Interrogations orales semaine 17

Questions de cours

Chapitre 12 : Suites récurrentes

- Suites arithmétiques
- Suites géométriques
- Suites arithmético-géométriques
- Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2 à coefficients constants
- Suites définies par une relation de récurrence d'ordre 1
  - Définition des suites récurrentes
  - Plan d'étude d'une suite récurrente

Question 1 : Comparaison à une suite géométrique

Soit $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ une suite réelle.
On suppose qu'il existe $k \in [0, 1[$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1}| \leqslant k|u_n|$.

Montrer que u est convergente de limite nulle.

(Chapitre 12 exercice 1)

Question 2 : Suites arithmético-géométriques

1. Établir que la suite auxiliaire utilisée pour déterminer une formule explicite des suites arithmético-géométriques est une suite géométrique.
2. Exprimer en fonction de l'entier naturel n le terme général de la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ \ u_{n+1} = 2u_n - 3$$

(Chapitre 12 théorème 2 et exercice 2)

Question 3 : Exemple de suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants

Etudier la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par ses deux premiers termes $u_0 = 1$ et $u_1 = 2$ et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N} : \quad u_{n+2} = 2u_{n+1} - 2u_n$$

(TD12 exercice 2 question 4)

suite et fin page suivante →

Partie exercices

Chapitre 12

- Déterminer la formule explicite d'une suite quand on connaît sa définition à l'aide de son premier terme et d'une relation de récurrence d'ordre 1 affine (suite arithmético-géométrique)
- Déterminer la formule explicite d'une suite quand on connaît sa définition à l'aide de ses deux premiers termes et d'une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 homogène à coefficients constants
- Etudier une telle suite, à savoir déterminer sa monotonie (croissante, décroissante ou non monotone) et son comportement asymptotique (quand le rang tend vers $+\infty$, déterminer si les termes de la suite tendent ou non vers une limite, et établir cette limite)
- Etudier une suite définie par une relation de récurrence d'ordre 1
  - Déterminer la fonction itératrice, et selon l'intérêt au regard de la valeur du premier terme considéré, déterminer ses points fixes, un intervalle stable, sa monotonie sur un tel intervalle
  - Etudier la monotonie de la suite
  - Etudier le comportement asymptotique (dans ce cadre on pourra être amené à recourir aux résultat sur la dérivabilité - inégalité des accroissements finis - ou la convexité - pentes des sécantes - afin d'établir une convergence quand la fonction itératrice est k-lipschitzienne sur un intervalle stable avec $k < 1$)
- Tout exercice mettant en œuvre une ou plusieurs méthodes ci-dessus, ainsi que les définitions et résultats du cours

$\sim$