

Interrogations orales semaine 33

Pour le mardi 9 juin

Programme de cours

Chapitre 24 : Déterminants

- ▶ Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base
- ▶ Déterminant d'une matrice carrée
- ▶ Calculs de déterminants
 - Déterminant d'une matrice triangulaire
 - Opérations sur les déterminants
 - Développement par ligne ou par colonne
- ▶ Déterminant d'un endomorphisme

Chapitre 25 : Séries numériques

- ▶ Définition des séries numériques, convergence et somme
- ▶ Séries à termes positifs
- ▶ Séries absolument convergentes

Questions de cours

Question 1 : Convergence de la série de l'inverse des carrés

Démontrer que la série des inverses des carrés des entiers naturels non nuls converge.

(Chapitre 25 Exercice 2)

Question 2 : Convergence de la série harmonique alternée

Démontrer que la série harmonique alternée converge.

(Chapitre 25 Exercice 3)

Question 3 : Estimation des restes de la série harmonique alternée

Considérons la série $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n}$ dont on admet qu'elle est convergente .

Soit $p \in \mathbb{N}$. On note R_p le reste d'ordre p de cette série.

1. Démontrez que pour tout entier $p \in \mathbb{N}^*$, $|R_p| \leq \frac{1}{p+1}$.

2. Comment suffit-il de choisir l'entier p pour que S_p soit une valeur approchée de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ à 10^{-3} près ?

(Chapitre 25 Exercice 4)

Question 4 : Divergence de la série harmonique

Démontrer que la série des inverses des entiers naturels non nuls diverge.

(Chapitre 25 Exercice 5)

Partie exercices**Chapitre 24**

- ▶ Calculer un déterminant, en cherchant éventuellement une forme factorisée
 - directement dans les cas 2×2 et 3×3
 - en utilisant la linéarité selon une colonne ou une ligne
 - par développement selon une ligne ou une colonne
 - à l'issue d'opérations sur les colonnes et/ou les lignes
- ▶ Déterminer à l'aide d'un calcul de déterminant
 - si une famille de vecteurs est une base
 - si une matrice est inversible
 - si un endomorphisme est bijectif
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

Chapitre 25

- ▶ Déterminer la nature d'une série
 - à l'aide de la non convergence vers 0 du terme général
 - à l'aide de l'étude de la convergence de la suite des sommes partielles
 - à l'aide des opérations sur les séries
 - à l'aide du théorème de la limite monotone adapté aux séries à termes positifs
 - en comparant le terme général à celui d'une autre série par inégalité
 - en comparant le terme général à celui d'une autre série par équivalence
 - en comparant à une suite d'intégrales
 - en reconnaissant une série de Riemann
 - en établissant une absolue convergence
 - en établissant que le terme général est dominé par (ou est négligeable devant) celui d'une série à termes positifs convergente
- ▶ Déterminer la somme d'une série convergente en calculant la limite de ses sommes partielles
 - en s'aidant de la formule donnant la somme des premiers termes d'une suite géométrique convergente
 - à l'aide de simplifications télescopiques/de la relation de Chasles pour les sommes
- ▶ Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

~