
Interrogation orale semaine 18

Programme

pour le 06/02/2024

Questions de cours

Chapitre 13 : Matrices et systèmes linéaires

- ▶ Matrices et opérations sur les matrices
 - Matrices, addition matricielle et multiplication par un scalaire
 - Produit matriciel
 - Puissances de matrices
 - Transposition
 - Matrices diagonales et matrices triangulaires
- ▶ Systèmes d'équations linéaires
 - Caractère linéaire
 - Opérations élémentaires et algorithme du pivot de Gauss
- ▶ Inverse d'une matrice carrée
 - Matrices inversibles
 - Matrices inversibles et systèmes de Cramer
 - Inversibilité des matrices triangulaires
 - Inversibilité et opérations élémentaires

Chapitre 14 : Espaces vectoriels

- ▶ Espaces vectoriels sur \mathbb{K}
 - Structure algébrique
 - Exemple fondamental : structure d'espace vectoriel de K_n
 - Calculs dans un espace vectoriel
 - Construction d'espaces vectoriels
- ▶ Sous-espaces vectoriels
 - Définition et caractérisation
 - Intersection de sous-espaces vectoriels
 - Sous-espace vectoriel engendré par une partie
 - Somme de deux sous-espaces vectoriels (Caractérisation de la somme directe de deux sous-espaces, *démonstration à connaître*)
- ▶ Familles de vecteurs
 - Familles génératrices
 - Familles libres ou liées

Programme pour la partie exercices

Matrices et systèmes linéaires

- ▶ Savoir déterminer un produit de matrices
- ▶ Savoir calculer une puissance $n^{\text{ième}}$ de matrice
 - à l'aide d'une démonstration par récurrence
(*hypothèse donnée ou à trouver en calculant les premières puissances*)
 - à l'aide de la formule du binôme de Newton
(*quand les matrices de la somme commutent!*)
- ▶ Savoir déterminer si une matrice A est inversible et obtenir son inverse
 - à l'aide d'une relation qui peut se ramener à : $A \times B = I$;
 - en déterminant les coefficients d'une matrice inverse candidate par résolution de système linéaire ;
 - en résolvant le système d'équations linéaires associé à la matrice ;
 - en mettant en oeuvre le pivot de Gauss en parallèle avec la matrice identité
- ▶ Savoir résoudre un système d'équations linéaires par la méthode du pivot de Gauss (cas où l'ensemble des solutions est vide, contient un élément, contient une infinité d'éléments)

Espaces vectoriels

- ▶ Déterminer si une partie d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel
 - par la définition : non vide, stable par les opérations interne et externe
 - par la caractérisation
- ▶ déterminer si des sous-espaces vectoriels sont en somme directe / supplémentaires
- ▶ déterminer si une famille de vecteurs est libre / génératrice

~