

# Programme de colle

Semaine 10

## Chapitre 6. Arcsin, Arccos et Arctan

- Définition de chacune de ces fonctions.
- Valeurs particulières.
- Résolutions des équations  $y = \sin(x)$ ,  $y = \cos(x)$  et  $t = \tan(x)$ , d'inconnue  $x$  réelle.
- Propriétés algébriques : simplification de
  - $\sin(\operatorname{Arcsin}(x))$  et  $\operatorname{Arcsin}(\sin(x))$ .
  - $\cos(\operatorname{Arccos}(x))$  et  $\operatorname{Arccos}(\cos(x))$ .
  - $\tan(\operatorname{Arctan}(x))$  et  $\operatorname{Arctan}(\tan(x))$ .
  - $\operatorname{Arcsin}(-x)$ ,  $\operatorname{Arccos}(-x)$  et  $\operatorname{Arctan}(-x)$ .
  - $\operatorname{Arcsin}(x) + \operatorname{Arccos}(x)$ .
  - $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}(\frac{1}{x})$ .
  - $\cos(\operatorname{Arcsin}(x))$  et  $\sin(\operatorname{Arccos}(x))$ .
  - $\cos(\operatorname{Arctan}(x))$  et  $\sin(\operatorname{Arctan}(x))$ .
  - $\tan(\operatorname{Arcsin}(x))$  et  $\tan(\operatorname{Arccos}(x))$ .
- Propriétés des fonctions (domaine de définition, parité, symétrie de la courbe, continuité, monotonie, dérivabilités et expression des dérivées)
- Primitive de  $\left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$  et de  $\left(x \mapsto \frac{1}{1+x^2}\right)$
- Dérivée de  $\operatorname{Arccos}(u(x))$ , de  $\operatorname{Arcsin}(u(x))$  et de  $\operatorname{Arctan}(u(x))$

## Chapitre 7. Calcul intégral et recherche de primitive

- Partie réelle, partie imaginaire, limite, continuité, dérivation, fonction dérivée, primitive d'une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{C}$ . Dérivée et primitive de  $t \mapsto e^{at}$  où  $a \in \mathbb{C}$ .
- Définition géométrique de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue réelle.
- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction complexe et continue sur ce segment
- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue sur l'intérieur de ce segment et prolongeable par continuité aux bords du segment
- Définition de l'intégrale de telles fonctions entre des bornes non strictement croissantes.
- Relation de Chasles, linéarité, positivité et croissance de l'opérateur intégral.
- Théorème fondamental (TFI) d'existence d'une primitive d'une fonction continue sur une intervalle et expression sous forme intégrale de la primitive s'annulant en un point de cet intervalle.
- Théorème fondamental du calcul intégral (TFCI), théorème d'intégration par parties (TIPP), théorème de changement de variables (TCV).
- Primitives usuelles. Calcul intégral ou recherche d'une primitive de fonctions de la forme :  $u'(x)u(x)^\alpha$ ,  $\frac{u'(x)}{u(x)}$ ,  $\frac{u'(x)}{u(x)^\alpha}$ ,  $u'(x)e^{u(x)}$ ,  $u'(x)\cos(u(x))$ ,  $u'(x)\operatorname{sh}(u(x))$ ,... Produit de fonctions polynomiales et d'une fonction (sinusoïdale ou exponentielle ou hyperbolique). Produit de fonctions sinusoïdales.  $\frac{Q}{P}$  avec  $P$  polynomiale de degré 1 ou 2 et  $Q$  polynomiale

Tous les énoncés des définitions, propriétés et théorèmes doivent être connus.

Questions de cours : énoncer une définition et/ou une propriété de cours OU énoncer et démontrer les résultats suivants :

- Dérivée de  $\text{Arcsin}$ ,  $\text{Arcos}$ , et  $\text{Arctan}$ .
- Compléter et démontrer :  $\forall x \in \dots, \text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x) = \dots$  et  $\forall x \in \dots, \text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(1/x) = \dots$
- Compléter et démontrer :  $\forall x \in \dots, \cos(\text{Arcsin}(x)) = \dots$  et  $\sin(\text{Arccos}(x)) = \dots$
- Compléter et démontrer :  $\forall x \in \dots, \cos(\text{Arctan}(x)) = \dots$  et  $\sin(\text{Arctan}(x)) = \dots$
- Compléter et démontrer :  $\forall x \in \dots, \tan(\text{Arccos}(x)) = \dots$  et  $\tan(\text{Arcsin}(x)) = \dots$
- Si  $a \in \mathbb{C}$ , alors  $f$  définie par  $t \mapsto e^{at}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et calculer sa dérivée.
- Le théorème lien entre primitive et intégrale.
- Le théorème d'IPP.
- Le théorème de CV