

Programme de colle

Semaine 10

Chapitre 6. Arcsin, Arccos et Arctan

- Définition de chacune de ces fonctions.
- Valeurs particulières.
- Résolutions des équations $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$ et $t = \tan(x)$, d'inconnue x réelle.
- Propriétés algébriques : simplification de
 - $\sin(\text{Arcsin}(x))$ et $\text{Arcsin}(\sin(x))$.
 - $\cos(\text{Arccos}(x))$ et $\text{Arccos}(\cos(x))$.
 - $\tan(\text{Arctan}(x))$ et $\text{Arctan}(\tan(x))$.
 - $\text{Arcsin}(-x)$, $\text{Arccos}(-x)$ et $\text{Arctan}(-x)$.
 - $\text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x)$.
 - $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$.
 - $\cos(\text{Arcsin}(x))$ et $\sin(\text{Arccos}(x))$.
 - $\cos(\text{Arctan}(x))$ et $\sin(\text{Arctan}(x))$.
 - $\tan(\text{Arcsin}(x))$ et $\tan(\text{Arccos}(x))$.
- Propriétés des fonctions (domaine de définition, parité, symétrie de la courbe, continuité, monotonie, dérivabilités et expression des dérivées)
- Primitive de $\left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ et de $\left(x \mapsto \frac{1}{1+x^2}\right)$
- Dérivée de $\text{Arccos}(u(x))$, de $\text{Arcsin}(u(x))$ et de $\text{Arctan}(u(x))$

Chapitre 7. Calcul intégral et recherche de primitive

- Partie réelle, partie imaginaire, limite, continuité, dérivation, fonction dérivée, primitive d'une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{C} .
Dérivée et primitive de $t \mapsto e^{at}$ où $a \in \mathbb{C}$.
- Définition géométrique de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue réelle.
- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction complexe et continue sur ce segment
- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue sur l'intérieur de ce segment et prolongeable par continuité aux bords du segment
- Définition de l'intégrale de telles fonctions entre des bornes non strictement croissantes.
- Relation de Chasles, linéarité, positivité et croissance de l'opérateur intégral.
- Théorème fondamental (TFI) d'existence d'une primitive d'une fonction continue sur une intervalle et expression sous forme intégrale de la primitive s'annulant en un point de cet intervalle.
- Théorème fondamental du calcul intégral (TFCI), théorème d'intégration par parties (TIPP), théorème de changement de variables (TCV).
- Primitives usuelles. Calcul intégral ou recherche d'une primitive de fonctions de la forme : $u'(x)u(x)^\alpha$, $\frac{u'(x)}{u(x)}$, $\frac{u'(x)}{u(x)^\alpha}$, $u'(x)e^{u(x)}$, $u'(x)\cos(u(x))$, $u'(x)\sin(u(x))$, ... Produit de fonctions polynomiales et d'une fonction (sinusoïdale ou exponentielle ou hyperbolique). Produit de fonctions sinusoïdales. $\frac{Q}{P}$ avec P polynomiale de degré 1 ou 2 et Q polynomiale

Tous les énoncés des définitions, propriétés et théorèmes doivent être connus.

Questions de cours : énoncer une définition et/ou une propriété de cours OU énoncer et démontrer les résultats suivants :

- Dérivée de Arcsin, Arcos, et Arctan.
- Compléter et démontrer : $\forall x \in \dots, \text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x) = \dots$ et $\forall x \in \dots, \text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(1/x) = \dots$
- Compléter et démontrer : $\forall x \in \dots, \cos(\text{Arcsin}(x)) = \dots$ et $\sin(\text{Arccos}(x)) = \dots$
- Compléter et démontrer : $\forall x \in \dots, \cos(\text{Arctan}(x)) = \dots$ et $\sin(\text{Arctan}(x)) = \dots$
- Compléter et démontrer : $\forall x \in \dots, \tan(\text{Arccos}(x)) = \dots$ et $\tan(\text{Arcsin}(x)) = \dots$
- Si $a \in \mathbb{C}$, alors f définie par $t \mapsto e^{at}$ est dérivable sur \mathbb{R} et calculer sa dérivée.
- Le théorème lien entre primitive et intégrale.
- Le théorème d'IPP.
- Le théorème de CV