

## Thème II. Mouvements et interactions

### TP n°5 Étude d'un élastique

Vendredi 18 octobre 2024

#### Compétences exigibles du programme :

- ✓ **Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.**
- ✓ Utiliser un logiciel de régression linéaire afin d'obtenir les valeurs des paramètres du modèle.
- ✓ Analyser les résultats obtenus à l'aide d'une procédure de validation : analyse graphique intégrant les barres d'incertitude ou analyse des écarts normalisés.
- ✓ Capacité numérique : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de variation des valeurs expérimentales de l'une des grandeurs – simulation Monte-Carlo – pour évaluer l'incertitude sur les paramètres du modèle.

Matériel : Masses ; Élastique ; Mètre ; Potence ; Balance.

#### Objectifs du TP

Quelle est la constante de raideur d'un élastique ?

La force qu'exerce un élastique peut-elle être modélisée par une force linéaire  $-k(\ell - \ell_0)\vec{u}_{\text{ext}}$  ?

## I Mesure de la constante de raideur d'un élastique

#### Protocole

Avant de réaliser une expérience, il faut déjà savoir ce qu'on va faire : c'est le but de la rédaction du protocole. Le protocole doit se suffire à lui-même : on doit pouvoir réaliser l'expérience en suivant « bêtement » le protocole.

- **Schéma détaillé de l'expérience** légendé avec le matériel, les grandeurs physiques, ...
- **Mesures à réaliser** : quelles grandeurs devront être mesurées ? comment ? quel(s) paramètre(s) fera-t-on varier ? quel matériel à utiliser ? quelles sont les précautions à prendre ?
- **Exploitation des mesures à faire** : quelles sont les grandeurs à calculer à partir des grandeurs mesurées ? quelle exploitation est à faire ?

#### Protocole

Q1. En supposant que la force qu'exerce un élastique est de la forme  $-k(\ell - \ell_0)\vec{u}_{\text{ext}}$ , proposer un protocole permettant de mesurer sa constante de raideur. *Ce protocole devra être rédigé avec soin.*

#### Expérience

➡ Après avoir fait valider le protocole par l'enseignante, le réaliser.

#### Mesures et exploitation

Q2. Noter vos mesures.

Q3. Exploiter les mesures pour déterminer la constante de raideur, avec son incertitude-type.




## II La force qu'exerce l'élastique est-elle linéaire ?

Précédemment, nous avons supposé que la force exercée par l'élastique était de la forme  $-k(\ell - \ell_0)\vec{u}_{\text{ext}}$  pour déterminer la constante de raideur. Qu'en est-il vraiment ?





### Protocole

- Q4. Proposer une nouvelle exploitation des mesures effectuées précédemment pour « voir » si le modèle est adapté ou non.

### Mesures et exploitation



- Q5.  Mener l'exploitation en utilisant <https://capitale2.ac-paris.fr/web/c/911f-4255286>.
- Q6.  Renseigner les mesures effectuées, et tracer la courbe de  $\ell_{\text{éq}}$  en fonction de  $mg$ .
- Q7.  Commenter.

Afin d'exploiter plus quantitativement la courbe, il faut étudier les incertitudes.

- Q8.  Les masses peuvent être pesées sur la balance : quelle précision annonce la balance ? Quel est l'ordre de grandeur de l'incertitude relative sur  $m$  ?
- Q9.  Évaluer la plage de mesures au sein de laquelle vous êtes « certains » que la valeur de  $\ell_{\text{éq}}$  se trouve. En déduire l'incertitude-type associée.
- Q10.  Quelle est la source d'incertitude qui domine : celle sur  $\ell_{\text{éq}}$  ou celle sur  $m$  ?
- Q11.  Tracer les points avec leurs barres d'incertitudes.

Si le modèle  $k(\ell - \ell_0)$  est valable, les points de  $\ell_{\text{éq}}$  en fonction de  $mg$  s'alignent selon une droite.

