Préparation devoirs de cours Chap 0

Ensembles

Soit A et B des sous-ensemble de E.

$A \subset B$ sietssi… … … … … … … … … … … … . . …

$A \backslash B = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$

$A \cap B = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$ et $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$

$A \cup B = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$ et $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$

$A \backslash B = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$ et $A \times B = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$

$A^n = \{… … … … … … … … … … … … … . …\}$

$x \in A \cap B$ sietssi … … … … … … … … … … … … … … … … … . . …. . Et $x \in \bigcap_{i=1}^{n} A_i$ sietssi … … … … … … … … . . … … … … … … … . . ….

$x \in A \cup B$ sietssi … … … … … … … … … … … … … … … … … . . …. . Et $x \in \bigcup_{i=1}^{n} A_i$ sietssi … … … … … … … … . . … … … … … … … . . ….

$x \in A \backslash B$ sietssi … … … … … … … … … … … . . … ….

$x \in A \times B$ *sietssi* … … … … … … … … … … … … . . …

$x \in A^n$ *sietssi* … … … … … … … … … … … … … … . .

$E = \{ \underbrace{x \in F}_{\substack{\text{les objets} \\ \text{de } E \text{ sont} \\ \text{des objets de } F}} \;/\; \underbrace{P(x)\ est\ vraie}_{\substack{\text{ce sont ceux} \\ \text{qui vérifient} \\ \text{la propriété } P}} \} = \{x \in F, P(x)\}$ signifie … … … … … … … … … … … … … … … … … . . …

Soit a et b deux réels tels que $a \leq b$. Soit n et m deux entiers tels que $n \leq m$.

$[a, b] = \{… … … … … … … … … … . . … … … … … . .\}$ et $[a, b[= \{… … … … … … … … … … … … … … … … . .\}$

$]-\infty, a] = \{… … … … … … … … … . .\}$

$[\![n, m]\!] = \{… … … … … … … … …\}$

$\mathbb{R}$. est ....

$\mathbb{R}^+$ (resp. $\mathbb{R}^{+*}$, resp. $\mathbb{R}^*$)) est ....(resp. strictement positifs, resp. non nuls).

$\mathbb{N}$ est..*et* $\mathbb{N}^* =$......................

$\mathbb{Z}$ est ....

$\mathbb{D}$ est.. ; ces nombres .... sont les réels de la forme.....................................

$\mathbb{Q}$ est... ; ces nombres .... sont les réels de la forme ....

$\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$ est .... ; ces nombres .... sont les réels ....

Logique

Soit P et Q deux assertions.

Le négation de P est ....

$(P \Rightarrow Q)$ signifie que P est une condition ....pour que Q soit vraie et signifie aussi que Q est une condition

......................pour que P soit vraie.

La réciproque de $(P \Rightarrow Q)$ est ....

La contraposée de $(P \Rightarrow Q)$ est ....

La négation de $(P \Rightarrow Q)$ est ....

La négation de « $\forall x \in E, (P(x) \Rightarrow Q(x))$ » est ....

La négation de « $\forall x \in E, P(x)\ vraie$ » est ....

La négation de « $\exists x \in E /\ P(x)\ vraie$ » est ....

$(P \Leftrightarrow Q)$ signifie que : .... ; cela signifie aussi que

P est une condition ....pour que Q soit vraie.

Entiers

Définitions Soit n et m deux entiers relatifs.

- n est pair lorsque .... n est impair lorsque ....
- Un diviseur de n est ....
- Un multiple de n est ....
- n est dit premier lorsque ....
- n et m sont dits premiers entre eux lorsque ....

Théorème de décomposition primiaire : ....

....

Csq: Soit n et m et p des entiers.

1. n divise m *sietssi* ....
2. n et m sont premiers entre eux *sietssi* ....
3. Soit k un entier naturel non nul. n et m sont premiers entre eux *sietssi*.

   ....

4. Si n divise mp et n et p sont premiers entre aux alors...

Théorème de la division euclidienne : ....

....

Définition: Soit n et m deux entiers relatifs non nuls .

- le PGCD (n, m) est ....
- le PPCM (n, m) est ....

Théo :

1. Si n et m sont deux entiers alors $PGCD(n,m) \times PPCM(n,m) =$.......................
2. Supposons $n < m$. Soit r le reste de la division euclidienne de m par n .

   Tout divisieur commune de ....est.............................. et $PGCD(\dots,\dots) = PGCD(\dots,\dots)$.

Méthode pour déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers par décomposition primaire

Soit n et m sont deux entiers naturels. Soient $p_1, \dots, p_s$ tous les diviseurs premiers de n et de m.

$n = {p_1}^{k_1} \times {p_2}^{k_2} \times {p_3}^{k_3} \times \dots \times {p_s}^{k_s}$ et $m = {p_1}^{l_1} \times {p_2}^{l_2} \times {p_3}^{l_3.} \times \dots \times {p_s}^{l_s}$ où $k_1, k_2, \dots, k_s$ et $l_1, l_2, \dots, l_s$ entiers naturels éventuellement nuls. Alors

$PGCD(n,m)$=..   et $PPCM(n,m) =$...

Méthode d'Euclide pour déterminer le $PGCD$ de deux entiers . Soient n et m deux entiers tels que $0 < n < m$.

Principe de l'algorithme d'Euclide pour déterminer $PGCD(n,m)$. : on effectue ....:

Etape 0 : division euclidienne de … … .. par … … …, on note r_0 le reste.

Si $r_0 = 0$ alors $PGCD(n,m) =$.....................

Si $r_0 \neq 0$ alors ....

Etape 1 : division euclidienne de … … .. par … … …, on note r_1 le reste r_1 le reste,

Si $r_1 = 0$ alors $PGCD(n,m) =$......................

Si $r_1 \neq 0$ alors ....

Etape 2 : division euclidienne de … … par … … , on note r_2 le reste, $r_2 \neq 0$.

Si $r_2 = 0$ alors $PGCD(n,m) =$.....................

Si $r_2 \neq 0$ alors ....

(…)

Etape N : division euclidienne de r_{N-2} par r_{N-1} , on note r_N le reste et $r_N = 0$.

On s'arrête. Alors $PGCD(n,m) = \cdots$ … … … . ..

Définition de la congruence : Soit x et y et w des réels. x est $congru$ à y $modulo$ w lorsque..

Csq de la division euclidienne: Soit m un entier naturel non nul. Tout entier naturel n est congru modulo m à ....

....

Rationnels

Théo : Tout nombre rationnel a une écriture ………………… i.e. une écriture de la forme… … … … … … … … … … … … … … … …..

Théorème : $\sqrt{2}$ *est*… … ….

Proposition : La somme, le produit et le quotient de deux rationnels sont ………………………………..

La somme d'un rationnel et d'un irrationnel est ……………………. Le produit d'un rationnel …………….. et d'un irrationnel est ……………………………

Récurrence

Théo de récurrence simple

Soit $H(n)$ une propriété dépendant de l'entier naturel n .

Si $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \end{cases}$ alors

Théo de récurrence forte (admis)

Soit $H(n)$ une propriété dépendant de l'entier naturel n .

Si $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \end{cases}$ alors

Théo de récurrence double (admis)

Soit $H(n)$ une propriété dépendant de l'entier naturel n .

Si $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \end{cases}$ alors