Interrogations orales semaine 31

Pour le mardi 26 mai

Programme de cours

Chapitre 22 : Représentation matricielle

- Représentation matricielle des vecteurs
- Représentation matricielle des applications linéaires
- Changements de bases
  - Matrice de passage
  - Formules de changement de base
  - Matrices semblables
- Noyau, image et rang d'une matrice
  - Définitions
  - Propriétés du rang des matrices
  - Calcul du rang d'une matrice par la méthode de Gauss

Chapitre 23 : Variables aléatoires

- Variables aléatoires réelles finies
- Loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle finie
- Variables aléatoires indépendantes
- Couples de variables aléatoires
- Espérance d'une variable aléatoire réelle

La notion de variance sera au programme de la semaine prochaine

Questions de cours

Question 1 : Matrice représentative d'un endomorphisme de polynômes

Soit $a : \mathbb{R}_4[X] \to \mathbb{R}_4[X]$ l'endomorphisme dont la matrice représentative dans la base canonique de $\mathbb{R}_4[X]$ est

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer $a(1)$, $a(X)$, $a(X^2)$, $a(X^3)$ et $a(X^4)$.
2. Soit $P = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3 + a_4X^4$. Exprimer $a(P)$ en fonction de P.

(Chapitre 22 Exercice 6)

Question 2 : Matrices semblables

On considère une base $\mathscr{B} = (b_1, b_2, b_3)$ de $\mathbb{R}^3$. On définit la famille $\mathscr{B}' = (b_1', b_2', b_3')$ par :

$$\begin{cases} b_1' = b_1 + b_3 \\ b_2' = 2b_2 + b_3 \\ b_3' = b_1 - b_2 \end{cases}$$

1. Déterminer les coordonnées dans la base $\mathscr{B}'$ du vecteur $u = 2b_1 + b_2 - 2b_3$.
2. Déterminer la matrice A' représentative dans la base $\mathscr{B}'$ de l'endomorphisme de E représenté dans la base $\mathscr{B}$ par la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -4 & -3 & 4 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

(Chapitre 22 Exercice 8)

Question 3 : Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale

Donner, et démontrer de deux façons la formule donnant l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale.

(Chapitre 23 Proposition 4)

Partie exercices

Chapitre 22

- Déterminer la matrice représentative d'une famille de vecteurs dans une base, et déterminer si cette famille est elle-même une base à l'aide de la matrice
- Déterminer la matrice représentative d'une application linéaire dans un couple de bases
- Déterminer si une application linéaire est ou non bijective d'après une matrice représentative, et déterminer l'application réciproque le cas échéant
- Déterminer la matrice représentative de la composée de deux applications linéaires
- Déterminer une matrice de changement de base et l'utiliser pour
  - obtenir les coordonnées d'un vecteur dans une autre base
  - obtenir la matrice d'un endomorphisme dans une autre base
- Déterminer le rang, le noyau et l'image d'une matrice
- Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

Chapitre 23

- Déterminer la loi d'une variable aléatoire connaissant celle de son espace probabilisé, calculer son espérance
- Connaître et reconnaître les lois finies usuelles
- Déterminer la loi conjointe et les lois marginales d'un couple de variables aléatoires, établir leur indépendance ou leur dépendance mutuelle
- Connaître et utiliser les propriétés de l'espérance
- Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

$\sim$