

Interrogations orales semaine 23

Pour le mardi 18 mars

Programme de cours

Chapitre 15 : Analyse asymptotique

- ▶ Relations de comparaison : cas des fonctions
 - Relation de domination
 - Relation de négligeabilité
 - Relation d'équivalence
 - Propriétés des fonctions équivalentes
 - Obtention d'équivalents
- ▶ Développements limités
 - Généralités
 - Primitivation des développements limités
 - Formule de Taylor-Young
 - Développements limités des fonctions usuelles
 - Opérations sur les développements limités
- ▶ Applications des développements limités
 - Limite et comparaison des fonctions
 - Etude locale des fonctions

Chapitre 16 : Espaces de dimension finie

- ▶ Existence de bases finies
- ▶ Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie
- ▶ Sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel de dimension finie

Questions de cours

Le colleur pourra demander de donner le développement limité à l'ordre n en 0 d'une ou plusieurs des fonctions :

$$\begin{array}{cccccc}
 \exp & \cos & \sin & \text{ch} & \text{sh} & \text{Arctan} \\
 x \mapsto (1+x)^\alpha & x \mapsto \frac{1}{1-x} & x \mapsto \frac{1}{1+x} & x \mapsto \ln(1+x) & &
 \end{array}$$

ainsi que le développement limité à l'ordre 3 en 0 de la fonction \tan .

Question 1 : Exercice, contre-exemple sur la régularité

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$.

Montrer que cette fonction admet un développement limité d'ordre 2 en 0, mais qu'elle n'admet pas de dérivée seconde en 0.

(Chapitre 15 Exercice 1)

Question 2 : Établissement d'un développement limité de référence

Déterminer le développement limité à l'ordre n en 0 de la fonction Arctan .

(Chapitre 15 Proposition 9)

Question 3 : Exercice, calcul de limite

Étudier la limite en 0 de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{1}{x^2}$.

Question 4 : Caractérisation de la supplémentarité en dimension finie

Énoncer le théorème.

(Chapitre 16 Théorème 10)

Partie exercices**Chapitre 15**

- ▶ Déterminer des équivalents simples de fonctions et de suites
- ▶ Déterminer des développements limités de fonction
 - à l'aide de la formule de Taylor-Young
 - à l'aide des développements limités des fonctions usuelles (du cours) et des opérations sur les développements limités
 - à l'aide de la primitivation ou de la dérivation
 - à l'aide d'un changement de variable
- ▶ Étudier la convergence de fonctions et de suites en utilisant des équivalents et/ou des développements limités
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

Chapitre 16

- ▶ Déterminer la dimension d'un espace vectoriel
- ▶ Établir si deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires ou non
- ▶ Déterminer un supplémentaire d'un sous-espace vectoriel donné
- ▶ Déterminer le rang d'une famille de vecteurs
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

~