frac{x^2}{2}\right) + Arccos(x)$ où G et H sont dérivables sur $\mathbb{R}$. Alors,

1. F est dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. F est dérivable sur $[-1,1]$.
3. F est dérivable sur $]-1,+\infty[$.
4. F est dérivable sur $]-1,1[$.
5. $\forall x \in [-1\,;1], F'(x) = \left(G'(x)\right)^3 + xH'\left(\frac{x^2}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
6. $\forall x \in]-1\,;+\infty[, F'(x) = 3G'(x)G(x)^2 + xH'\left(\frac{x^2}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.
7. $\forall x \in]-1\,;1[, F(x) = 3G'(x)G(x)^2 + xH'\left(\frac{x^2}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.
8. $\forall x \in]-1\,;1[, F'(x) = 3G'(x)G(x)^2 + xH'\left(\frac{x^2}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

FIN