

Thème I. Ondes et signaux (Optique géométrique)

Chapitre n°1 Fondements de l'optique géométrique



*Plus de 10 millions de foyers français reçoivent maintenant l'internet très haut débit par fibre optique.
Quel phénomène permet de transmettre l'information à l'aide de fibres optiques sur plusieurs centaines de kilomètres ?
La fibre optique est également utilisée dans le domaine médical par exemple dans les fibroscopes.*

Au XVIII^e siècle, deux modèles décrivant la nature de la lumière s'opposaient : Newton affirmait que les objets lumineux émettaient des corpuscules obéissant aux lois de la mécanique, tandis que Huygens affirmait que la lumière était une onde. Les expériences d'interférences et de diffraction de Fresnel et Young ont un temps permis d'imposer le modèle ondulatoire de la lumière. À la fin du XIX^{ème} siècle, les travaux de Planck sur le corps noir notamment, ont réintroduit le modèle corpusculaire avec la notion de photon.

Aujourd'hui, la lumière est décrite de manière complète par les deux modèles : le modèle corpusculaire (photon) et le modèle ondulatoire (onde électromagnétique). On parle de dualité onde - corpuscule (cf chapitre ultérieur). Ces deux modèles permettent d'expliquer l'ensemble des expériences réalisées jusqu'à maintenant avec la lumière.

Dans ce chapitre et le suivant, on s'intéressera à la modélisation géométrique de la propagation de la lumière et à l'utilisation de la notion de rayon lumineux.

Pré-requis

- 2nde : Thème Ondes et signaux
 - Propagation de la lumière,
 - Spectres d'émission,
 - Lois de Snell-Descartes.
- 1^{re} : Thème Ondes et signaux
 - Relation entre période, longueur d'onde et célérité.
- Terminale : Thème Ondes et signaux
 - Diffraction d'une onde.

Objectifs du chapitre

- Classer les sources lumineuses selon leur spectre,
- Décrire la propagation de la lumière dans le cadre de l'optique géométrique
- Énoncer les lois de Snell-Descartes.
- Étudier les conditions de réflexion totale et les appliquer à l'étude de la fibre optique.

Plan du cours

		II.3	Modèle de l'optique géométrique	6
I	Sources lumineuses	2	III Lois de Snell-Descartes	6
			III.1 Vocabulaire	6
			III.2 Énoncé des lois de Snell-Descartes	7
			III.3 Réflexion totale	10
II	Modèle de l'optique géométrique	4	IV La fibre optique à saut d'indice	13
	II.1 Propagation dans le vide	4		
	II.2 Propagation dans un milieu transparent	5		

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Formation des images	
Sources lumineuses Modèle de la source ponctuelle monochromatique. Spectre.	Caractériser une source lumineuse par son spectre. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Modèle de l'optique géométrique Modèle de l'optique géométrique. Notion de rayon lumineux. Indice d'un milieu transparent. Réflexion, réfraction. Lois de Snell-Descartes.	Définir le modèle de l'optique géométrique. Indiquer les limites du modèle de l'optique géométrique. Établir la condition de réflexion totale.
Modèles de quelques dispositifs optiques La fibre optique à saut d'indice.	Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Donner les longueurs d'onde d'une radiation rouge, jaune, verte, bleue, violette et inversement.
- 2 – 😊 – 😞 – Définir le modèle de l'optique géométrique.
- 3 – 😊 – 😞 – Quelles sont les limites du modèle de l'optique géométrique ?
- 4 – 😊 – 😞 – Énoncer les lois de Snell-Descartes.
- 5 – 😊 – 😞 – Établir la condition de réflexion totale.
- 6 – 😊 – 😞 – Établir l'expression de l'angle d'incidence maximal à l'entrée d'une fibre optique pour que le rayon puisse être guidé.
- 7 – 😊 – 😞 – Établir l'expression de la durée séparant l'arrivée du début et de la fin d'une impulsion dans une fibre optique.

I Sources lumineuses

Capacités exigibles : Caractériser une source lumineuse par son spectre.

Expérience

On réalise les spectres de différentes sources lumineuses :

- à l'aide d'un réseau, on réalise le spectre, que l'on visualise sur un écran.
- à l'aide d'un spectromètre à fibre relié à un ordinateur via une interface d'acquisition, on visualise alors l'intensité de chaque radiation en fonction de la longueur d'onde.

Le spectre obtenu avec le spectromètre à fibre est la courbe tracée de l'intensité lumineuse (en unité arbitraire) en fonction de la longueur d'onde. L'avantage du spectromètre à fibre est d'avoir accès directement aux longueurs d'onde présentes dans le spectre ainsi qu'à leurs importances relatives grâce à l'intensité. Ce qui n'est pas possible juste avec une projection d'un spectre sur un écran.

Le fond coloré est seulement là pour vous rappeler les couleurs correspondant aux différentes longueurs d'onde.

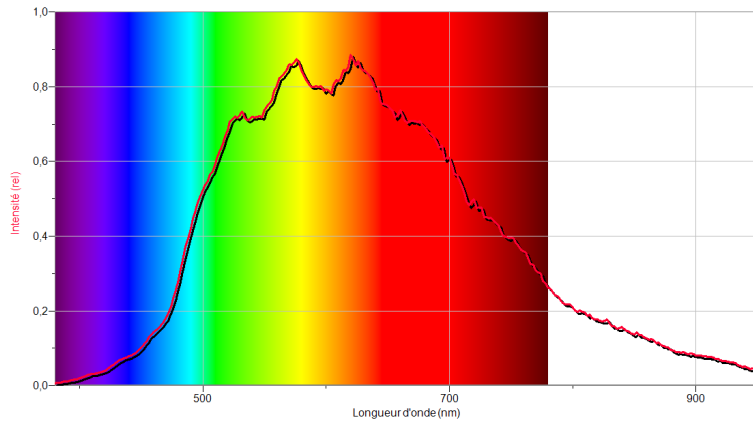


FIGURE 1 – Spectre d'une lampe à incandescence

Il s'agit d'un **spectre continu** d'une **source polychromatique**, semblable à celui du Soleil.

