



Thème I. Ondes et signaux (Ondes)

Chapitre n°10 Propagation d'un signal

Pré-requis

- Seconde : Thème Ondes et signaux
 - Émission et perception d'un son.
- Première : Thème Ondes et signaux
 - Ondes mécaniques : onde mécanique progressive, ondes mécaniques périodiques et sinusoïdales, relations période, longueur d'onde, célérité,...

Objectifs du chapitre

— Compléter les notions déjà acquises au lycée, en introduisant un peu de formalisme, notamment pour les expressions des signaux transportés par des ondes progressives quelconques ou sinusoïdales.

Plan du cours

I Ondes et signaux	2		
I.1 Qu'est-ce qu'une onde ? un signal ?	2	II.1 Position du problème	6
I.2 Ondes acoustiques	4	II.2 Représentation spatiale	6
I.3 Ondes électromagnétiques	5	II.3 Représentation temporelle	7
I.4 Cadre de l'étude	6	II.4 Bilan	7
II Ondes progressives	6	III Ondes progressives sinusoïdales	8
		III.1 Écriture du signal	8
		III.2 Double périodicité spatiale et temporelle	8
		III.3 Déphasage	9
		III.4 Milieu dispersif et vitesse de phase	10

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.6. Propagation d'un signal	
Exemples de signaux. Signal sinusoïdal.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
Propagation d'un signal dans un milieu illimité, non dispersif et transparent Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle non dispersive. Célérité, retard temporel.	Écrire les signaux sous la forme $f(x - ct)$ ou $g(x + ct)$. Écrire les signaux sous la forme $f(t - x/c)$ ou $g(t + x/c)$. Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants.
Modèle de l'onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle. Vitesse de phase, déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique. Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase. Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation. [TP] Mesurer la vitesse de phase, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.
Milieux dispersifs ou non dispersifs.	Définir un milieu dispersif. Citer des exemples de situations de propagation dispersive et non dispersive

Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Quelles sont les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques ?
- 2 – 😊 – 😞 – Donner quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique.
- 3 – 😊 – 😞 – Donner les écritures des signaux transportés par des ondes progressives pour une propagation unidimensionnelle non dispersive.
- 4 – 😊 – 😞 – Donner l'écriture d'un signal transporté par une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle.
- 5 – 😊 – 😞 – Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.
- 6 – 😊 – 😞 – Donner l'expression du déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts en fonction du retard dû à la propagation.
- 7 – 😊 – 😞 – Définir ce qu'est un milieu dispersif. Donner des exemples.

I Ondes et signaux

I.1 Qu'est-ce qu'une onde ? un signal ?

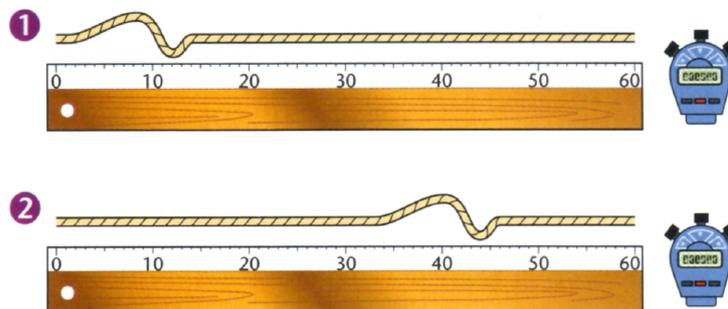
Capacité exigible : Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.

📖 Définitions : onde et signal

- Une **onde** est un phénomène de propagation spatiale d'une perturbation locale dans un milieu.
Une onde transporte de l'énergie sans transporter de matière (la perturbation se propage sur de grandes distances, mais un point du milieu reste globalement au même endroit).
 L'énergie transportée par l'onde peut être cinétique, électrique, électromagnétique ...
 L'onde se déplace avec une vitesse, appelée **célérité** notée c , qui dépend des caractéristiques du milieu de propagation.
- Un **signal physique** est une **grandeur physique**, nulle dans l'état de repos et devenant non nulle avec la perturbation liée à une onde. On dit que **le signal est transporté par l'onde**.

