
Interrogations orales semaine 25

Pour le mardi 1er avril

Programme de cours

Chapitre 18 : Applications linéaires

- ▶ Applications linéaires
 - Définitions et premiers exemples
 - Opérations sur les applications linéaires
- ▶ Image et noyau d'une application linéaire
- ▶ Détermination d'une application linéaire sur une base ou une somme directe
- ▶ Effet d'une application linéaire sur la dimension, notion de rang
- ▶ Théorème du rang
- ▶ Formes linéaires et hyperplans
- ▶ Projections

Questions de cours

Question 1 : Endomorphisme nilpotent et groupe linéaire

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On suppose que f est nilpotent d'ordre n .
Montrer que $\text{id}_E - f \in \text{GL}(E)$.

(Chapitre 18 Exercice 4)

Question 2 : Caractérisation des applications linéaires injectives

Énoncer et démontrer ce théorème

(Chapitre 18 Théorème 6)

Question 3 : Détermination de l'image d'une application linéaire.

Soit $\Delta : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow \mathbb{R}[X]$ l'application qui à tout polynôme P associe le polynôme :

$$\Delta(P) = P(X + 1) - P(X)$$

1. Justifier que Δ est une application linéaire.
2. Déterminer $\text{Im}(\Delta)$.

(Chapitre 18 Exercice 5)

Partie exercices

Chapitre 18

- ▶ Déterminer si des applications
 - sont linéaires : caractérisation, matrice canoniquement associée
 - ne le sont pas : contre exemple pour établir que l'image d'une somme de vecteurs n'est pas toujours la somme des images ou que l'image d'un vecteur multiplié par un scalaire n'est pas toujours ce scalaire multiplié par l'image du vecteur
- ▶ Déterminer une base du noyau et/ou de l'image d'une application linéaire
- ▶ Identifier un projecteur ; déterminer un projecteur à partir de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

La partie exercice commencera par des questions basiques permettant de valider les notions et compétences de base.

~