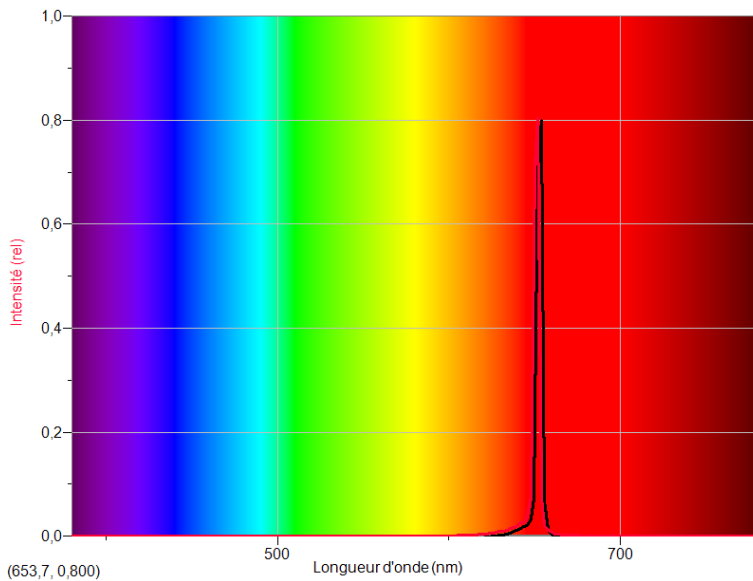


FIGURE 2 – Spectre d'une diode LASER

Il s'agit d'un **spectre de raie** d'une **source monochromatique**.

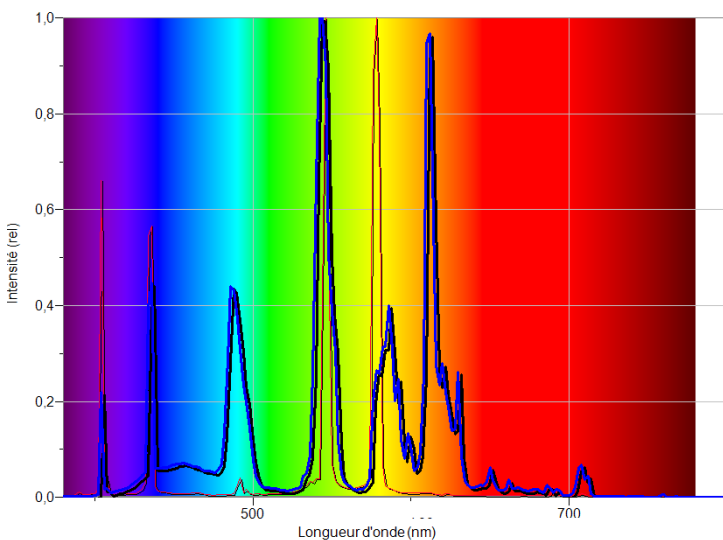
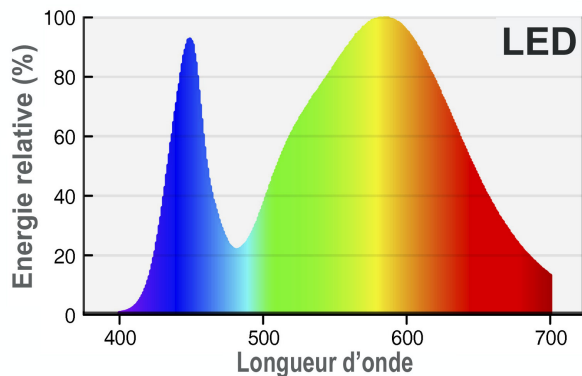


FIGURE 3 – Spectres d'une lampe à vapeur de Mercure (trait épais) et d'un tube fluorescent (trait fin).

Il s'agit d'un **spectre de raie** d'une **source polychromatique**. Le spectre de raies d'émission est caractéristique du gaz présent dans l'ampoule (ici du Mercure). L'existence des raies est due à la quantification des niveaux d'énergie de l'élément.

Les lampes fluocompactes contiennent de la vapeur de mercure excitée par décharge. La surface interne de l'ampoule est recouverte d'une couche fluorescente qui absorbe la raie ultraviolette intense du mercure et réémet des radiations réparties dans une bande dans le visible.



Les LED blanches sont le plus souvent la combinaison d'une diode émettant dans le bleu avec un luminophore (substance qui émet de la lumière une fois excitée) jaune pour produire de la lumière blanche par superposition du bleu et du jaune..

FIGURE 4 – Spectre d'une LED

Dans la suite nous utiliserons le **modèle de la source ponctuelle et monochromatique** :

- **source ponctuelle** (\neq étendue) si la lumière provient d'un unique point ;
- **source monochromatique** (\neq polychromatique) si le spectre ne contient qu'une seule radiation.

Une source étendue peut être découpée en une assemblée de sources quasi ponctuelles qui émettent indépendamment les unes des autres. Une source polychromatique peut être décomposée en sources quasi monochromatiques.

II Modèle de l'optique géométrique

II.1 Propagation dans le vide

Capacités exigibles : Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.

♥ À retenir

- La lumière est une onde électromagnétique se propageant dans le vide à la célérité

$$c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Lumière visible : longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 \in [400 \text{ nm}; 800 \text{ nm}]$.