Exemple 1. Ondes et signaux associés

- Onde le long d'une corde de guitare, de piano ... :



http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tullouze/Ondes/general/onde_transversale.php

Le signal transporté est le déplacement transversal de la corde lorsque le musicien en joue. Notons y le déplacement vertical.

Si on fige le temps (on prend une photo de la corde à t_0), on se rend compte que le déplacement vertical dépend de la position : $y = y(x)$ à t_0 fixé.

Si on regarde un point de la corde à l'abscisse x_0 fixée, on se rend compte que la hauteur de la corde en ce point x_0 de l'espace dépend du temps : $y = y(t)$ à x_0 fixé.

Le signal est donc une fonction à la fois du temps et de l'espace : $y = y(x, t)$

- Onde à la surface de l'eau.



http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/propagation_onda_circulaire.php

Le signal transporté est le déplacement transversal d'un point à la surface de l'eau.

Les mêmes conclusions que pour la corde peuvent être faites.

- Onde acoustique. <http://physique.ostralo.net/ondesonoretuyau/>

Le signal transporté est la surpression locale de l'air par rapport à la pression d'équilibre P_0 (environ 1 bar) au passage de l'onde acoustique.

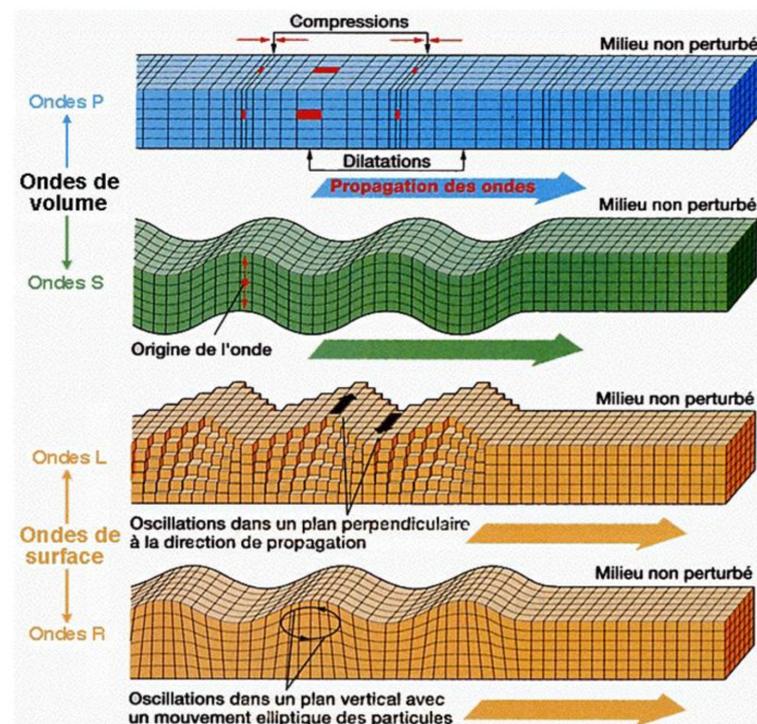
À un instant t_0 donné, la pression n'est pas la même en tous points, donc $p = p(x)$, à t_0 fixé.

En un point d'abscisse x_0 donnée, la pression évolue au cours du temps, donc $p = p(t)$ à x_0 fixé.

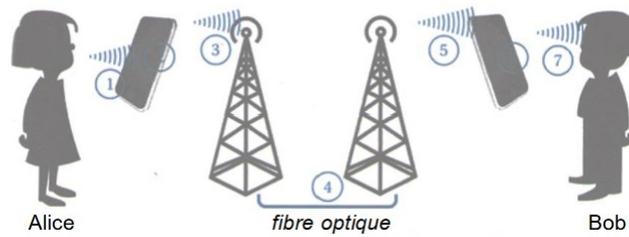
La surpression acoustique est donc une fonction à la fois du temps et de l'espace : $p = p(x, t)$

- Ondes sismiques.

