TP17 : étude expérimentale d'une chute verticale

Compétences exigibles du BO	
Contenu disciplinaire	Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo de mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.**
Formation expérimentale	• Visualiser et décomposer un mouvement : enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer sa trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération. • Mesure de longueur à partir d'une photo ou d'une vidéo : pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison avec un étalon, une longueur ou les coordonnées d'une position sur une image numérique. • Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle : ajustement des données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.
Formation numérique	Capacité numérique : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation de forme quelconque.

<u>Situation problème</u> : **Une bille en fer dont on filme le mouvement a été lâchée sans vitesse initiale à t =0 dans une fluide visqueux : la glycérine. L'objectif de ce TP va être d'étudier et de modéliser les actions liées à la glycérine sur la bille.**

A. Etude expérimentale des évolutions temporelles de la vitesse et de l'accélération

- ✓ Ouvrir le logiciel **LATISPRO** cliquer sur le logo Latispro pour fermer cette fenêtre d'accueil.
- ✓ <u>Lire le film</u> : dans *Edition*, choisir *Analyse de séquences vidéos* et, en cliquant sur *fichiers,* choisir TPTSEul1.
- ✓ Exploiter votre film afin d'obtenir une série de points expérimentaux correspondant à <u>la trajectoire</u> du centre de gravité G de la bille dans le référentiel terrestre. Commencer le pointage sur la première image sur laquelle la bille est lâchée.

1. **Préciser les choix réalisés : objet-étalon, type de base la plus adaptée (coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou sphériques) choix de l'origine, choix de la base (en particulier le choix d'un axe des altitudes ou des profondeurs).**

- ✓ Accéder à la liste des variables (bouton avec courbe verte) et renommer les courbes « mouvement X » et « mouvement Y » qui deviendront, dans un souci de simplification, X et Y.
- ✓ Faire calculer les valeurs prises par les coordonnées vx et vy de la vitesse en réalisant des calculs à partir des colonnes X et Y. Vous pouvez au choix :
  → utiliser le calcul spécifique « dérivée » proposé dans l'onglet traitement
  → utiliser la feuille de calculs : aller dans l'onglet traitement > feuille de calculs (on accède aussi la feuille de calcul en tapant directement sur F3). Pour calculer la dérivée D d'une grandeur Z on utilise l'instruction D=deriv(Z;Temps), adaptez cela pour calculer vx et vy puis lancer le calcul en appuyant sur F2.

- ✓ Faire tracer le graphe de l'évolution temporelle des coordonnées X et Y dans la **fenêtre 1**.
- ✓ Calculer les valeurs prises par la norme de la vitesse v en utilisant la <u>feuille de calculs</u> (accès direct avec F2) ; observer le tableau de valeurs puis tracer le graphe de l'évolution temporelle de la norme v dans la **fenêtre 2**.

2. **Tracer <u>qualitativement</u> <u>l'allure</u> du graphe v=f(t). Montrer que deux phases apparaissent. Observer qualitativement l'évolution de l'accélération en expliquant votre méthode. Donner la nature du mouvement dans chacune des deux phases.**

- ✓ Calculer les valeurs prises par la norme de l'accélération a en utilisant la <u>feuille de calculs</u> ; observer le tableau regroupant les valeurs de a puis tracer le graphe de l'évolution temporelle de la norme a dans la **fenêtre 3**.

3. **Tracer <u>qualitativement</u> <u>l'allure</u> du graphe a=f(t). Est-ce cohérent avec vos observations de la question 2 ?**

4. **Que nous apprennent les lois de Newton sur la résultante des forces agissant sur la bille dans chacune de ces deux phases ? (inutile de faire le bilan des forces pour répondre à cette question).**

B. Etablissement de l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la vitesse

Données : intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$ masse de la bille : $m = 43{,}3$ g
rayon de la bille : $R = 11{,}0$ mm densité de la glycérine : $d_{gly} = 1{,}03$.
masse volumique de l'eau (corps de référence pour les liquides et les solides) : $\rho_0 = 1{,}00\ g.cm^{-3}$

5. **Réaliser l'inventaire des forces susceptibles de s'appliquer sur la bille.**

6. **A l'aide des données précédentes, calculer la masse volumique ρ_{fer} de la bille et ρ_{gly} de la glycérine. En déduire si la poussée d'Archimède est ou non négligeable devant le poids. Donner les expressions vectorielles littérales de ces deux forces en introduisant le vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$.**

Quand un solide se déplace dans un fluide (l'air, l'eau, l'huile…), il est soumis de la part de ce fluide à une force de frottements fluides.