- La couleur de l'onde lumineuse est caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide, notée λ_0 :

Couleur	Bleu	Vert	Jaune	Rouge
Longueur d'onde dans le vide	450 nm	550 nm	600 nm	650 nm

- Relations entre la célérité de la lumière dans le vide c , la longueur d'onde dans le vide λ_0 , la fréquence ν et la période T :

$$c = \lambda_0 \nu \qquad c = \frac{\lambda_0}{T} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

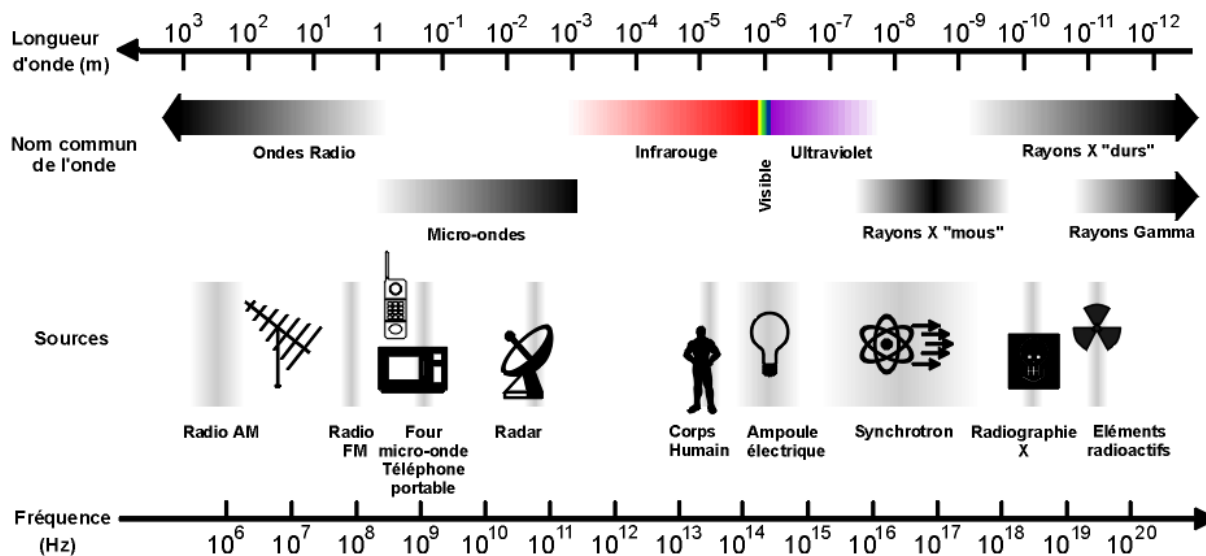


FIGURE 5 – Spectre électromagnétique

II.2 Propagation dans un milieu transparent

Nous nous placerons dans le cadre de milieux :

- **transparents** : ils n'absorbent pas d'énergie lumineuse ;
- **linéaires** : il n'y a pas de modification de la fréquence de l'onde au cours de la propagation ;
- **homogènes** : les propriétés physiques (température, masse volumique, indice de réfraction) sont identiques en tout point ;
- **isotropes** : les propriétés physiques sont identiques dans toutes les directions de l'espace (pas de direction privilégiée).

📖 Définition : Indice de réfraction

- On définit l'**indice de réfraction (optique) d'un milieu transparent** comme le rapport de la célérité de la lumière c dans le vide divisée par la célérité de la lumière v dans le milieu transparent :

$$n = \frac{\text{célérité de la lumière dans le vide}}{\text{célérité de la lumière dans le milieu}} = \frac{c}{v}$$

c est la vitesse maximale de la lumière, donc v est toujours inférieure à c , donc $n > 1$.

- La vitesse de propagation d'une radiation lumineuse dans un **milieu dispersif** dépend de sa fréquence, donc l'indice de réfraction dépend de la fréquence de la radiation.

Quelques valeurs d'indice de réfraction : $n(\text{vide}) = 1$; $n(\text{air}) = 1,00027 \approx 1$; $n(\text{eau}) = 1,33$; $n(\text{verre}) = 1,5$

♥️ À retenir : longueur d'onde dans un milieu transparent

- La fréquence d'une onde est indépendante du milieu dans lequel elle se propage.
- La longueur d'onde λ dans un milieu transparent d'indice n est liée à la longueur d'onde dans le vide λ_0 :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} < \lambda_0$$

II.3 Modèle de l'optique géométrique

Capacités exigibles : Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.

Pour étudier les systèmes optiques dans le cadre de l'optique géométrique, il est nécessaire que le phénomène de diffraction ne se produise pas.

♥ À connaître : Modèle de l'optique géométrique

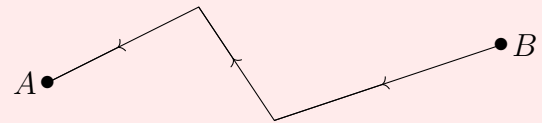
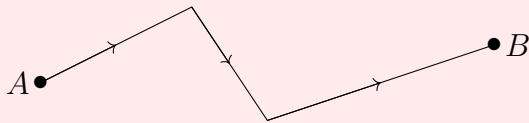
L'**approximation de l'optique géométrique** de la lumière est valable si les longueurs d caractéristiques de variation de l'indice de réfraction (dimensions caractéristiques du système : diamètre de la lentille, du diaphragme, ...) sont très grandes devant la longueur d'onde λ : $d \gg \lambda$ ($d > 1000\lambda$).

Dans ce cadre, les aspects ondulatoires de la lumière, dont font partie la diffraction et les interférences, sont négligeables.

♥ À connaître : Rayons lumineux

Dans le cadre de l'optique géométrique, la propagation de l'énergie lumineuse est décrite à l'aide de la notion de **rayons lumineux** qui vérifient les propriétés suivantes :

- **Propagation rectiligne :** Les rayons lumineux se propagent en ligne droite dans un milieu transparent (d'indice n), homogène (n ne dépend pas de la position) et isotrope (n ne dépend pas de la direction de propagation).
- **Principe du retour inverse de la lumière :** Le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur le même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière.