Elles sont de différentes natures : les ondes P (primaires) de compression et S (secondaires) de cisaillement en volume, et les ondes L (Love) d'ondulations horizontales et R (Rayleigh) en surface d'ondulations verticales.



Exemple 2. Alice parle avec Bob par l'intermédiaire de leurs téléphones portables. Quels sont les signaux physiques qui interviennent dans cette situation ?



Milieu	Signal $s(x, y, z, t)$
① et ⑦ Dans l'air : onde acoustique.	Surpression $p(x, y, z, t)$ de l'air.
② et ⑥ Dans les circuits du téléphone : onde électrique.	Tension $u(x, y, z, t)$ et Intensité $i(x, y, z, t)$ Dans l'ARQS, on peut négliger le phénomène de propagation en considérant qu'il est instantané : $u(t)$, et $i(t)$.
③ et ⑤ Dans l'air : onde électromagnétique.	Champ électrique $\vec{E}(x, y, z, t)$ et magnétique $\vec{B}(x, y, z, t)$.
④ Dans la fibre optique : onde lumineuse.	Champ électrique $\vec{E}(x, y, z, t)$ et magnétique $\vec{B}(x, y, z, t)$.

📖 Définitions : ondes transversale et longitudinale

- Une **onde est transversale** lorsque le mouvement local de la matière est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.
- Une **onde est longitudinale** lorsque le mouvement local de la matière est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

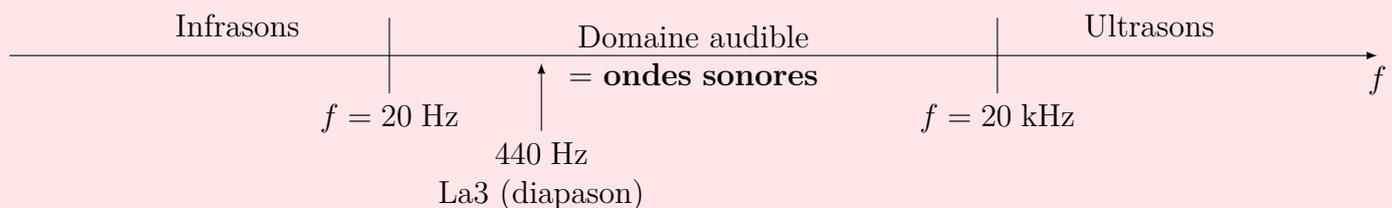
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/onde_transversale.php
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/onde_longitudinale.php

1.2 Ondes acoustiques

Capacité exigible : Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.

♥ À retenir : Ondes acoustiques

Le signal transporté par une onde acoustique est la **surpression acoustique**, qui est nulle en l'absence d'onde acoustique, positive en une zone de surpression (couches de fluides comprimées) et négative en une zone de dépression (couches de fluides dilatées).



Une onde acoustique nécessite un milieu matériel pour se propager.

Les ondes acoustiques se propagent d'autant plus vite que le milieu est dense.

- Dans l'air : $c \approx 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Dans l'eau : $c \approx 1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

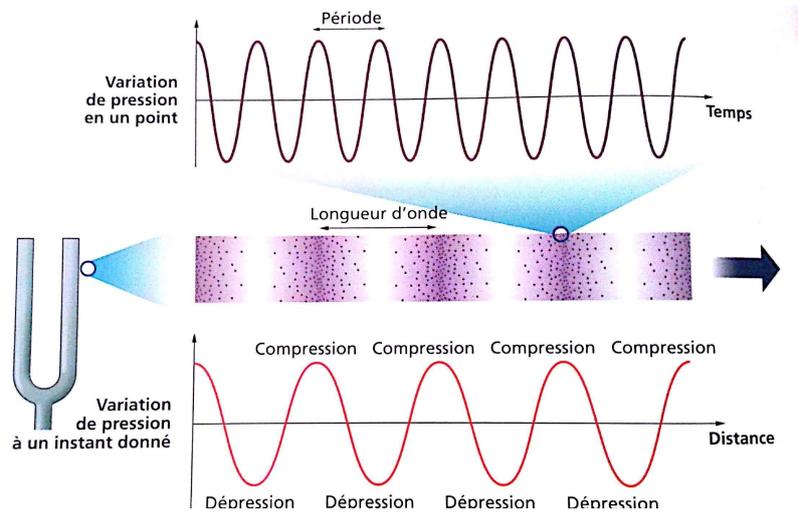


FIGURE 1 – Ondes acoustiques

I.3 Ondes électromagnétiques

<https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/222-onde-transverse-electro-magnetique>
<https://www.geogebra.org/m/LAYD1Kob>

