Interrogations orales semaine 34

Pour le mardi 16 juin

Chapitre 25 : Séries numériques

- Définition des séries numériques, convergence et somme
- Séries à termes positifs
- Séries absolument convergentes

Chapitre 26 : Espaces préhilbertiens réels

- Produit scalaire et norme associée
  - Définition
  - Inégalité de Cauchy-Schwarz et de Minkowski
  - Norme associée à un produit scalaire (seulement la définition)

Questions de cours

Question 1 : Inégalité de Cauchy-Schwarz

Énoncer et démontrer.

(Chapitre 26 Théorème 1)

Question 2 : Inégalité de Minkowski

Énoncer et démontrer.

(Chapitre 26 Proposition 1)

Question 3 : Démontrer une inégalité

Démontrer : $$\int_0^1 \sqrt{x}\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}t < \frac{\sqrt{1-\mathrm{e}^{-2}}}{2}$$

(TD26 Exercice 8)

Partie exercices

Chapitre 25

- Déterminer la nature d'une série
  - à l'aide de la non convergence vers 0 du terme général
  - à l'aide de l'étude de la convergence de la suite des sommes partielles
  - à l'aide des opérations sur les séries
  - à l'aide du théorème de la limite monotone adapté aux séries à termes positifs
  - en comparant le terme général à celui d'une autre série par inégalité
  - en comparant le terme général à celui d'une autre série par équivalence
  - en comparant à une suite d'intégrales
  - en reconnaissant une série de Riemann
  - en établissant une absolue convergence
  - en établissant que le terme général est dominé par (ou est négligeable devant) celui d'une série à termes positifs convergente
- Déterminer la somme d'une série convergente en calculant la limite de ses sommes partielles
  - en s'aidant de la formule donnant la somme des premiers termes d'une suite géométrique convergente
  - à l'aide de simplifications télescopiques/de la relation de Chasles pour les sommes
- Tout exercice mettant en œuvre les connaissances du cours

Chapitre 26

- Déterminer si une application est un produit scalaire ou pas
- Calculer un produit scalaire ; une norme
- Établir des inégalités en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwarz ou l'inégalité de Minkowski

$\sim$