7. **Comment modélise-t-on cette force ? Vous évoquerez deux modèles limites, et une modélisation intermédiaire entre ces deux modèles limites faisant intervenir un coefficient adimensionné $1 \leq k \leq 2$ et vous appellerez α_k le coefficient de frottement fluides associé au modèle (que l'on notera donc α_1 si k=1) ? Vous donnerez l'expression vectorielle de cette force faisant intervenir la norme de la vitesse v et le vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$.**

On s'intéresse à l'instant initial $t_0=0$, à deux instants t_1 et $t_2>t_1$ correspondant à deux positions quelconques de la bille durant le régime transitoire et à deux instants t_3 et $t_4> t_3$ quelconques du régime permanent.

8. **Représenter <u>qualitativement</u> pour chacune des 5 dates :**

- **Le vecteur-vitesse en vert.**
- **le vecteur-accélération en bleu.**
- **le vecteur résultante des forces en rouge.**
- **les divers vecteurs-force s'exerçant sur la bille au crayon à papier.**

Vous ne vous soucierez pas de la valeur exacte des forces (pas d'échelle) mais vous veillerez à la cohérence des schémas. Quelle inégalité (ou égalité) portant sur les normes des 3 vecteurs pouvez-vous écrire pendant le régime transitoire ? Même question pendant le régime permanent.

9. **Quel lien existe-t-il entre la coordonnée vz de la vitesse et sa norme v ? Rechercher l'équation différentielle satisfaite par la <u>norme</u> de la vitesse v qui sera de la forme : $\frac{dv}{dt} + B.v^k = C$. Exprimer B en fonction de α_k et de m. Exprimer C en fonction de g, ρ_{gly} et de ρ_{fer}. On observe que B dépendra de valeur de k, mais pas C.**

10. **Calculer la <u>valeur numérique de C</u> et préciser son unité à l'aide d'une analyse dimensionnelle. Dépend-elle de la valeur prise par k ?**

11. **Mesurer la valeur de v_{lim} sur le graphe de v(t) , à l'aide du réticule (clic gauche sur le graphe>réticule).**

12. **Déterminer l'expression littérale de v_{lim} à partir de l'équation différentielle et en déduire l'expression littérale de B en fonction de C, v_{lim} et de k.**

C. Resolution analytique de l'équation différentielle dans le cas où k=…….

13. **Pour quelle valeur de k est-il le plus aisé de déterminer la solution analytique de l'équation différentielle ? Compléter le titre. Donner l'expression littérale de la solution analytique v(t) en fonction de B et de C. Il faudra utiliser la condition initiale théorique v(0) pour exprimer la constante d'intégration en fonction de B et de C.**

14. **Calculer la valeur de B pour k=1 et préciser son unité par une analyse dimensionnelle. Rappeler la valeur numérique de C et son unité. En déduire l'expression semi-numérique de v(t) pour k=1, que nous appellerons $v1_{th}$(t).**

✓ Faire tracer dans la **fenêtre 2**, sous la forme d'une courbe continue cette solution analytique. Pour cela entrer l'expression de $v1_{th}$(t) dans la feuille de calculs (attention la variable v existe déjà, elle correspond aux points expérimentaux, c'est pourquoi il faut choisir un nouveau nom). Il y a déjà en fenêtre 2 les points expérimentaux représentés par des croix.
Appeler le professeur pour qu'il valide vos courbes.

