Interrogations orales semaine 16

Pour le mardi 14 janvier

Programme de cours

Chapitre 11 : Suites récurrentes

- Suites définies par une relation de récurrence « $u_{n+1} = f(u_n)$ »
  - Définition des suites récurrentes
  - Plan d'étude d'une suite récurrente

Chapitre 12 : Dérivation

- Dérivabilité
  - Dérivabilité en un point : l'aspect local
  - Dérivabilité sur un intervalle : l'aspect global
  - Opérations sur les fonctions dérivables
- Dérivées d'ordre supérieur
  - Définition, exemples
  - Opérations sur les fonctions n fois dérivables
  - Extension aux fonctions à valeurs complexes
- Théorèmes fondamentaux
  - Extrema locaux d'une fonction dérivable (*avec démonstration*)
  - Théorème de Rolle (*avec démonstration*)
  - Théorèmes des accroissements finis
    - Égalité des accroissements finis (*avec démonstration*)
    - Inégalité des accroissements finis (*avec démonstration*)

Questions de cours

Question 1 : Encadrement

Établir l'encadrement : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}} \leqslant \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \leqslant \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

(Chapitre 12 exercice 3)

Question 2 : Vitesse de convergence d'une fonction

Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$: $\left|\ln(1+x) - x + \dfrac{x^2}{2}\right| \leqslant x^3$

(Chapitre 12 exercice 4)

Question 3 : Quand l'inégalité des accroissements finis est trop large

Montrer que : $\forall x > 0, \quad \dfrac{x}{x+1} < \ln(1+x) < x.$

(TD12 exercice 9 question 1)

Partie exercices

Chapitre 11

- Étudier une suite définie par une relation de récurrence
  - Fonction itératrice, points fixes, intervalles stables
  - Étude de la monotonie de la suite à l'aide de celle de la fonction itératrice
  - Étude de la convergence, utilisation du théorème de la limite monotone en lien avec les points fixes
  - Utilisation des théorèmes des accroissements finis pour établir des convergences et des vitesses de convergence

Chapitre 12

- Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point d'un intervalle où elle est définie (par exemple dans le cas d'un prolongement par continuité) et sur un tel intervalle
- Établir qu'une fonction est dérivable n fois ou $\mathscr{C}^\infty$ en utilisant les théorèmes généraux et/ou en procédant à des études ponctuelles
- Utiliser les théorèmes des accroissements finis pour établir des encadrements
- Tout exercice mettant en œuvre des définitions et résultats du cours

(la convexité sera au programme de la semaine suivante)

$\sim$