

---

# Interrogations orales semaine 17

---

*Pour le mardi 21 janvier*

## Programme de cours

### Chapitre 12 : Dérivation

- ▶ Dérivabilité
  - Dérivabilité en un point : l'aspect local
  - Dérivabilité sur un intervalle : l'aspect global
  - Opérations sur les fonctions dérivables
- ▶ Dérivées d'ordre supérieur
  - Définition, exemples
  - Opérations sur les fonctions  $n$  fois dérivables
  - Extension aux fonctions à valeurs complexes
- ▶ Théorèmes fondamentaux
  - Extrema locaux d'une fonction dérivable (*avec démonstration*)
  - Théorème de Rolle (*avec démonstration*)
  - Théorèmes des accroissements finis
    - ⊙ Égalité des accroissements finis (*avec démonstration*)
    - ⊙ Inégalité des accroissements finis (*avec démonstration*)
    - ⊙ Extension aux fonctions à valeurs complexes
  - Fonctions monotones dérivables
- ▶ Convexité
  - Définition
  - Position du graphe d'une fonction convexe par rapport à ses sécantes
  - Caractérisations de la convexité
  - Point d'inflexion
  - Convexité et inégalités

## Questions de cours

### Question 1 : Encadrement

Établir l'encadrement :  $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(Chapitre 12 exercice 3)

### Question 2 : Vitesse de convergence d'une fonction

Montrer que pour tout  $x \in [0, +\infty[$  :  $\left| \ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} \right| \leq x^3$

(Chapitre 12 exercice 4)

### Question 3 : Quand l'inégalité des accroissements finis est trop large

Montrer que :  $\forall x > 0$ ,  $\frac{x}{x+1} < \ln(1+x) < x$ .

(TD12 exercice 9 question 1)

## Partie exercices

### Chapitre 12

- ▶ Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point d'un intervalle où elle est définie (par exemple dans le cas d'un prolongement par continuité) et sur un tel intervalle
- ▶ Établir qu'une fonction est dérivable  $n$  fois ou  $\mathcal{C}^\infty$  en utilisant les théorèmes généraux et/ou en procédant à des études ponctuelles
- ▶ Utiliser les théorèmes des accroissements finis pour établir des encadrements
- ▶ Établir des inégalités à l'aide de la convexité (ou la concavité)
  - croissance (ou décroissance) du taux de variation en un point
  - position de la courbe par rapport à une corde, à une sécante, à une tangente
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre des définitions et résultats du cours, en particulier pour établir la convergence et déterminer la limite d'une suite définie par récurrence avec une fonction itératrice  $k$ -lipschitzienne avec  $k < 1$  ou concave ou convexe sur un intervalle stable

~