

---

# Interrogations orales semaine 33

---

## Programme

pour le 18/06/2024

### Questions de cours

#### Chapitre 26 : Espaces préhilbertiens réels

- ▶ Produit scalaire et norme associée
  - Définitions
  - Produits scalaires de référence sur  $\mathbb{R}^n$ ,  $M_{n,p}(\mathbb{R})$  et sur  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$
  - Inégalité de Cauchy-Schwarz (*avec démonstration*)
  - Inégalité de Minkowski (*avec démonstration*)
  - Propriétés de la norme (*avec démonstration*)
  - Identité remarquable et formule de polarisation associée
- ▶ Orthogonalité
  - Définition pour deux vecteurs, pour deux sous-espaces vectoriels, famille orthogonale
  - Théorème de Pythagore pour deux vecteurs, pour une famille
  - Orthogonal d'un sous-espace vectoriel
- ▶ Bases orthonormales d'un espace euclidien
  - Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt
  - Expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale
- ▶ Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie
  - Expression des projections orthogonales
  - Distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel : définition et calcul par projeté orthogonal
  - Distance et projection sur un hyperplan

#### Programme pour la partie exercices

- ▶ Prouver qu'une application est un produit scalaire
- ▶ Démontrer des inégalités à l'aide du théorème de Cauchy-Schwarz et de Minkowski
- ▶ Orthonormaliser une famille libre de vecteurs
- ▶ Déterminer une base orthonormale d'un sous-espace vectoriel
- ▶ Déterminer le projeté orthogonal d'un vecteur sur un sous-espace vectoriel

~