
Interrogations orales semaine 23

Pour le mardi 17 mars

Programme de cours

Chapitre 16 : Espaces de dimension finie

- ▶ Existence de bases finies
- ▶ Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie
- ▶ Sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel de dimension finie

Chapitre 17 : Polynômes

- ▶ Structure algébrique de $\mathbb{K}[X]$
- ▶ Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$
 - Relation de divisibilité
 - Division euclidienne
- ▶ Racines d'un polynôme
 - Racines et multiplicités
 - Factorisation par les racines
 - Factorisation par des racines multiples
 - Polynômes scindés

Questions de cours

Question 1 : Supplémentarité dans $\mathbb{R}^3$

Soit $F = \{(a, a, a) ; a \in \mathbb{R}\}$ et $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2y - z = 0\}$.

Justifier que F et G sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ qui sont supplémentaires.

(Chapitre 16 Exercice 1)

Question 2 : Dérivées d'un produit

Exprimer en fonction des dérivées successives de P celles de $(X^2 + 5X - 2) \times P$.

(Chapitre 17 Exercice 4)

Question 3 : Division euclidienne de polynômes

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de

$$A = X^4 - 5X^3 + 6X - 2 \quad \text{par} \quad B = X^2 - 2.$$

(Chapitre 17 Exercice 6)

Question 4 : Nombre de racines d'un polynôme

Soit $P \in \mathbb{R}[X]$. On suppose que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n) = n^3 + 2n^2 + n$.
Montrer que $P = X^3 + 2X^2 + X$

(Chapitre 17 Exercice 9)

Partie exercices**Chapitre 16**

- ▶ Déterminer la dimension, finie ou infinie, d'un espace vectoriel
- ▶ Établir si deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires ou non
- ▶ Déterminer un supplémentaire d'un sous-espace vectoriel donné
- ▶ Déterminer le rang d'une famille de vecteurs
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

Chapitre 17

- ▶ Déterminer des combinaisons linéaires, produits, dérivées et composées de polynômes
- ▶ Espace vectoriel des polynômes et ses sous-espaces (déterminer si un sous-ensemble de $\mathbb{K}[X]$ est un sous-espace vectoriel, en donner éventuellement une base et la dimension, décomposer un polynôme dans une base donnée)
- ▶ Équations à inconnue polynôme
- ▶ Division euclidienne de polynômes
- ▶ Décomposition de polynôme en produit de facteurs de plus bas degré dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$
- ▶ Utilisation de la formule de Taylor pour les polynômes
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

~