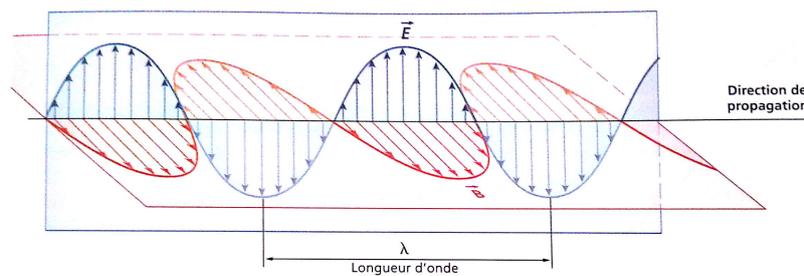
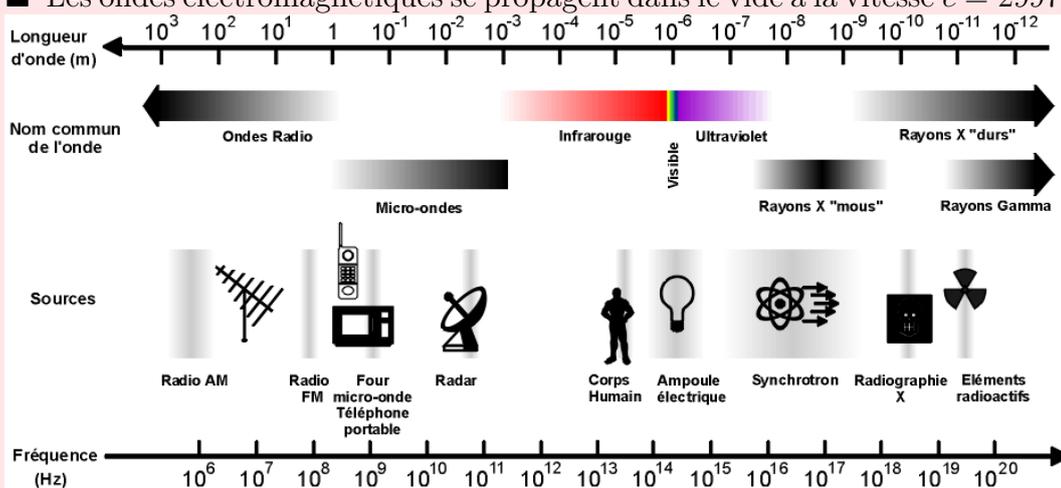


FIGURE 2 – Ondes électromagnétiques

♥ À retenir : Ondes électromagnétiques

- Le signal transporté par une onde électromagnétique est le **champ électrique** \vec{E} et le **champ magnétique** \vec{B} (l'étude de la propagation d'une telle onde sera développée en PC/PSI).
- Le signal transporté par une **onde électrique**, c'est-à-dire une onde électromagnétique guidée le long d'un câble de transmission constitué de deux conducteurs, est l'**intensité du courant** circulant dans les conducteurs et la **tension** entre les deux conducteurs.
- Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la vitesse $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



Téléphonie :
300 à 3400 Hz

Ondes radio :
100 MHz

Wifi :
2,4 GHz et 5 GHz

Visible :
 $4 \cdot 10^{14}$ à $8 \cdot 10^{14}$ Hz

I.4 Cadre de l'étude

Cette année, conformément au programme, nous étudierons le cas d'une **propagation** :

- **unidimensionnelle** : la propagation a lieu dans une seule direction de l'espace ;
- **linéaire** : pas d'apparition de nouvelles fréquences lors de la propagation ;
- **non dispersive** : célérité indépendante de la fréquence ;
- **sans déformation ni atténuation**.

