Programme de colle

Semaine 11

Chapitre 7. Calcul intégral et recherche de primitive

- Partie réelle, partie imaginaire, limite, continuité, dérivation, fonction dérivée, primitive d'une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$. Dérivée et primitive de $t \mapsto e^{at}$ où $a \in \mathbb{C}$.
- Définition géométrique de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue réelle.
- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction complexe et continue sur ce segment
- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue sur l'intérieur de ce segment et prolongeable par continuité aux bords du segment
- Définition de l'intégrale de telles fonctions entre des bornes non strictement croissantes.
- Relation de Chasles, linéarité, positivité et croissance de l'opérateur intégral.
- Théorème fondamental (TFI) d'existence d'une primitive d'une fonction continue sur une intervalle et expression sous forme intégrale de la primitive s'annulant en un point de cet intervalle.
- Théorème fondamental du calcul intégral (TFCI), théorème d'intégration par parties (TIPP), théorème de changement de variables (TCV).
- Primitives usuelles. Calcul intégral ou recherche d'une primitive de fonctions de la forme : $u'(x)u(x)^\alpha$, $\dfrac{u'(x)}{u(x)}$, $\dfrac{u'(x)}{u(x)^\alpha}$, $u'(x)e^{u(x)}$, $u'(x)\cos(u(x))$, $u'(x)sh(u(x))$,... Produit de fonctions polynomiales et d ?une fonction (sinusoïdale ou exponentielle ou hyperbolique). Produit de fonctions sinusoïdales. $\dfrac{Q}{P}$ avec P polynomiale de degré 1 ou 2 et Q polynomiale

Chapitre 8. Equation différentielle linéaire d'ordre 1 et 2

Définitions :

- Equation différentielle linéaire d'ordre n ($EDLn$) : fonctions coefficients, fonction second membre, inconnue et variable d'intégration.
- Equation homogène associée.
- Solution d'une équation diff. sur un intervalle I sur lequel les fonctions coefficients et le second membre sont continues- courbe intégrale- solution réelle / solution complexe.
- Résoudre ou intégrer une équa.diff.

Propriétés :

- Solution d'une $EDLn$ homogène : solution nulle et combinaison linéaire de deux solutions.
- Principe de superposition.
- Passage en complexe.

> Théorème fondamental de résolution d'une $EDLn$ (E) : si (E) admet une solution particulière alors les solutions de (E) sont toutes les fonctions sommes de cette solution particulière et d'une solution de (EH).

Résolution d'une EDL1 : $\alpha(x)y' + \beta(x)y = \gamma(x)$ telles que α, β et γ sont des fonctions continues sur une intervalles I.

Résolution de (E) sur un intervalle $J \subset I$ sur lequel α ne s'annule pas. Sur un tel intervalle J, (E) s'écrit $y' + a(x)y = d$ et (EH) où a et d fonctions continues sur un intervalle J.

- Théorème de résolution d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1
- Résolution de (EH) lorsque l'on connait une solution particulière non nulle de (EH).

- Recherche d'une solution particulière de (E) :
  - Solution évidente.
  - Solution de la forme de d ou autre essai !
  - Méthode de variation de la constante : méthode qui permet toujours de trouver une SP de (E) sur J et même toutes les solutions de (E) sur J.
- Problème de Cauchy.

Résolution de (E) sur un intervalle I sur lequel α s'annule.

Résolution d'une EDL2 de la forme $(E) : ay'' + by' + cy = d$ telle que a, b et c constantes telles que $a \neq 0$ et d fonction continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$.

- Théorème de résolution de edlh2 . Solutions complexes et solutions réelles.
- Recherche d'une solution particulière de (E) dans les cas suivants : $d(x) = P(x)e^{Mx}$ où P polynomiale et M constante (réelles ou complexes).

Tous les énoncés des définitions, propriétés et théorèmes doivent être connus.

Questions de cours : énoncer une défintion et/ou une propriété de cours OU énoncer et démontrer les résultats suivants :

- Le théorème lien entre primitive et intégrale.
- Le théorème d'IPP.
- Le thérème de CV
- Théorème fondamental de résolution d'une edln (E) : Soit J un intervalle sur lequel les fonctions coefficients et le second membre sont continues. Si f_0 est une solution particulière de (E) sur J alors les solutions de (E) sont toutes les fonctions de la forme $f_0 + \varphi$ où φ solution de (EH) sur J.
- Théorème de résolution de (edlh1) : $y' + a(x)y = 0$ sur un intervalle I sur lequel a est continue.
- Théorème de résolution de (edlh2) : $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas complexe.