

EXERCICE D1 : mouvement vertical d'une fléchette dans un champ de pesanteur

Martin veut étudier le mouvement d'une fléchette tirée par son pistolet en plastique. il considère la fléchette comme un objet ponctuel M de masse $m=50\text{g}$ en chute libre. A l'instant initial $t=0$, il tire la fléchette verticalement vers le haut depuis le point M_0 de hauteur $h_0 = 1,80\text{m}$ par rapport au sol ; la vitesse initiale de la fléchette est de $5,0\text{ m.s}^{-1}$. Pour repérer la position de la fléchette au cours du mouvement, Martin utilise un axe vertical (Oz) orienté vers le haut, de vecteur unitaire $\vec{u}_z$, dont l'origine O est située au niveau du sol. A un instant t quelconque, on associe au point M sa coordonnée $z(t)$ sur l'axe (Oz). On note $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ le champ de pesanteur avec $g = 10\text{ m.s}^{-2}$.

1. Martin considère que la fléchette est en chute libre. Qu'est-ce-que cela signifie ? Quelles forces sont alors négligées ? En déduire les caractéristiques du vecteur résultante des forces $\vec{\Sigma F}$ au cours du mouvement.
2. Représenter la fléchette lors de la phase de montée et lors de la phase de descente, en dessinant qualitativement (c'est à dire sans se soucier de la longueur du vecteur) le vecteur-vitesse $\vec{v}$, le vecteur résultante des forces $\vec{\Sigma F}$ et le vecteur-accélération $\vec{a}$ sur le schéma relatif à chaque phase (*il faudra justifier vos tracés*). En comparant les directions de $\vec{a}$ et de $\vec{v}$, déduire la nature du mouvement de la fléchette dans les deux phases du lancer, en précisant le référentiel d'étude.
3. Etude des conditions initiales : exprimer le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ en fonction de la norme v_0 et du vecteur unitaire $\vec{k}$. Exprimer de même le vecteur position initiale $\vec{OM}_0$.
4. En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer le vecteur-accélération $\vec{a}$ en fonction du vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$. Projeter cette relation vectorielle sur l'axe (Oz) pour obtenir une relation scalaire entre la coordonnée a_z de l'accélération et g . *Remarquez que, comme notre problème est à une seule dimension, la valeur absolue de a_z correspond à la valeur de la norme de l'accélération.*
5. Rappeler la relation liant $\vec{a}$ et $\vec{v}$ et en déduire l'expression de la coordonnée $v_z(t)$ du vecteur vitesse à un instant t quelconque. $v_z(t)$ correspond donc à la valeur algébrique de la vitesse de la fléchette à cet instant t . N'oubliez pas de tenir compte des conditions initiales pour déterminer l'expression de la constante additive résultant de l'intégration.
6. Rappeler la relation liant $\vec{OM}$ et $\vec{v}$; en déduire l'expression de la coordonnée $z(t)$ du vecteur position $\vec{OM}(t)$. *Remarque : $z(t)$ est donc la fonction qui donne la position de la fléchette sur l'axe vertical (Oz) à l'instant t .*
7. Déduire des équations horaires la position et la vitesse $v(t_1)$ et $z(t_1)$ de la fléchette à la date $t_1 = 0,20\text{ s}$.
8. Que peut-on dire de la vitesse de la fléchette au sommet S de la trajectoire ? Les forces se compensent-elles à cet instant ? Montrer que la date t_s à laquelle le sommet de la trajectoire est atteint est $t_s = 0,50\text{s}$.
9. A l'aide de ce qui précède, déterminer à quelle distance H du point de lancer M_0 se trouve le sommet S de la trajectoire de la fléchette.
10. Retrouver ce résultat à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique (*entre deux points judicieusement choisis*). N'oubliez pas d'expliquer pourquoi vous pouvez considérer que l'énergie mécanique se conserve.
11. A quelle date t_f et avec quelle vitesse algébrique v_f la fléchette touche-t-elle le sol ?
Vous avez trouvé $t_f = 1,3\text{s}$ et $v_f = -7,8\text{m.s}^{-1}$? Réjouissez-vous !

EXERCICE D2 : La planète Mars

Données :	Masse du Soleil : $M_S = 2,0 \cdot 10^{30}\text{ kg}$;	Masse de Mars : $M_M = 6,4 \cdot 10^{23}\text{ kg}$;
	Rayon de Mars : $R_M = 3400\text{ km}$;	Intensité de pesanteur sur la Terre : $g_T = 9,8\text{ m.s}^{-2}$.
	Période de révolution de Mars : $T_M = 687\text{ jours}$	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ SI}$

On observe que la planète Mars décrit autour du Soleil une orbite circulaire de rayon r à une vitesse constante v . On admet que la planète Mars et le Soleil ont une répartition de masse à symétrie sphérique. On note T_M la période de révolution de la planète Mars autour du Soleil. On introduit le vecteur unitaire $\vec{u}$ de direction (SM) et pointant vers Mars.

1. Préciser par rapport à quel référentiel le mouvement de Mars est décrit.
2. Dans le cadre du mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération est considéré comme centripète, expliquez ce que cela signifie. Rappeler l'expression littérale de la norme du vecteur accélération $\vec{a}$ de Mars en fonction de v et r dans le cadre du mouvement circulaire uniforme puis son expression vectorielle à l'aide du repère de Frenet.
3. Exprimer littéralement la norme $F_{S \rightarrow M}$ de la force que le Soleil exerce sur Mars en fonction de r , M_S et M_M puis précisez son expression vectorielle dans le repère de Frenet.
4. En appliquant la 2^{de} loi de Newton à la planète Mars, exprimer littéralement la vitesse v de Mars dans le référentiel d'étude en fonction des données de l'énoncé.
5. Exprimer la relation liant v , r et T_M afin d'aboutir à la troisième loi de Kepler :
$$\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$
6. Réaliser les applications numériques pour les grandeurs r , F , v et a .
7. La planète Mars possède un satellite naturel nommé Phobos, en orbite circulaire uniforme à une altitude $h=6000$ km au-dessus de la planète. En appliquant la troisième loi de Kepler à Phobos, calculer la valeur de la période de révolution de Phobos autour de Mars. On exprimera le résultat en secondes, puis en heures et minutes.
8. La sonde Pathfinder a mesuré, à la surface de Mars, le poids d'un objet de masse $m=100$ g : le dynamomètre indique que $P=0,38$ N.
 - a) En déduire la valeur du champ de gravitation g_{Mars} sur Mars.
 - b) En assimilant force gravitationnelle et poids, montrer que la valeur obtenue est celle que prévoit la loi de gravitation universelle.
 - c) un pendule simple est constitué d'un peson de petite dimension accroché à un fil de longueur L (comme le pendule du professeur Tournesol dans Tintin). On rappelle que l'expression de la période propre (c'est-à-dire de la durée d'un aller-retour) d'un pendule simple de longueur L pour de petites oscillations est $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Deux pendules simples identiques réalisent de petites oscillations, l'un sur Mars l'autre sur Terre. Le pendule sur terre réalise une oscillation complète en $T_0 = 1,0$ s ; calculer la période T'_0 du pendule placé sur Mars.
 - d) Déterminer la longueur commune L de ces deux pendules identiques.