? À déposer au plus tard le mardi 31 octobre 2023 à 18h

Devoir Maison n°5

Comment chercher un D.M. ?

- Commencer à chercher le DM, **dès le soir de la distribution de l'énoncé**,
- **Avec le chapitre et les exercices ouverts** sous les yeux.
- En cas de blocage, **poser des questions**, à la fin d'un cours ou par mail : `nvalade.pcsi@gmail.com`
- La réponse à un problème de physique doit contenir :
  - des **schémas** grands, clairs et complets ;
  - des **phrases** qui expliquent votre raisonnement ;
  - les calculs **littéraux**, avec uniquement les **grandeurs littérales** définies par l'énoncé (ou par vous-même si elles ne le sont pas par l'énoncé) ;
  - les applications numériques avec un nombre adapté de chiffres significatifs et une **unité**.

Après avoir récupéré votre copie et le corrigé :

- Reprendre votre copie avec le corrigé afin de comprendre vos erreurs, lire les conseils donnés, ...
- Refaire le DM (si besoin) avant le DS suivant.

Consignes

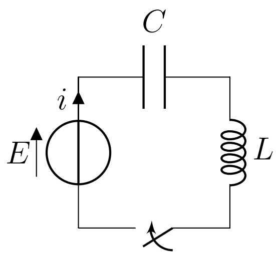
- À déposer sur : https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-vernet/, onglet **Transferts de document**.
- AVANT le mardi 31 octobre à 18h00, après le transfert sera bloqué.
- Merci de respecter les consignes suivantes :
  - Photos de qualité convenable (lisibles !), avec un éclairage convenable (pas trop sombre...)
  - En UN UNIQUE fichier PDF (utiliser une application comme AdobeScan pour smartphone qui permet de prendre les photos, les combiner en un seul PDF, très facilement)
  - Pages dans l'ordre

Travail à effectuer :

- Exercice 1 : Pour tous ;
- Exercice 2 ou 3 au choix :
  - Exercice 2 « facile » : si vous êtes moins à l'aise.
  - Exercice 3 « plus difficile ».

Exercice n°1 Circuit LC

On étudie le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de fem E constante au condensateur et à la bobine.



Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i qui circule dans le circuit.

Q2. Identifier la pulsation propre du circuit.

Q3. Déterminer proprement les valeurs de $i(0^+)$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+)$.

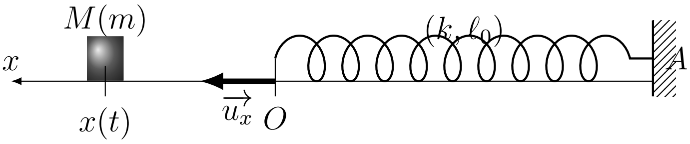
Q4. Résoudre complètement l'équation différentielle.

Q5. En déduire l'expression de la tension aux bornes de la bobine au cours du temps.

Q6. Représenter les allures de $i(t)$ et $u_L(t)$.

Exercice n°2 Masse percutant un ressort

Un ressort de longueur à vide $\ell_0 = 30$ cm et de constante de raideur k est fixé en A à une paroi (cf figure ci-contre). Initialement, le ressort est horizontal et à l'équilibre et l'extrémité libre du ressort est initialement en O.



Un point M de masse $m = 200$ g, glisse sans frottement sur l'axe horizontal (Ox). Ce point M percute l'extrémité libre du ressort à l'instant $t = 0$ et M reste accroché à cette extrémité pour $t > 0$.
À $t = 0$, le point M percute le ressort à la vitesse $\overrightarrow{v_0} = -v_0\overrightarrow{u_x}$, avec $v_0 > 0$.
Pour tout $t \geq 0$, le ressort reste horizontal.

Q1. Quelle est la longueur prise initialement par le ressort, avant que la masse m s'y accroche ?

Q2. Une fois la masse accrochée au ressort, quelle est l'expression de la force $\overrightarrow{f_{\text{él}}}$ exercée par le ressort sur la masse ? On l'exprimera en fonction de la constante de raideur, de la longueur instantanée, de la longueur à vide et d'un vecteur unitaire bien choisi.
Représenter cette force sur deux schémas distincts : l'un lorsque M est entre O et A, et un autre lorsque M se situe au-delà de O.

Q3. Compte-tenu de l'origine de l'axe (Ox) donnée par le schéma, exprimer $\overrightarrow{f_{\text{él}}}$ en fonction de k, x et de $\overrightarrow{u_x}$.

Q4. Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse pour $t \geq 0$.