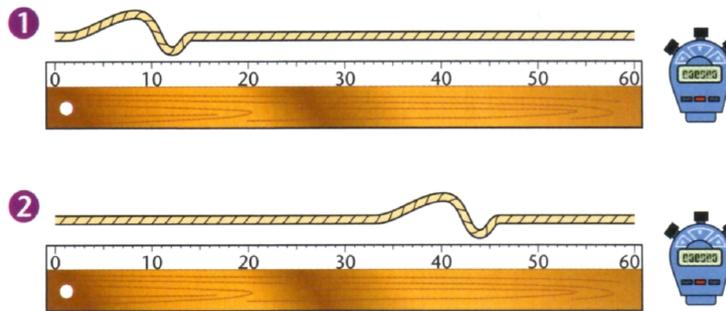
II Ondes progressives

II.1 Position du problème

Définition : Onde progressive

Une **onde progressive** est une perturbation qui se retrouve à l'identique un peu plus loin un peu plus tard, et qui transporte de l'énergie, par opposition aux ondes stationnaires (cf chapitre suivant).

On souhaite décrire mathématiquement la propagation d'une perturbation le long d'une corde tendue comme ci-dessous.



Définitions

Le signal transporté par une onde progressive peut être représenté de deux points de vue :

Représentation spatiale : on regarde à un instant t fixé la perturbation dans tout l'espace, en fonction de x . Cela revient à prendre une photo de l'onde à un instant t fixé.

Représentation temporelle : on regarde en une position x fixée la perturbation sur toute sa durée, en fonction de t . Cela revient à placer un détecteur du signal en une position x fixée et réaliser l'enregistrement de la perturbation au cours du temps.

II.2 Représentation spatiale et expression du signal

Capacité exigible : Écrire les signaux sous la forme $f(x - ct)$ ou $g(x + ct)$.

Expression mathématique. Point de vue spatial

On étudie la **propagation d'une onde progressive**, le long d'une corde dans le sens des x croissants à la célérité c . À l'instant $t = 0$, la corde possède une forme décrite par $s(x, t = 0) = F(x)$, où f est une fonction quelconque d'une variable x , décrite par la photo à $t = 0$. À l'instant $t > 0$, la corde possède la forme $s(x, t)$ par la photo à t .

Q1. En comparant les deux photos, de quelle distance d a progressé la perturbation entre 0 et t ?

Q2. À quel endroit se trouve, à l'instant $t = 0$, la perturbation qui est identique à celle se trouvant en x à l'instant t ? En déduire l'expression de $s(x, t)$ en fonction de $s(???, t = 0)$.

Q3. En déduire l'expression du signal $s(x, t)$, en x à l'instant t à l'aide de la fonction d'une seule variable F .

Q4. Reproduire ce raisonnement pour une onde se propageant dans le sens inverse, c'est-à-dire celui des x décroissants. Montrer alors que $s(x, t) = s(???, 0) = G(???)$

II.3 Représentation temporelle et expression du signal

Capacité exigible : Écrire les signaux sous la forme $f(t - x/c)$ ou $g(t + x/c)$.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/evolution_temporelle.php

Expression mathématique. Point de vue temporel

On suppose qu'un émetteur placé en O (d'abscisse $x = 0$) émet une onde se **propageant dans le sens des x croissants** à la célérité c , en direction des points d'abscisses $x > 0$. On note $s(x, t)$ le signal physique transporté par cette onde. L'onde émise en O est caractérisée par le signal $s(x = 0, t) = f(t)$ où $f(t)$ est une fonction quelconque d'une variable t . L'onde arrive en M (d'abscisse x) avec un retard égal à la durée du trajet entre O et M

Q1. Représenter l'allure du signal en $x = 0$ et en x en fonction du temps.