- **Indépendance des rayons lumineux :** Il n'y a pas de phénomènes d'interférences, les rayons lumineux qui se croisent n'interagissent pas entre eux, ils se propagent de façon entièrement indépendante.

REMARQUES



Les rayons lumineux sont un modèle qui permet de décrire la propagation de l'énergie lumineuse dans le cadre de l'optique géométrique, mais il est bien évident qu'en réalité la lumière ne se présente pas sous la forme de rayons infiniment fins. En effet, la diffraction empêche de limiter autant qu'on le souhaite la section des faisceaux lumineux.

III Lois de Snell (1621) – Descartes (1637)

III.1 Vocabulaire

📖 Définitions

- **Dioptre :** interface séparant deux milieux transparents d'indices différents.
- **Rayon incident :** rayon arrivant sur le dioptre.
- Lorsqu'un rayon lumineux arrive sur un dioptre, ce rayon donne naissance à un **rayon réfléchi** qui repart dans le milieu du rayon incident et à un **rayon réfracté** qui entre dans l'autre milieu.
- Le point I où le rayon incident rencontre le dioptre est appelé **point d'incidence**.
- **Normale :** droite perpendiculaire au dioptre, au point où le rayon incident rencontre le dioptre.
- **Plan d'incidence :** plan contenant la normale et le rayon incident.

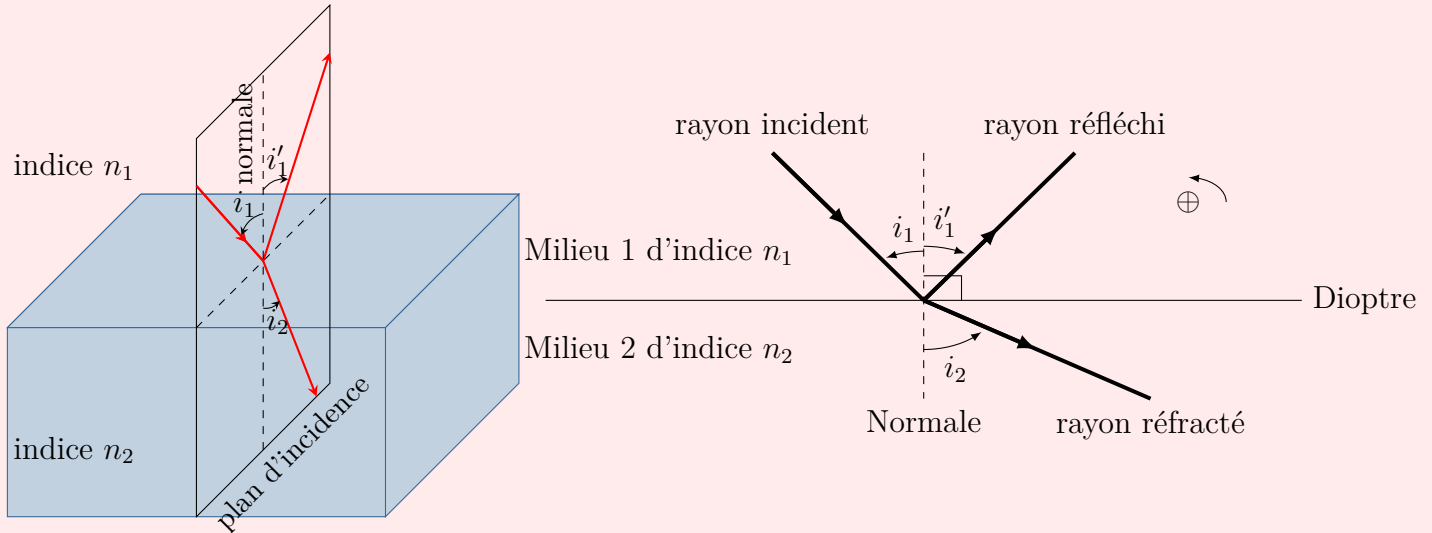
III.2 Énoncé des lois de Snell-Descartes

Capacités exigibles : Énoncer et utiliser les lois de Snell-Descartes.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/Descartes.php

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/dioptre_plan.php

♥ À retenir : Énoncés des lois de Snell-Descartes



Loi de la réflexion

- 1) Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.
- 2) L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réflexion i'_1 ont des valeurs égales mais opposées :

$$i'_1 = -i_1$$

Loi de la réfraction

- 1) Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.
- 2) L'angle d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont reliés par la relation suivante :

$$n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$$

♥ À retenir : Angles orientés

Les angles d'incidence, de réflexion et de réfraction sont des angles orientés, qui sont définis **algébriquement à partir de la normale** :

- les angles sont **positifs** pour une **rotation dans le sens trigonométrique** ;
- les angles sont **négatifs** pour une **rotation dans le sens horaire**.

⚠ Attention

- Le point 1) est aussi important que le point 2) donnant la relation entre les angles.
- L'énoncé des lois de Snell-Descartes doit s'accompagner d'un **schéma complet** sur lequel toutes les notations sont introduites.
- Les rayons réfléchi et réfracté sont de l'autre côté de la normale par rapport au rayon incident.

Exercice de cours A

R1. Que se passe-t-il si le rayon incident arrive selon la normale ?

Solution: Un rayon arrivant selon la normale arrive avec un angle d'incidence $i_1 = 0$.

D'après la loi de Snell-Descartes, $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, comme $n_2 \neq 0$, $\sin(i_2) = 0$, soit $i_2 = 0$.

Un rayon incident arrivant selon la normale au dioptre n'est pas dévié.

R2. Comparer les angles de réfraction et d'incidence selon les valeurs respectives des deux indices de réfraction.

Solution:

— Si le rayon passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu moins réfringent, c'est-à-dire d'indice $n_2 < n_1$,

D'après la loi de Snell-Descartes $\sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)$,

donc $\sin(i_2) > \sin(i_1)$.