15. **Le modèle avec des forces de frottements de norme f=αv vous semble-t-il adapté pour notre expérience ?**

D. Résolution numérique de l'équation différentielle dans le cas où k=2 puis optimisation

<u>**Rappels sur la méthode d'Euler**</u>
On souhaite obtenir la solution de l'équation différentielle précédente en appliquant la méthode d'Euler. On note vE la courbe obtenue à l'aide de cette méthode itérative.
A la date t la norme de la vitesse du centre de masse G est notée $\boldsymbol{v_E(t)}$.
La vitesse de ce point à la date $(\boldsymbol{t}+\Delta\boldsymbol{t})$ sera calculée par l'approximation affine suivante, valable si le pas d'itération Δt est assez petit : $\boldsymbol{v_E(t+\Delta t) = v_E(t) + \left(\frac{dv_E}{dt}\right)_t . \Delta t = v_E(t) + a_E(t). \Delta t}$
Pour déterminer $\boldsymbol{v_E(t+\Delta t)}$, il faut connaitre $\boldsymbol{v_E(t)}$ mais aussi $\boldsymbol{a_E(t)}$ on déduit la valeur de $\boldsymbol{a_E(t)}$ de l'équation différentielle qui s'écrit à la date t considérée : $\boldsymbol{\left(\frac{dv_E}{dt}\right)_t = a_E(t) = -B.v_E^k(t) + C}$

16. **Rappeler la condition initiale sur la vitesse v(t=0). Rappeler la valeur de C et calculer la valeur de B pour k=2 .En déduire la valeur de a_E(t=0) à l'aide de l'équation différentielle $\boldsymbol{a_E(t) = -B.v^2(t) + C}$ afin de compléter la 1ère ligne du tableau. Puis, en appliquant la méthode d'Euler, finir de compléter le tableau.**

Date t en s	vitesse v_E (deux chiffres significatifs)	accélération a_E (deux chiffres significatifs)
0		
0,05		
0,10		
0,15		
0,20		

Etc…

Diminuer le pas d'itération Δt conduirait à une amélioration de la précision de la méthode mais faire cela à la main serait trop fastidieux… on va donc utiliser Latispro. On choisira par la suite un pas d'itération : Δt=0,02s.

✓ Dans le tableur, créer une colonne « t » pour cela indiquer la valeur **0** dans la 1ère case, renommer la grandeur « var » qui s'affiche à gauche de l'écran puis indiquer dans la seconde case la formule **=t[n-1]+0,020.** Etirer la colonne au moins jusqu'à la case 40 qui correspond à l'instant t=0,8s (on observe que le régime permanent est atteint autour de 0,5s)

- Dans la feuille de calcul, indiquer les valeurs de C, vlim, k, Δt et faire calculer B en tapant :

  C=8,52
  vlim=1,257
  k=2
  deltat=0,02
  B=C/(vlim)^k

  <u>les valeurs numériques de C et de v_{lim} indiquées sont des exemples, vous DEVEZ mettre vos propres valeurs.</u>

  Attention ! Ne pas oublier de cliquer sur F2 pour faire exécuter les nouveaux calculs).

- Dans le tableur, créer une colonne « vE » : renommer la grandeur var qui s'affiche puis indiquer dans la seconde case la formule **= vE[n-1] + aE[n-1]*deltat.** Etirer la colonne au moins jusqu'à la case 40 : rien ne s'affiche ? c'est normal !!! vous n'avez pas encore défini la variable aE …
- Dans le tableur, créer de même une colonne « aE » et indiquer dans la 1ere case la formule **= C - B*(vE)^k.** Etirer la colonne au moins jusqu'à la case 40.
- Si rien ne s'affiche, retourner dans la feuille de calculs et valider une nouvelle fois à l'aide de F2.
- Dans la **fenêtre 4,** faire afficher de nouveau les points expérimentaux de la vitesse puis faire tracer vE=f(t) afin de superposer la courbe (représentée par un trait avec croix) avec les points expérimentaux de la vitesse.

17. **Commenter la validité d'un modèle avec force de frottements en $f=\alpha v^2$ (qui correspond à k=2).**

18. **Faire varier « par tâtonnements » k pour optimiser le modèle, en déduire la valeur de la constante de frottements α_k.**