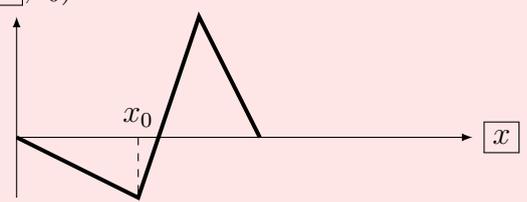
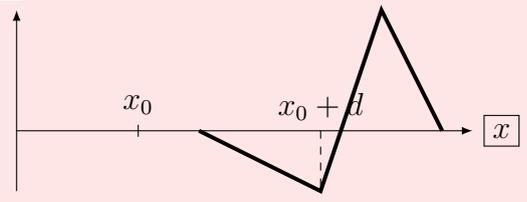
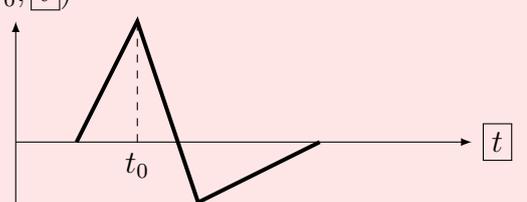
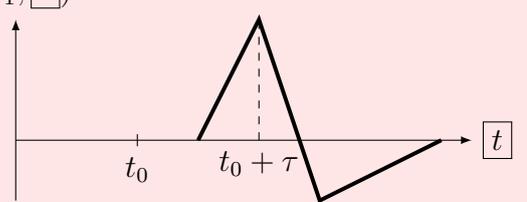
Q2. Donner l'expression du retard.

Q3. À quel instant la perturbation se trouvant en $x = 0$ est-elle identique à celle se trouvant en x à l'instant t . En déduire l'expression de $s(x, t)$ en fonction de $s(x = 0, ???)$.

Q4. En déduire l'expression du signal en M à l'instant t en fonction de f .

II.4 Bilan

À retenir : Écriture des signaux progressifs

Représentation spatiale	Représentation temporelle
<p>En fonction de x, à un instant t_0 donné. <i>Ex : on prend une photo d'une corde à un instant donné.</i></p>	<p>En fonction du temps t, en l'enregistrant en un point fixe de l'espace d'abscisse x_0. <i>Ex : son enregistré par un micro fixe, hauteur d'une vague enregistré par un capteur fixe dans l'eau.</i></p>
<p>À deux instants différents : Signal mesuré à l'instant t_0, en fonction de x : $s(x, t_0)$</p>  <p>Signal mesuré à l'instant $t_1 > t_0$, en fonction de x : $s(x, t_1)$</p> 	<p>En deux points différents : Signal mesuré à une abscisse x_0, en fonction de t : $s(x_0, t)$</p>  <p>Signal mesuré en $x_1 > x_0$, en fonction de t : $s(x_1, t)$</p> 
<p>Écriture pour une propagation selon $+\vec{u}_x$: $s(x, t) = s(x - ct, 0) = f(x - ct)$</p>	<p>Écriture pour une propagation selon $+\vec{u}_x$: $s(x, t) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$</p>
<p>Écriture pour une propagation selon $-\vec{u}_x$: $s(x, t) = s(x + ct, 0) = g(x + ct)$</p>	<p>Écriture pour une propagation selon $-\vec{u}_x$: $s(x, t) = s\left(0, t + \frac{x}{c}\right) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$</p>

III Ondes progressives harmoniques

III.1 Écriture du signal transporté par une onde progressive sinusoïdale

♥ À connaître : Onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive sinusoïdale est un cas particulier d'onde progressive pour lequel la fonction associée au signal est une fonction sinusoïdale.

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x croissants** s'écrit :

$$s(x, t) = S_m \cos \left(\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \varphi_0 \right) = S_m \cos \left(\omega t - \frac{\omega}{c} x + \varphi_0 \right)$$

- S_m l'amplitude (de la même unité que s), avec $S_m > 0$;
- ω la pulsation temporelle (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
- c la célérité de l'onde (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
- φ_0 la phase à l'origine (des temps et des abscisses) en rad.

