

DL intégration (la base)

Ex 1 Sommes de Riemann

Soit $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- Montrer que : pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_{2n} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right)$.
- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_{2n}$.
- En déduire que la suite (S_{2n+1}) est aussi convergente et déterminer sa limite.
- Qu'en déduit-on sur la suite (S_n) ?
- Calculer la limite de (S_n) d'une autre manière.

Ex 2 Fonction d'expression intégrale

Soit $f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\text{Arctan}(t)}{t} dt$.

- Déterminer Df .
- Etudier la parité de f .
- Etudier la dérivabilité de f et donner une expression de $f'(x)$.
- En déduire une expression sans intégrale de f puis représenter f .