Or les angles $i_1, i_2 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, intervalle sur lequel la fonction sinus est croissante.

Ainsi $i_2 > i_1$: le rayon s'éloigne de la normale lorsqu'il passe dans un milieu moins réfringent.

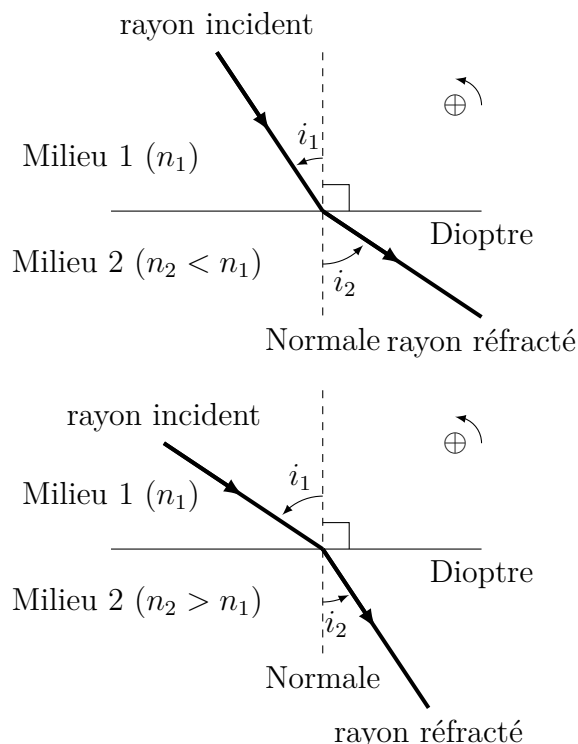
— Si le rayon passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu plus réfringent, c'est-à-dire d'indice $n_2 > n_1$.

D'après la loi de Snell-Descartes $\sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)$,

donc $\sin(i_2) < \sin(i_1)$.

Or les angles $i_1, i_2 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, intervalle sur lequel la fonction sinus est croissante.

Ainsi $i_2 < i_1$: le rayon se rapproche de la normale lorsqu'il passe dans un milieu plus réfringent.



Exercice de cours B

Un rayon lumineux dans l'air tombe sur la surface de l'eau d'indice 1,33.

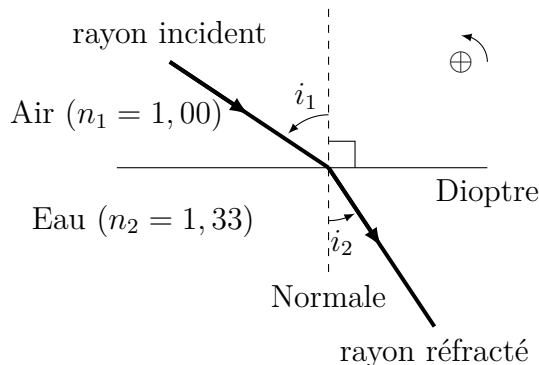
R1. Déterminer l'angle de réfraction pour un angle d'incidence de 30° .

Solution:

$n_1 = 1,00$, $i_1 = 30^\circ$ et $n_2 = 1,33$

Loi de Snell-Descartes : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, soit

$i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)\right) = 22,1^\circ$



R2. Déterminer l'angle d'incidence pour un angle de réfraction de 30° .

Solution: Même schéma et mêmes notations que précédemment.

$i_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(i_2)\right) = 41,7^\circ$

REMARQUES

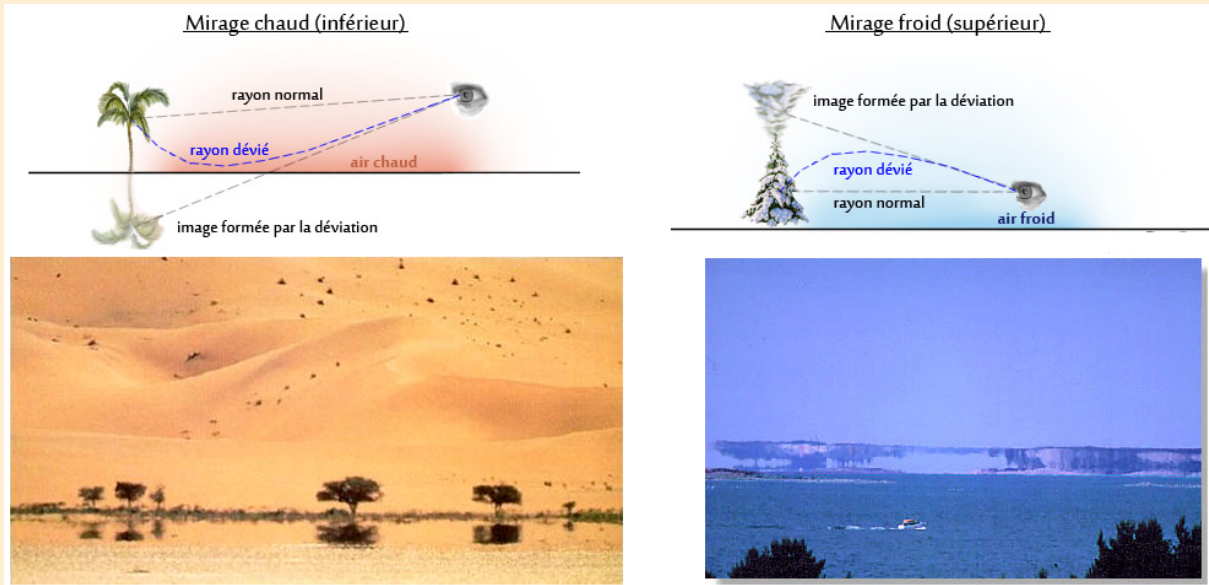


FIGURE 6 – Mirages froid et chaud : les observations sont dues à l’inhomogénéité du milieu traversé par la lumière. La densité de l’air diminue quand la température augmente, ce qui provoque une diminution de l’indice optique. Le milieu n’étant pas homogène, les rayons lumineux ne sont pas rectilignes, mais nos cerveaux interprètent la lumière arrivant dans les yeux comme venant en ligne droite, ce qui donne l’impression de voir quelque chose à un endroit où ça n’est pas : c’est le mirage.