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x décroissants** s'écrit :

$$s(x, t) = S_m \cos \left(\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) + \varphi_0 \right) = S_m \cos \left(\omega t + \frac{\omega}{c} x + \varphi_0 \right)$$

III.2 Double périodicité spatiale et temporelle

Capacité exigible : Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/evolution_temporelle.php

🔗 Double périodicité spatiale et temporelle

On étudie une onde progressive sinusoïdale se propageant dans la direction des x croissants. On note S_m son amplitude, c sa célérité, ω sa pulsation et φ_0 sa phase à l'origine des temps et des positions.

- Q1. Représenter le signal en fonction du temps à x fixé. Déterminer l'expression de la période temporelle T définie comme étant la plus petite durée non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x, t + T) = s(x, t)$.
- Q2. Représenter le signal en fonction de la position x à t fixé. Déterminer l'expression de la période spatiale λ définie comme étant la plus petite distance non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x + \lambda, t) = s(x, t)$.
- Q3. En déduire un lien entre périodicité spatiale et la périodicité temporelle.

♥ À connaître : Relations pour les ondes progressives harmoniques

■ Caractéristiques temporelles

- Période temporelle : T en seconde (s)
- Fréquence : $f = \frac{1}{T}$ en Hertz ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$)
- Pulsation : $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

■ Caractéristiques spatiales

- Période spatiale : λ en mètre (m)
- Pulsation spatiale : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ en m^{-1}

■ Liens entre les caractéristiques temporelles et spatiales : $\lambda = cT$ $k = \frac{\omega}{c}$

III.3 Déphasage

Capacité exigible : Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.

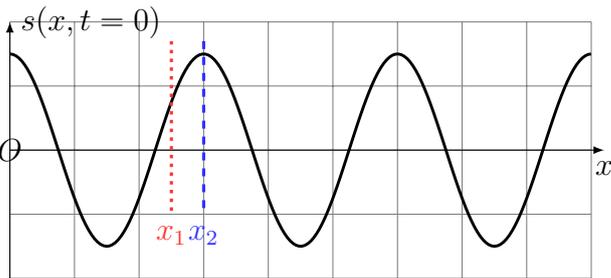
Un son sinusoïdal de fréquence f est émis par un haut-parleur situé à l'origine de l'axe (Ox) :

$$s(x = 0, t) = S_m \cos(\omega t)$$

et se propage dans le sens des x croissants, donc $s(x, t) = s\left(x = 0, t - \frac{x}{c}\right) = S_m \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{c}\right)$

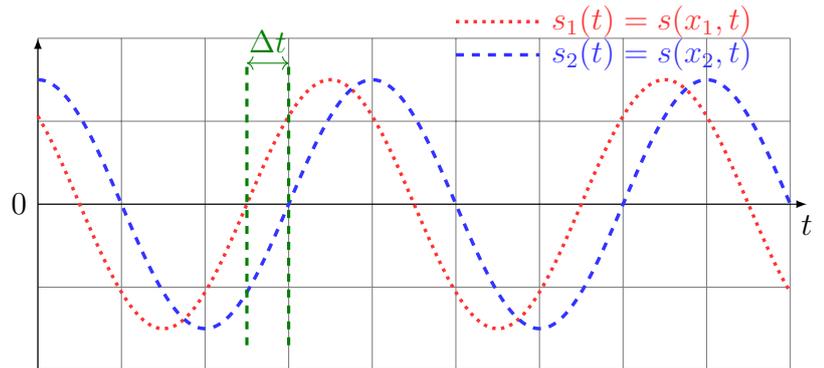
Signaux mesurés en x_1 et x_2 en fonction du temps :

Deux microphones sont placés aux abscisses $x_1 > 0$ et $x_2 > x_1$.



