

**Préparation du test de cours de mardi 17 mars .**

**COURS :**

1. **Le théorème sur les racines complexes d'un polynôme à coefficients réels.**
2. **Le théorème de relation coeff-racine.**

**SAVOIR FAIRE les exercices suivants :**

**Ex 20** Soit  $P$  un polynôme de degré 2023 tel que  $\tilde{P}(0) = 1$  et  $\forall k \in \llbracket 1, 2023 \rrbracket, \tilde{P}(k) = k$ . Calculer  $\tilde{P}(-1)$ .

**Ex 26 Polynômes d'interpolation de Lagrange**

**Version simplifiée** Soit  $a, b$  et  $c$  trois réels distincts. On pose  $A(X) = \frac{(X-b)(X-c)}{(a-b)(a-c)}$ ,  $B(X) = \frac{(X-a)(X-c)}{(b-a)(b-c)}$  et  $C(X) = \frac{(X-a)(X-b)}{(c-a)(c-b)}$ .

1. Montrer sans calcul que :  $A + B + C = 1$
2. Soit  $P \in \mathbb{R}_2[X]$ . Montrer que  $P = \tilde{P}(a)A + \tilde{P}(b)B + \tilde{P}(c)C$  et prouver que cette écriture de  $P$  comme combinaison linéaire de  $A, B$  et  $C$  est unique.

**Ex 16** Pour quelles valeurs de  $n$ ,  $B = (X^2 + X + 1)^2$  divise-t-il  $P = (1 + X)^n - X^n - 1$