III.3 Réflexion totale

Capacités exigibles : Établir la condition de réflexion totale.

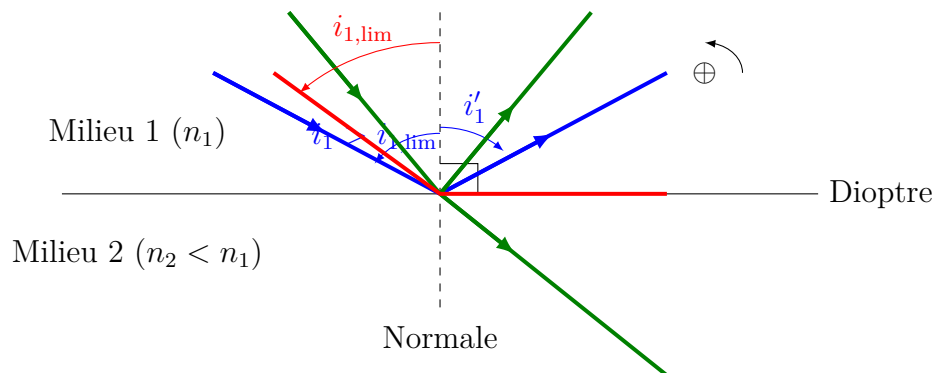
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/dioptre_plan.php

✂ Raisonement à connaître : Condition de réflexion totale

R1. Lorsque la lumière passe d’un milieu 1 à un milieu 2 moins réfringent ($n_2 < n_1$), que se passe-t-il si l’angle d’incidence i_1 « devient trop grand » ?

Solution:

Cf animation lien ci-dessus.



Le rayon s’éloigne de la normale lorsque le rayon passe dans un milieu moins réfringent : $i_2 > i_1$.

Ainsi $i_2 = \frac{\pi}{2}$ pour un angle $i_{1,lim} < \frac{\pi}{2}$. Pour $i_1 > i_{1,lim}$, i_2 ne peut plus exister, il n’y a plus de rayon réfracté.

L’énergie lumineuse ne pouvant disparaître, la totalité de la lumière incidente est réfléchi : c’est la réflexion totale.

R2. Se produit-il la même chose lorsque l’indice n_2 du deuxième milieu est supérieur à celui du premier

milieu n_1 ?

Solution:

Lorsque le rayon passe dans un milieu plus réfringent, le rayon se rapproche de la normale : $i_2 < i_1$. L'angle de réfraction restera inférieur à $\frac{\pi}{2}$ quelque soit l'angle i_1 . Dans ce cas, il ne pourra se produire le phénomène de réflexion totale.

- R3. Déterminer l'angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}}$ au-delà duquel il n'existe plus de rayon réfracté. Que devient alors l'énergie lumineuse ? Ce phénomène s'appelle la **réflexion totale**.

Solution:

L'angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}}$ au-delà duquel il n'existe plus de rayon réfracté est l'angle pour lequel l'angle $i_2 = \frac{\pi}{2}$.

D'après la loi de Snell-Descartes, $n_1 \sin(i_{1,\text{lim}}) = n_2 \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1}$, soit $i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

L'énergie lumineuse est entièrement transmise dans le rayon réfléchi.

Méthode : Établir les conditions de réflexion totale

- Vérifier que le rayon lumineux se propage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent (deuxième milieu d'indice plus faible que le premier).
- Calculer l'angle d'incidence limite qui permet d'avoir un angle de réfraction égal à $\frac{\pi}{2}$, en utilisant la loi de Snell-Descartes de la réfraction.
- Il y a réflexion totale si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle d'incidence limite.

À retenir : Conditions de réflexion totale

Pour avoir réflexion totale, le rayon transmis ne doit pas exister. Pour cela, il faut :

- que le rayon lumineux se propage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent (deuxième milieu d'indice plus faible que le premier) ;

ET

- que l'angle d'incidence soit supérieur à l'angle d'incidence limite obtenu pour un angle de réfraction égal à $\frac{\pi}{2}$.

Exercice de cours C Réflexion totale sur un dioptre air-eau

Dans le cas du dioptre air-eau, déterminer les conditions pour avoir réflexion totale.

On donne : $n_{\text{air}} = 1,00$ et $n_{\text{eau}} = 1,33$.

Solution:

Pour qu'il se produise le phénomène de réflexion totale, il faut vérifier deux conditions :

- le deuxième milieu doit être moins réfringent, ainsi il y a réflexion totale dans le cas du dioptre air-eau si le rayon lumineux passe de l'eau vers l'air.
- l'angle d'incidence i_1 doit être supérieur à l'angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}}$ pour lequel l'angle de réfraction est égal à $\frac{\pi}{2}$

D'après la loi de Snell-Descartes

$$n_{\text{eau}} \sin(i_{1,\text{lim}}) = n_{\text{air}} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1}$$

$$\text{Soit } i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right) = 48,8^\circ$$

