
Interrogations orales semaine 24

Pour le mardi 25 mars

Programme de cours

Chapitre 17 : Polynômes

- ▶ Structure algébrique de $\mathbb{K}[X]$
- ▶ Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$
 - Relation de divisibilité
 - Division euclidienne
- ▶ Racines d'un polynôme
 - Racines et multiplicités
 - Factorisation par les racines
 - Factorisation par des racines multiples
 - Polynômes scindés
 - Multiplicité des racines et dérivée
 - Somme et produit des racines d'un polynôme
- ▶ Factorisation en produits d'irréductibles
 - Polynômes irréductibles de $\mathbb{K}[X]$
 - Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$
 - Factorisation dans $\mathbb{R}[X]$

Questions de cours

Question 1 : Équation à inconnue polynôme

Déterminer tous les polynômes $P \in \mathbb{K}[X]$ tels que : $P(X^2) = (X^2 + 1) \times P(X)$.

(Chapitre 17 Exercice 2)

Question 2 : Dérivées d'un produit

Exprimer en fonction des dérivées successives de P celles de $(X^2 + 5X - 2) \times P$.

(Chapitre 17 Exercice 4)

Question 3 : Division euclidienne de polynômes

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de

$$A = X^4 - 5X^3 + 6X - 2 \quad \text{par} \quad B = X^2 - 2.$$

(Chapitre 17 Exercice 6)

Question 4 : Nombre de racines d'un polynôme

Soit $P \in \mathbb{R}[X]$. On suppose que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n) = n^3 + 2n^2 + n$.
Montrer que $P = X^3 + 2X^2 + X$

(Chapitre 17 Exercice 9)

Partie exercices**Chapitre 17**

- ▶ Déterminer des combinaisons linéaires, produits, dérivées et composées de polynômes
- ▶ Espace vectoriel des polynômes et ses sous-espaces (déterminer si un sous-ensemble de $\mathbb{K}[X]$ est un sous-espace vectoriel, en donner éventuellement une base et la dimension, décomposer un polynôme dans une base donnée)
- ▶ Équations à inconnue polynôme
- ▶ Division euclidienne de polynômes
- ▶ Décomposition de polynôme en produit de facteurs de plus bas degré dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$
- ▶ Utilisation de la formule de Taylor pour les polynômes
- ▶ Savoir utiliser la dérivation pour caractériser les racines multiples
- ▶ Tout exercice mettant en oeuvre les connaissances du cours

~