

CN6 : Résolution numérique d'une équation différentielle du 2d ordre non linéaire, effet des termes non linéaires

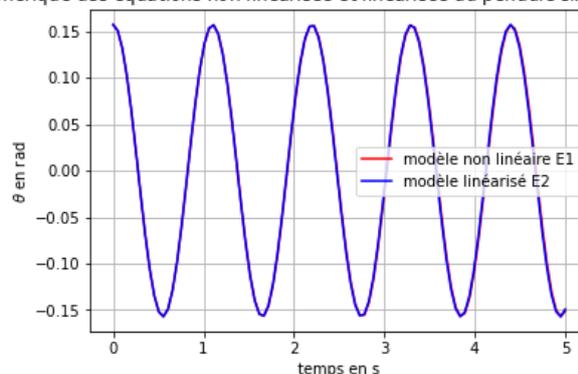
1. Les deux courbes sont toutes deux sinusoïdales et ont le même point de départ car elles ont les mêmes conditions initiales. Cependant on voit qu'un décalage s'opère entre la courbe E1 et E2. Le modèle linéarisé E2 se décale de plus en plus de E1. On obtient, lors de la dernière oscillation visible sur le graphe un décalage entre les deux courbes de 1/5 seconde au niveau des maximum. Les oscillations du modèle linéarisé sont plus rapides que celle du modèle non linéarisé. Le modèle E1 semble donc être plus précis pour décrire la réalité avec ces conditions initiales car le modèle E2 simplifie trop la réalité. Cependant le modèle linéarisé peut être utilisé pour décrire des oscillations avec des petits angles en conditions initiales tels que $\sin(\theta)$ soit environ égal à θ . Dans notre cas où $\theta(0) = \pi/4$ le modèle E2 simplifie trop la réalité et E1 est plus adapté.

2.

```
# création des fonctions associées à E1 et à E2
def E1(y,t) :
    theta = y[0]
    thetapoint = y[1]
    return np.array([thetapoint, -g/L*np.sin(theta)])
def E2(y,t) :
    theta = y[0]
    thetapoint = y[1]
    return np.array([thetapoint, -g/L*theta])

#résolution
y0=[np.pi/20,0]
sol_E1=odeint(E1,y0,t)
Theta_E1=sol_E1[:,0]
sol_E2=odeint(E2,y0,t)
Theta_E2=sol_E2[:,0]
```

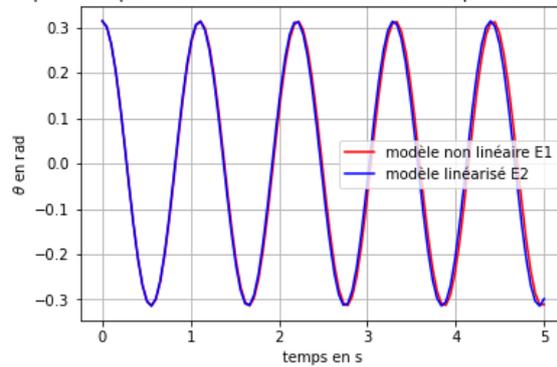
solution numérique des équations non linéarisée et linéarisée du pendule simple CI : $\theta = \pi/20$, $\dot{\theta}=0$



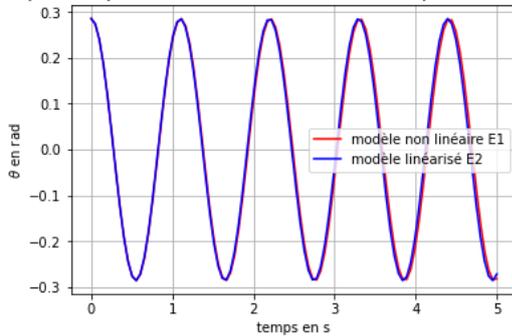
Commentaire : Lorsque $\theta(0) = \pi/20$ les deux courbes E1 et E2 sont confondues. Les deux modèles sont donc aussi efficaces pour cet angle. La simplification du modèle linéarisé E2 semble donc ne pas avoir d'impact. Ceci montre bien que le modèle linéarisé peut être utilisé pour des petits angles.

3.

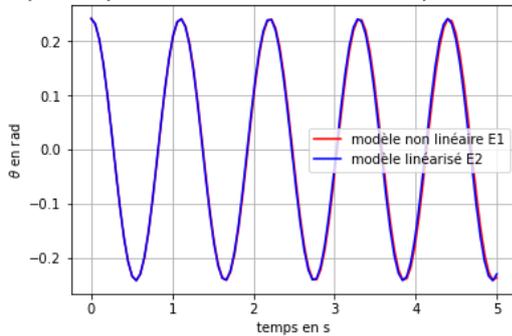
solution numérique des équations non linéarisée et linéarisée du pendule simple CI : $\theta = \pi/10, \dot{\theta}=0$



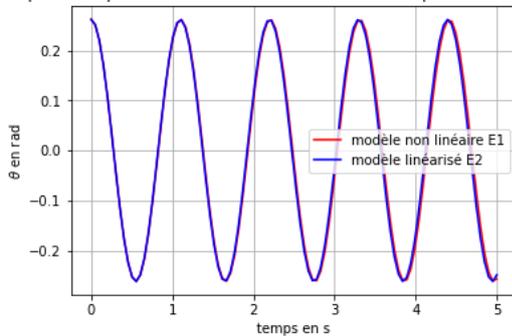
solution numérique des équations non linéarisée et linéarisée du pendule simple CI : $\theta = \pi/11, \dot{\theta}=0$



solution numérique des équations non linéarisée et linéarisée du pendule simple CI : $\theta = \pi/13, \dot{\theta}=0$



solution numérique des équations non linéarisée et linéarisée du pendule simple CI : $\theta = \pi/12, \dot{\theta}=0$



Par tâtonnement, on obtient que $\theta(0) = \pi/12$ est l'angle à partir duquel on ne peut plus parler d'isochronisme des oscillations pour le pendule simple. En effet, pour les angles supérieur à $\pi/12$ on observe une différence non négligeable entre les deux courbes E1 et E2.