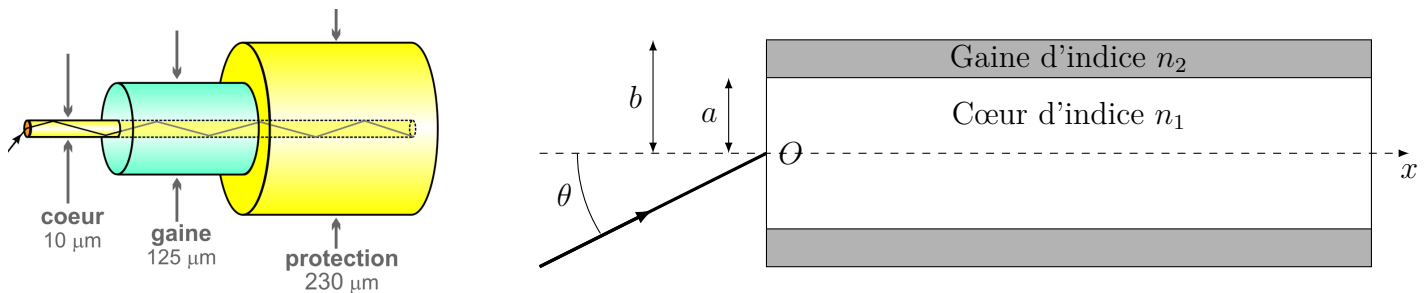
Il se produit le phénomène de réflexion totale lors du changement de milieu eau → air avec un angle d'incidence supérieur à $48,8^\circ$.

IV La fibre optique à saut d'indice

Capacités exigibles : Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre (ou de plastique) appelé cœur ou âme, LTHI (linéaire, transparent, homogène, isotrope) d'indice n_1 et de rayon R , entourée d'une gaine transparente d'indice de réfraction n_2 . La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre mais évite aussi les fuites de lumière vers d'autres fibres en cas de contact. Actuellement le diamètre du cœur d'une fibre varie de 3 à 200 μm selon les propriétés et le diamètre extérieur de la gaine peut atteindre 400 μm . La gaine est entourée par un matériau protecteur (plastique en général) pour atteindre un diamètre total de l'ordre du millimètre.

Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe du cylindre (Ox) formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0 . On s'intéresse à la trajectoire d'un rayon lumineux situé dans le plan de symétrie contenant l'axe (Ox).



Définition : Cône d'acceptance

Le cône d'acceptance d'une fibre optique est le cône à l'intérieur duquel la fibre optique peut recevoir du signal.

On définit l'ouverture numérique $n_0 \sin(\theta_{\max})$ où n_0 est l'indice optique du milieu d'où provient la signal et θ_{\max} l'angle au sommet du cône d'acceptance.

Définition : Dispersion intermodale

Les rayons parvenant dans la fibre avec des angles d'incidence différents suivent des chemins optiques (ou modes) différents.

À chaque mode correspond un temps de parcours légèrement différent, ce qui entraîne une **dispersion intermodale** (qui n'a aucun rapport avec la dispersion des fréquences due à l'indice de réfraction du milieu).

On définit le **retard intermodal** qui est le temps de retard à l'arrivée du rayon le plus lent (le plus incliné) par rapport au rayon le plus rapide (rayon axial).

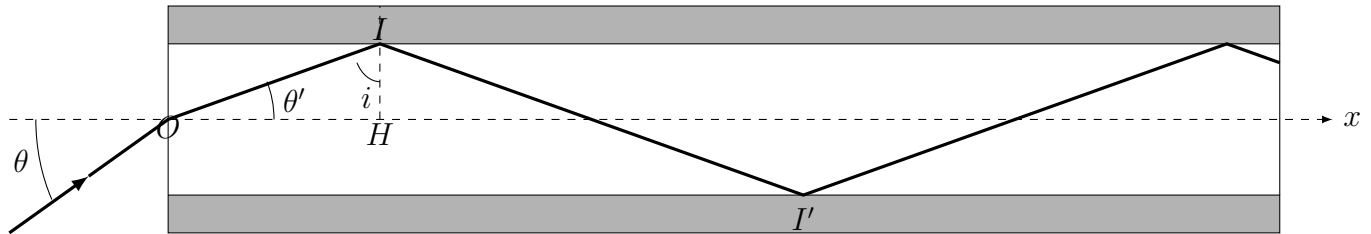
Exemple de cours à connaître : La fibre optique

R1. Quel phénomène physique permet de guider la lumière dans la fibre, sans perte d'énergie au cours du parcours ? Comment doit-on alors choisir n_1 et n_2 ? En supposant que cette condition est remplie, faire un schéma du trajet d'un rayon à travers la fibre, en représentant plusieurs réflexions sur l'interface cœur/gaine.

Solution: C'est le phénomène de réflexion totale qui permet de guider la lumière dans la fibre sans perte d'énergie au cours du parcours. La totalité de l'énergie du faisceau incident est réfléchi, il n'y a pas de lumière transmise.

Pour qu'il puisse se produire une réflexion totale, il faut que $n_2 < n_1$

En entrant dans la fibre, le rayon passe de l'air à un milieu plus réfringent, il se rapproche donc de la normale (axe (Ox)), puis arrivant sur le dioptré en I , le rayon est totalement réfléchi selon la loi de Descartes de la réflexion, il arrive sur le dioptré en I' avec le même angle qu'en I , il se produit donc également une réflexion totale ...



- R2. Établir la condition sur l'angle d'incidence sur le dioptré cœur/gaine pour qu'il s'y produise une réflexion totale.

Solution: Au niveau du dioptré cœur/gaine, il y a réflexion totale si l'angle d'incidence i est supérieur à l'angle limite i_{lim} tel que $n_1 \sin(i_{\text{lim}}) = n_2 \sin(\pi/2)$.

La condition s'écrit $\sin(i) > \sin(i_{\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1}$ (1)

- R3. En déduire une condition sur l'angle de réfraction au niveau du dioptré air/cœur.

Solution:

Dans le triangle OIH rectangle en H : $\theta' + i = \frac{\pi}{2}$, donc $\theta' = \frac{\pi}{2} - i$

La condition précédente s'écrit : $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) > \frac{n_2}{n_1}$

Soit $\cos(\theta') > \frac{n_2}{n_1}$ (2)

- R4. En déduire que ce rayon peut être guidé dans le cœur si le rayon incident parvient dans le cône d'acceptance d'angle au sommet θ_{max} qui vérifie $ON = n_0 \sin(\theta_{\text{max}}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

On donne : $\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1 - x^2}$ et $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$.