Q5. Mettre l'équation différentielle précédente sous la forme canonique suivante :

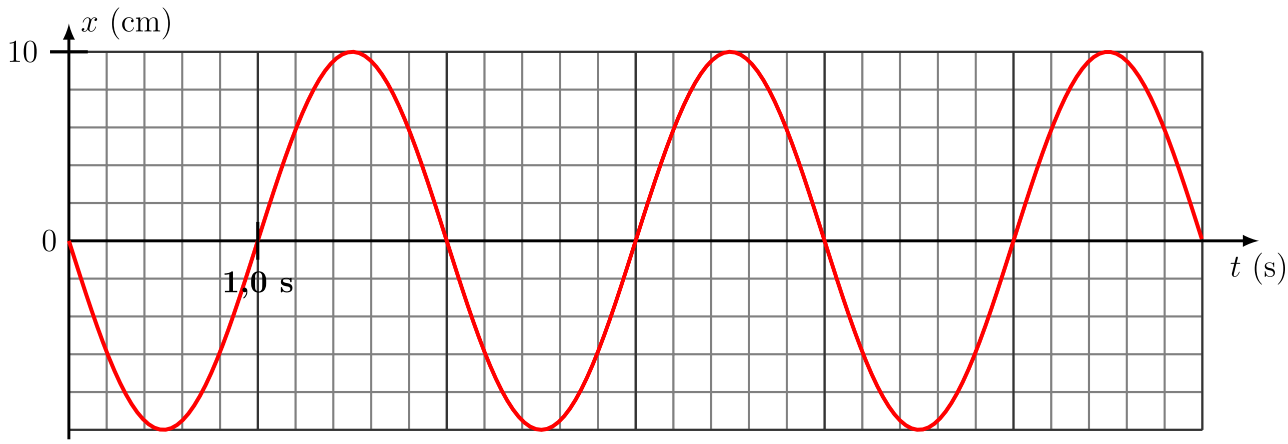
$$\ddot{x} + \omega_0^2\, x = 0$$

Comment se nomme un système régi par une telle équation différentielle ?
Exprimer ω_0 en fonction de k et m. Comment se nomme cette grandeur ? En donner l'unité.

Q6. Résoudre l'équation différentielle compte tenu des données de l'énoncé.

Q7. Exprimer l'amplitude du mouvement en fonction des données de l'énoncé.

On trace l'évolution de l'abscisse en fonction du temps :



Q8. À l'aide de mesures graphiques et des données de l'énoncé, déterminer la valeur de la pulsation propre ω_0 des oscillations, de la constante de raideur k du ressort et de la vitesse v_0.

Q9. Exprimer, à t quelconque, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique en fonction des données du problème. Commenter.

Q10. Représenter l'allure de ces trois énergies en respectant les conditions initiales.

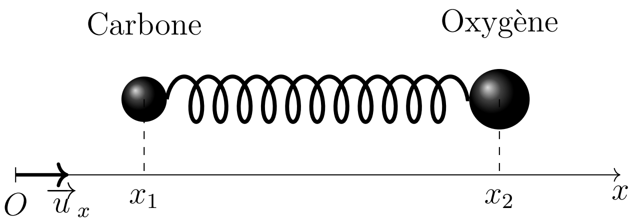
On refait la même manipulation pour différentes vitesses initiales v_0.

Q11. La période du mouvement sera-t-elle différente pour ces nouvelles vitesses initiales ? Justifier.
L'amplitude du mouvement sera-t-elle différente pour ces nouvelles vitesses initiales ? Justifier.

Q12. Théoriquement, à quelle condition sur v_0, la masse vient-elle percuter la paroi en A ? *Vous donnerez une expression littérale puis numérique.*
Pourquoi dans la réalité cela ne se passera pas ainsi même si la condition est vérifiée ?

Exercice n°3 Monoxyde de carbone

Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par deux masses m_1 et m_2 mobiles sur l'axe $O'x$ et liées par un ressort de raideur $k = 1856\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ et longueur à vide ℓ_0. La position de l'atome de carbone (respectivement d'oxygène) est repérée par l'abscisse $x_1(t)$ (respectivement $x_2(t)$). Initialement, les deux atomes sont immobiles et leur position notées x_{10} et x_{20}



Q1. Exprimer $\ell(t)$ en fonction de $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

Q2. Effectuer un bilan des forces sur l'atome d'oxygène (on négligera le poids).
Établir l'équation différentielle de son mouvement et l'écrire sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}t^2} + \omega_2^2 x_2 = \omega_2^2 (x_1 + \ell_0)$$

Identifier l'expression de ω_2.

Q3. Effectuer un bilan des forces sur l'atome de carbone (on négligera le poids).
Établir l'équation différentielle de son mouvement et l'écrire sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}t^2} + \omega_1^2 x_1 = \omega_1^2 (x_2 - \ell_0)$$

Identifier l'expression de ω_1.

Ces deux équations sont couplées (le mouvement d'un atome dépend du mouvement de l'autre). On introduit deux fonctions : $s(t) = m_1 x_1(t) + m_2 x_2(t)$ et $d(t) = x_1(t) - x_2(t)$.

Q4. À partir des deux équations différentielles établies précédemment (en effectuant deux combinaisons linéaires bien choisies), établir les équations différentielles vérifiées par $s(t)$ et $d(t)$.

Q5. Résoudre les équations sur $s(t)$ et $d(t)$.

Q6. En déduire les expressions de $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

Q7. Quelle est la période des oscillations ?
Dans le cas où l'un des deux atomes est beaucoup plus lourd que l'autre, quel résultat retrouve-t-on ?

Q8. On donne ci-dessous le spectre en absorption du monoxyde de carbone. On rappelle que le nombre d'onde en abscisse (donné en /cm) est l'inverse de la longueur d'onde de l'onde électromagnétique absorbée.
Rappeler les masses molaires du carbone et de l'oxygène et estimer la valeur k de la raideur du ressort.