→ Signal mesuré en x_1 :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= s(x_1, t) \\ &= s\left(x = 0, t - \frac{x_1}{c}\right) \\ &= S_m \cos\left(\omega t - \underbrace{\omega \frac{x_1}{c}}_{\varphi_1}\right) \end{aligned}$$



→ Signal mesuré en x_2 :

$$s_2(t) = S_m \cos\left(\omega t - \underbrace{\omega \frac{x_2}{c}}_{\varphi_2}\right)$$

→ Expression du déphasage de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$, noté $\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1$, où φ_1 (resp. φ_2) est la phase à l'origine des temps de s_1 en x_1 (resp. s_2 en x_2) :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{2/1} &= \varphi_2 - \varphi_1 \\ &= -\omega \frac{x_2}{c} + \omega \frac{x_1}{c} \\ &= -\frac{\omega}{c}(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

→ Le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ peut s'exprimer en fonction du retard Δt (=durée mise par l'onde pour aller de x_1 vers x_2) lié à la propagation entre les deux microphones :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{2/1} &= -\frac{\omega}{c}(x_2 - x_1) \\ &= -\omega \Delta t \\ &= -2\pi f \Delta t \end{aligned}$$

III.4 Milieu dispersif et vitesse de phase

Définition : Vitesse de phase

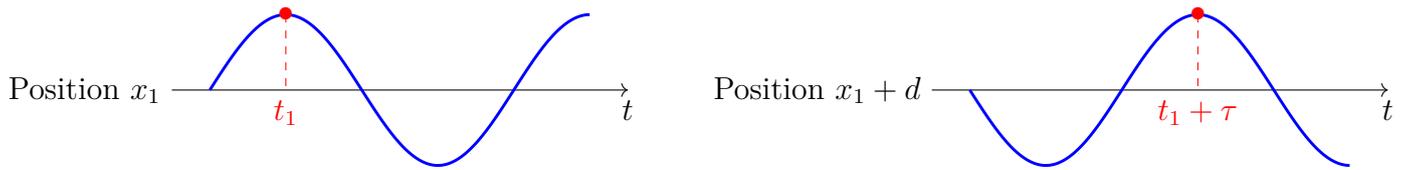
La **vitesse de phase** est la vitesse à laquelle se déplacent les surfaces équiphasées d'une onde monochromatique.

Pour une onde monochromatique $s(x, t) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$, on définit la phase en x à l'instant t :

$$\Phi(x, t) = \omega t - kx + \varphi_0$$

Si à l'instant t_1 à la position x_1 : $\Phi(x_1, t_1) = \omega t_1 - kx_1 + \varphi_0$

L'onde se propage d'une distance d en une durée τ : $\Phi(x_1 + d, t_1 + \tau) = \omega(t_1 + \tau) - k(x_1 + d) + \varphi_0$



On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, t_1) &= \Phi(x_1 + d, t_1 + \tau) \\ \omega t_1 - kx_1 + \varphi_0 &= \omega(t_1 + \tau) - k(x_1 + d) + \varphi_0 \\ 0 &= \omega\tau - kd \\ \frac{d}{\tau} &= \frac{\omega}{k} \\ \frac{d}{\tau} &= \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} \\ \frac{d}{\tau} &= f\lambda \end{aligned}$$

L'onde parcourt la distance d en une durée τ , on en déduit l'expression de la vitesse de phase : $v_\Phi = \frac{d}{\tau} = \frac{\omega}{k} = \lambda f$

Définition : Milieu dispersif

Un **milieu est dit dispersif** si la vitesse de phase v_Φ dépend de la fréquence ou de la longueur d'onde. Pour un milieu non dispersif, on définit la célérité de l'onde comme la valeur commune des vitesses de phases.

Si le milieu est dispersif, les différentes composantes spectrales d'un signal ne vont pas à la même vitesse et donc le signal peut se déformer lors de la propagation. Il s'agit de la principale limite des transmissions réelles.

Une onde non sinusoïdale se propageant dans un milieu dispersif va nécessairement se déformer, et ne peut donc pas être une onde progressive.

Exemple 3. Propagation dispersive/non dispersive

La propagation de la lumière dans l'air est non dispersive. La propagation de la lumière dans l'eau ou dans le verre est dispersive : les radiations lumineuses ne se propagent pas à la même vitesse et sont alors dispersées. On observe ainsi les arcs-en-ciel, et les spectres de lumières polychromatiques à l'aide des prismes.

