

---

# Interrogations orales semaine 26

---

*Pour le mardi 7 avril*

## Programme de cours

### Chapitre 18 : Applications linéaires

- ▶ Applications linéaires
  - Définitions et premiers exemples
  - Opérations sur les applications linéaires
- ▶ Image et noyau d'une application linéaire
- ▶ Détermination d'une application linéaire sur une base ou une somme directe
- ▶ Effet d'une application linéaire sur la dimension, notion de rang
- ▶ Théorème du rang
- ▶ Formes linéaires et hyperplans
- ▶ Projections et symétries

### Chapitre 19 : Intégration sur un segment

- ▶ Construction de l'intégrale
  - Fonctions en escaliers
  - Intégrale des fonctions en escaliers
  - Intégrale des fonctions continues sur un segment
- ▶ Propriétés de l'intégrale des fonctions continues
- ▶ Lien fondamental entre intégrales et primitives
  - Intégrale fonction de sa borne supérieure
  - Primitives d'une fonction continue sur un intervalle
  - Théorème fondamental du calcul intégral

## Questions de cours

### Question 1 : Endomorphisme nilpotent et groupe linéaire

Soit  $f \in \mathcal{L}(E)$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ . On suppose que  $f$  est nilpotent d'ordre  $n$ .  
Montrer que  $\text{id}_E - f \in \text{GL}(E)$ .

*(Chapitre 18 Exercice 4)*

### Question 2 : Théorème du rang

Énoncer et démontrer le théorème du rang dans sa forme géométrique.  
En conclure l'égalité relative aux dimensions.

*(Chapitre 18 Théorèmes 12 et 13)*

*suite et fin page suivante →*

**Question 3 : Théorème fondamental du calcul intégral (I)**

Énoncer et démontrer le théorème relatif à la dérivée d'une intégrale fonction de sa borne supérieure.

(Chapitre 19 Théorème 8)

**Question 4 : Théorème fondamental du calcul intégral (II)**

Énoncer et démontrer le théorème relatif à une intégrale et l'image des bornes d'intégration par une primitive de l'intégrande.

(Chapitre 19 Théorème 10)

## Partie exercices

### Chapitre 18

- ▶ Déterminer si des applications
  - sont linéaires : caractérisation, matrice canoniquement associée
  - ne le sont pas
    - ⊙ l'image du vecteur nul de l'espace vectoriel de départ n'est pas le vecteur nul de l'espace vectoriel d'arrivée
    - ⊙ ou contre exemple pour établir que l'image d'une somme de vecteurs n'est pas toujours la somme des images
    - ⊙ ou contre exemple pour établir que l'image d'un vecteur multiplié par un scalaire n'est pas toujours ce scalaire multiplié par l'image du vecteur
- ▶ Déterminer une base du noyau et/ou de l'image d'une application linéaire
- ▶ Identifier un projecteur et une symétrie
- ▶ Déterminer un projecteur et une symétrie à partir de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

### Chapitre 19

- ▶ calculer une intégrale en recourant
  - au théorème fondamental du calcul intégral
  - à une intégration par parties
  - à un changement de variable
- ▶ étudier des suites définies par des intégrales (recours en particulier à la croissance, la positivité voire la positivité stricte de l'intégrale)
- ▶ tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