Pour visualiser cet alignement et déterminer  $k$  par la même occasion, on effectue une régression linéaire : on trace la « meilleure droite » possible compte-tenu des points de mesure.


- Q12.  Effectuer la régression linéaire, et poursuivre l'exploitation avec les fonctions `np.polyfit` qui permet la régression, et `np.polyval` qui permet de créer le tableau des valeurs des ordonnées  $\ell_{\text{éq}}$ , à partir de l'équation de la droite de régression.
- Q13.  Comment sont les points et barres d'incertitudes par rapport à la droite de régression ? Que pensez-vous de la validité de  $k(\ell - \ell_0)$  pour modéliser la force exercée par l'élastique ?

On peut également représenter l'écart normalisé entre la mesure expérimentale de  $\ell_{\text{éq}}$  et celle issue du modèle linéaire, pour chaque valeur de  $mg$  :

$$EN = \frac{|\ell_{\text{éq}} - \ell_{\text{éq, modèle affine}}|}{u(\ell_{\text{éq}})}$$

- Q14.  Effectuer la représentation de  $EN$  en fonction de  $mg$ .

### Conclusion

- Q15.  Conclure : le modèle de la force linéaire  $-k(\ell(t) - \ell_0)\vec{u}_{\text{ext}}$  est-il valide ici, dans le cadre de l'expérience ?

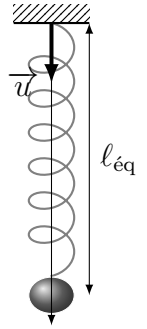
Si le modèle linéaire est validé, on peut utiliser la régression linéaire pour déterminer les valeurs de  $k$  et  $\ell_0$  et leurs incertitudes-types. Pour cela, il faut utiliser la simulation Monte-Carlo.

- Q16.  Mettre en œuvre la simulation Monte-Carlo.
- Q17.  En déduire le résultat de l'expérience : valeur de  $k$  et son incertitude-type.

## Annexes

La longueur à l'équilibre  $\ell_{\text{éq}}$  d'un ressort, de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ , vertical suspendu auquel est attaché une masse  $m$  est donnée par :

$$mg = k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0) \Leftrightarrow \ell_{\text{éq}} = \ell_0 + \frac{mg}{k}$$



### ♥ Bilan du TP

#### ■ Bilan

- La mesure de la constante de raideur d'un ressort peut se faire en mesurant la \_\_\_\_\_, d'un ressort vertical au bout duquel on \_\_\_\_\_, en utilisant la relation \_\_\_\_\_.

#### ■ Bilan sur les incertitudes

- Le résultat d'une mesure doit comporter le bon nombre de \_\_\_\_\_. Celui-ci est défini par l'\_\_\_\_\_ : il est recommandé de fournir une incertitude-type avec \_\_\_\_\_ chiffres significatifs. La valeur mesurée devra ensuite être arrondie pour que le \_\_\_\_\_.
- Lorsque l'on dispose d'une série de mesures, un \_\_\_\_\_ donne accès à une évaluation de type \_\_\_\_\_.

#### ■ Validation d'une loi

- Pour valider ou une loi (ici pour déterminer si la force exercée par l'élastique est du type  $-k(\ell - \ell_0)$ ), il est utile d'effectuer une \_\_\_\_\_.
- Sur la représentation graphique, on place les points avec leurs \_\_\_\_\_ d'\_\_\_\_\_, superposés avec la droite issue de la \_\_\_\_\_.  
Si les barres d'incertitudes touchent la droite de régression, cela permet de \_\_\_\_\_ qualitativement la loi utilisée.
- La validation peut également passer par la représentation des \_\_\_\_\_ entre les mesures expérimentales et les valeurs issues de la régression linéaire. S'ils sont toujours \_\_\_\_\_ à \_\_\_\_\_, les mesures sont compatibles avec la loi, qui peut donc être \_\_\_\_\_ dans les conditions de l'expérience.
- La détermination des incertitudes-types sur le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine d'une régression linéaire nécessite d'effectuer une \_\_\_\_\_.