

Test 3 de mathématique

Semaine 4

Exercice 1 – Formules de trigonométrie

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

1. En écrivant sous la forme d'un produit le nombre $e^{i(a+b)}$, déterminer les formules donnant $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$ en fonction des cosinus et sinus de a et de b .
2. En déduire une expression de $\sin(2a)$ et trois expressions de $\cos(2a)$.
3. Déduire, à partir des formules obtenues à la question 1., une expression de $\cos(a-b)$ et de $\sin(a-b)$ en fonction des cosinus et sinus de a et de b .
4. Déduire des questions 1. et 3. les formules de linéarisation des produits : $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$ et $\sin(a)\cos(b)$.

Exercice 2 – Linéarisation

Linéariser l'expression $A = \cos^3(a)\sin^2(a)$.

Exercice 3 – Racines carrées

Déterminer les racines carrées de $A = 3e^{i\frac{5\pi}{6}}$ et de $B = 5 - 3i$.

Exercice 4 – Équations

Résoudre dans \mathbb{C} les équations

1. $z^2 + 3z + 3 = 0$

2. $z^3 = 1 + i$

3. $iz^2 + (4 - i)z - 3(1 + i) = 0$

4. $iz^3 + (2 + i)z^2 + (i - 4)z + 2 - 3i = 0$

~