Semaine du 11 novembre 2024

PROGRAMME DE KHOLLES de PCSI n°7

bloc S4 cours 1/3 : le modèle de l'Oscillateur harmonique (exemples du circuit LC en électricité et du système masse-ressort non amorti en mécanique)

Forme canonique de l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle d'un OH en régime libre :

- Connaître par cœur la forme canonique de l'ED pour un OH en régime libre : $\ddot{s} + \omega_o^2 . s = \omega_o^2 . s_{médiane}$ avec $s_{médiane}$ la valeur médiane autour de laquelle s(t) oscille sinusoïdalement ($s_{médiane} = s_{eq}$ pour l'oscillateur harmonique mécanique).
  avec $\omega_o = 2\pi . f_o = 2\pi / T_o$ la pulsation propre en rad/s
  $s(t)$ pouvant être une position, un angle, un écart à la position d'équilibre, etc… si le système oscillant est mécanique
  $s(t)$ pouvant être une tension, une intensité ou une charge si le système oscillant est électrique.

- Connaissant l'équation différentielle associée à un système oscillant, pouvoir déterminer par comparaison avec la forme canonique ci-dessus si ce système peut être modélisé ou non par un OH.

- Connaitre la forme de la solution de l'ED d'un OH : x(t)=Xm.cos(ωt+φ) + x_{eq} =A.cos(ωt)+B.sin(ωt) + x_{eq}=Xm.sin(ωt+φ') + x_{eq}
  Savoir passer d'une forme de solution à une autre à l'aide de relations trigo.
- Savoir caractériser le mouvement d'un OHNA en analysant l'expression mathématique de x(t) et de v_x(t) ou en analysant des graphes expérimentaux : détermination de l'amplitude, la période propre, la phase à l'origine, la pulsation propre, la fréquence propre, la position d'équilibre et les conditions initiales du lancer.
- Savoir tracer le graphe de la solution de type x(t)=Xm.cos(ωt+φ) + x_{eq}
  savoir tracer le graphe de la solution de type x(t)=A.cos(ωt)+B.sin(ωt) + x_{eq}

Les modèles du pendule élastique et du pendule simple

- Savoir décrire ces deux modèles
- Savoir qu'un pendule simple peut être modélisé par un OHNA dans le cadre des petites oscillations, en l'absence de tout phénomène dissipatif (frottements fluides/solides).
- Savoir qu'un pendule élastique peut être modélisé par un OHNA dans la zone de linéarité de la force de rappel du ressort (si le ressort n'est pas idéal) et en l'absence de tout phénomène dissipatif (frottements fluides/solides).
- Connaître par cœur l'expression de la période propre (et donc de sa fréquence propre et de sa pulsation propre) du pendule élastique modélisé par un OH : $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ soit $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

-

Cas étudié en classe illustrant l'OH électrique : circuit LC en régime libre avec un C initialement chargé : les étudiants doivent pouvoir, avec de l'aide, transposer cette étude à celle d'autres circuits plus complexes (plusieurs condensateurs ou bobine, circuits à plusieurs mailles…).

- Connaître par cœur l'expression de la période propre (et donc de sa fréquence propre et de sa pulsation propre) du circuit LC modélisé par un OH : $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$ soit $\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
- Connaître les étapes aboutissant à la détermination de l'équation différentielle relative à un OHNA via la loi des mailles, et savoir la mettre sous forme canonique.
- Résoudre l'équation différentielle pour trouver l'expression analytique de la forme $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$; connaître les trois écritures classiques de $x_h(t)$.
- Utiliser les conditions initiales $x(0)$ et d$x/dt(0)$ pour déterminer l'expression des constantes d'intégration en fonction des données de l'énoncé.
- Savoir déterminer l'expression des autres grandeurs électriques.

Cas étudié en classe illustrant l'OH mécanique : pendule élastique horizontal non amorti : les étudiants doivent pouvoir transposer cette étude à celle d'un pendule élastique vertical ou de pendules horizontaux plus complexes (ressort vertical, oblique, 2 ressorts en parallèle, etc…). L'origine O du repère peut être prise au niveau de la position d'équilibre (x_{eq}=0), au niveau de l'extrémité fixe du ressort (x_{eq}=l_{eq}) ou même ailleurs !

- Connaître les étapes aboutissant à la détermination de l'équation différentielle relative à un OH via la RFD
- Déterminer la position d'équilibre soit par analyse des forces à l'équilibre soit à partir de l'équation différentielle.

- Résoudre l'équation différentielle pour trouver l'expression analytique de la forme $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$; connaître les trois écritures classiques de $x_h(t)$.
- Utiliser les conditions initiales pour déterminer l'expression des constantes d'intégration en fonction des données de l'énoncé.
- Déterminer l'expression de la vitesse algébrique $v(t)$ en fonction de $x(t)$ par dérivation.

Aspect énergétique

- Conservation de l'énergie totale d'un OH (qu'il soit électrique ou mécanique) en raison de l'absence de phénomène dissipatif (l'effet Joule lié à la présence de résistance dans le circuit OU les frottements fluides/solides s'exercant sur l'oscillateur mécanique).
- Connaître les expressions des diverses formes d'énergie composant l'Em de l'OH mécanique : Ec, Epp, Epe.
- Connaître les expressions des diverses formes d'énergie composant l'énergie totale de l'OH électrique : Ebob, Econd.
- Savoir contrôler la conservation de l'Em en injectant les expressions analytiques obtenues pour x(t) et v(t).
- Savoir retrouver la conservation de l'Etot en partant d'un bilan de puissance (loi des mailles multipliée par i ou 2de loi de newton multipliée par v_x).
- Savoir retrouver l'équation différentielle du mouvement de l'OH en partant de la conservation de l'énergie et en dérivant en fonction du temps : dEtot/dt=dEbob/dt + dEcond/dt=0 pour l'OH electrique
- dEm/dt=dEc/dt+dEp/dt=0 pour l'OH mécanique).