Solution:

Appliquons la relation de Snell-Descartes en O : $n_0 \sin(\theta) = n_1 \sin(\theta')$ (3)

$\cos(\theta') > \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta' < \arccos\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ (cos décroissant sur $[0, \pi/2]$).

Soit $\sin(\theta') < \sin\left(\arccos\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)$ (sin croissant sur $[0, \pi/2]$).

D'après (3), on peut écrire que : $\sin(\theta) < \frac{n_1}{n_0} \sin\left(\arccos\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)$

Soit $\sin(\theta) < \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$

Le rayon incident peut être guidé tant que θ reste inférieur à $\theta_{\max} = \arcsin\left(\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}\right)$

On en déduit l'ouverture numérique : $ON = n_0 \sin(\theta_{\max}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

R5. Faire l'application numérique pour : $n_1 = 1,500$ et $n_2 = 1,489$.

Solution:

A.N. : $ON = 0,181$

Une impulsion lumineuse arrive à $t = 0$, au point O sur la fibre précédente de longueur L , sous la forme d'un faisceau conique convergent d'axe Ox et de demi-angle au sommet $\theta_i < \theta_{\max}$.

R6. Quel rayon sortira en premier de la fibre ? Déterminer le temps, t_{\min} , qu'il met à parcourir la fibre.

Solution:

Le rayon qui sortira en premier de la fibre est celui qui entre en O selon la normale, il est alors confondu avec l'axe (Ox).

La lumière se propage à la vitesse $v_1 = \frac{c}{n_1}$ dans le cœur.

Il mettra le temps $\tau_1 = \frac{L}{c/n_1} = \frac{n_1 L}{c}$ pour parcourir la fibre.

R7. Quel rayon sortira en dernier ? Déterminer le temps, t_{\max} , qu'il met à parcourir la fibre en fonction de L , n_1 , c et θ_i .

Solution:

Le rayon qui sortira en dernier est celui qui parcourra la plus grande distance dans la fibre, c'est celui qui arrive avec l'angle le plus élevé dans la fibre, c'est-à-dire avec l'angle θ_i .

D'après le schéma, la distance L_2 parcourue est l'hypoténuse du triangle correspondant au rayon « déplié »

$$\text{Soit } L_2 = \frac{L}{\cos(\theta'_i)}$$

La lumière met le temps $\tau_2 = \frac{n_1 L_2}{c} = \frac{n_1 L}{c \cos(\theta'_i)}$ (qui est bien supérieur à τ_1 , puisque $\cos(\theta'_i) < 1$).

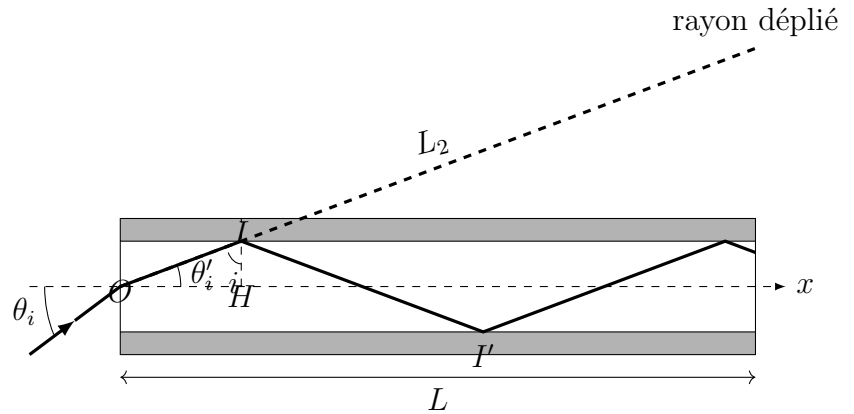
$$\text{Or } \sin(\theta_i) = n_1 \sin(\theta'_i), \quad \text{donc } \frac{\cos(\theta'_i)}{\cos(\theta_i)} =$$

$$\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(\theta_i)}{n_1}\right)\right)$$

Avec la formule de trigo rappelée

$$\cos(\theta'_i) = \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}$$

$$\text{Ainsi } \tau_2 = \frac{n_1 L}{c \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}}$$



- R8. Calculer l'élargissement temporel Δt de cette impulsion à la sortie de la fibre, avec $L = 10$ m et $\theta_i = 8^\circ$. Cet élargissement temporel correspond au retard intermodal.

Solution:

L'impulsion s'élargit temporellement car selon la direction incidente le temps mis par l'impulsion pour traverser la fibre n'est pas le même.

$$\text{Élargissement temporel : } \Delta t = \tau_2 - \tau_1 = \frac{n_1 L}{c \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}} - \frac{n_1 L}{c}$$

$$\text{Soit } \Delta t = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1 L}{c \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}} - 1 \right)$$

A.N. $\Delta t = 0,22$ ns

REMARQUES

Cette fibre peut transmettre une impulsion toutes les 0,22 ns, son débit vaut donc $\frac{1 \text{ bit}}{0,22 \cdot 10^{-9} \text{ s}}$, soit $4,5 \cdot 10^9$ b/s = 4,5 Gb/s

Les débits maximum que l'on peut obtenir avec des câbles ethernet (constitués de câbles métalliques torsadés) et le wifi sont rassemblés dans le tableau suivant (pour une distance ou une longueur de câble de 10 m).

Wifi	Fast Ethernet	Ethernet Gigabit
54 Mb/s	100 Mb/s	1 Gb/s

Le débit de cette fibre optique est supérieur aux débits proposés, elle peut donc servir à toutes ces applications, avec une marge de manœuvre.