
Interrogations orales semaine 33

Programme

pour le 18/06/2024

Questions de cours

Chapitre 26 : Espaces préhilbertiens réels

- ▶ Produit scalaire et norme associée
 - Définitions
 - Produits scalaires de référence sur \mathbb{R}^n , $M_{n,p}(\mathbb{R})$ et sur $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$
 - Inégalité de Cauchy-Schwarz (*avec démonstration*)
 - Inégalité de Minkowski (*avec démonstration*)
 - Propriétés de la norme (*avec démonstration*)
 - Identité remarquable et formule de polarisation associée
- ▶ Orthogonalité
 - Définition pour deux vecteurs, pour deux sous-espaces vectoriels, famille orthogonale
 - Théorème de Pythagore pour deux vecteurs, pour une famille
 - Orthogonal d'un sous-espace vectoriel
- ▶ Bases orthonormales d'un espace euclidien
 - Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt
 - Expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale
- ▶ Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie
 - Expression des projections orthogonales
 - Distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel : définition et calcul par projeté orthogonal
 - Distance et projection sur un hyperplan

Programme pour la partie exercices

- ▶ Prouver qu'une application est un produit scalaire
- ▶ Démontrer des inégalités à l'aide du théorème de Cauchy-Schwarz et de Minkowski
- ▶ Orthonormaliser une famille libre de vecteurs
- ▶ Déterminer une base orthonormale d'un sous-espace vectoriel
- ▶ Déterminer le projeté orthogonal d'un vecteur sur un sous-espace vectoriel

~