
Interrogations orales semaine 25

Pour le mardi 31 mars

Programme de cours

Chapitre 18 : Applications linéaires

- ▶ Applications linéaires
 - Définitions et premiers exemples
 - Opérations sur les applications linéaires
- ▶ Image et noyau d'une application linéaire
- ▶ Détermination d'une application linéaire sur une base ou une somme directe
- ▶ Effet d'une application linéaire sur la dimension, notion de rang
- ▶ Théorème du rang
- ▶ Formes linéaires et hyperplans
- ▶ Projections et symétries

Questions de cours

Question 1 : Endomorphisme nilpotent et groupe linéaire

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On suppose que f est nilpotent d'ordre n .
Montrer que $\text{id}_E - f \in \text{GL}(E)$.

(Chapitre 18 Exercice 4)

Question 2 : Caractérisation des applications linéaires injectives

Énoncer et démontrer ce théorème

(Chapitre 18 Théorème 6)

Question 3 : Détermination de l'image d'une application linéaire.

Soit $\Delta : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow \mathbb{R}[X]$ l'application qui à tout polynôme P associe le polynôme :

$$\Delta(P) = P(X+1) - P(X)$$

1. Justifier que Δ est une application linéaire.
2. Déterminer $\text{Im}(\Delta)$.

(Chapitre 18 Exercice 5)

suite et fin page suivante →

Question 4 : Théorème du rang dans sa forme géométrique

Énoncer et démontrer ce théorème.

(Chapitre 18 Théorème 12)

Question 5 : Théorème du rang

Énoncer et démontrer ce théorème en prenant pour acquis sa forme géométrique.

(Chapitre 18 Théorème 13)

Partie exercices**Chapitre 18**

- ▶ Déterminer si des applications
 - sont linéaires : caractérisation, matrice canoniquement associée
 - ne le sont pas
 - ⊙ l'image du vecteur nul de l'espace vectoriel de départ n'est pas le vecteur nul de l'espace vectoriel d'arrivée
 - ⊙ ou contre exemple pour établir que l'image d'une somme de vecteurs n'est pas toujours la somme des images
 - ⊙ ou contre exemple pour établir que l'image d'un vecteur multiplié par un scalaire n'est pas toujours ce scalaire multiplié par l'image du vecteur
- ▶ Déterminer une base du noyau et/ou de l'image d'une application linéaire
- ▶ Identifier un projecteur et une symétrie
- ▶ Déterminer un projecteur et une symétrie à partir de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

~