

I Niveau 1

Exercice n°2 Pendule simple amorti

Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Pendule simple. Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.

On étudie le mouvement d'un pendule simple constitué d'une masse m accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible et sans masse de longueur ℓ .

L'action de l'air sur la masse est assimilée à une force de frottement fluide linéaire $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$.

La position du point M est repérée par l'angle θ que fait le fil à partir de la verticale descendante.

1. Rédiger le début de tout exercice de mécanique.
2. Établir l'équation du mouvement vérifiée par l'angle θ .
3. En se plaçant dans le cadre des petits angles (en supposant que θ reste très petit devant 1 rad), mettre l'équation différentielle sous la forme $\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ et identifier ω_0 et Q .
4. Résoudre l'équation différentielle précédente dans le cas où Q est supérieur à 0,5 et pour les conditions initiales suivantes : $\theta(t=0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$.
5. Tracer l'allure de $\theta(t)$ et du portrait de phase $\dot{\theta}$ en fonction de θ pour un facteur de qualité de l'ordre de 5.

Exercice n°3 Mesure de la viscosité du fluide

Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme. Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.
- ✓ Influence de la résistance de l'air. Prendre en compte la traînée pour modéliser une situation réelle.
- ✓ Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.

On cherche à mesurer la viscosité dynamique η d'un fluide.

Pour cela, on lâche une bille en acier de rayon $r = 4,8$ mm et de masse $m = 4,08$ g dans une éprouvette remplie du fluide étudié. La bille est assimilée à un point matériel B de masse m .

Le fluide étudié est un mélange glycérine-eau de masse volumique $\rho = 1260$ kg · m⁻³.

La force de frottement fluide exercée par le fluide sur la bille s'écrit $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$.

On note Oz l'axe vertical descendant avec l'origine située à la position à laquelle on lâche la bille.

1. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur la bille. *On n'oubliera pas la poussée d'Archimède.*
2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique pour déterminer l'équation différentielle vérifiée par \dot{z} . On supposera la chute purement verticale.
3. Montrer qu'au bout d'une certaine durée τ , la bille atteint une vitesse limite v_ℓ qu'on exprimera, notamment, en fonction de η .
4. Proposer un protocole permettant de mesurer η . *Vous préciserez le matériel dont vous avez besoin, les mesures à effectuer et leurs exploitations.*

II Niveau 2

Exercice n°4 Brique sur un plan incliné

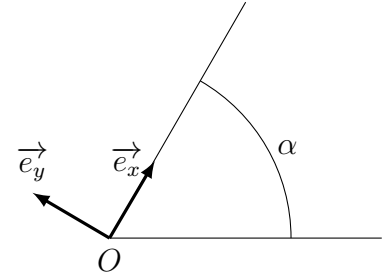
Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.

On considère une brique de masse $m = 600 \text{ g}$ posée sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontale.

La brique est lancée depuis le bas du plan vers le haut avec une vitesse \vec{v}_0 de norme $2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On suppose qu'il existe des frottements solides de coefficients $f = 0,20$ entre la brique et le plan. Ces frottements solides suivent la loi de Coulomb.



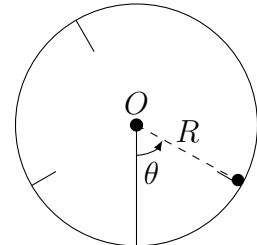
1. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur la brique. Les représenter sur un schéma.
2. En utilisant le principe fondamental de la dynamique, déterminer R_N en fonction de m, g, α .
3. En utilisant la loi de Coulomb, exprimer $\|\vec{R}_T\|$, puis \vec{R}_T .
4. Établir l'équation horaire du mouvement de la brique lors de la montée.
5. Déterminer la date à laquelle la brique s'arrête ainsi que la distance qu'elle aura parcourue.
6. Que devient la brique après l'arrêt ?
Faire deux hypothèses : 1°) la brique reste immobile ; 2°) la brique redescend.
Conclure en utilisant les lois de Coulomb sur le frottement (s'aider du raisonnement mené au § V.4).

Exercice n°5 Chaussette dans un sèche linge

Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.

On étudie le mouvement d'une chaussette à l'intérieur d'un tambour de sèche linge tournant à la vitesse angulaire ω . Ce vêtement est modélisable par un point matériel M de masse m qui se déplace sur un cercle de rayon $R = 300 \text{ mm}$ (tant qu'il est en contact avec le tambour). Les 3 petites butées évitent le glissement du vêtement jusqu'à la perte de contact entre le vêtement et le tambour.



1. Déterminer le vecteur accélération de la chaussette tant qu'elle est en contact avec le tambour.
2. Déterminer la composante normale de la réaction du support sur la chaussette.
3. Déterminer l'angle θ_d pour lequel la chaussette décolle du tambour.
4. Déterminer littéralement puis numériquement la vitesse ω à donner au tambour pour que la chaussette décolle pour $\theta_d = \frac{3\pi}{4}$. Exprimer le résultat en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ puis en tours/min.

III Résolutions de problème

Exercice n°6 Lancer d'une balle

Une balle est lancée au bord du toit d'un immeuble dans une direction faisant un angle α au-dessus de l'horizontale. Elle atterrit 5 secondes plus tard à 50 mètres du pied de l'immeuble. Si la hauteur maximale est de 20 mètres au-dessus du toit, trouvez la vitesse (en norme) avec laquelle elle a été lancée, et l'angle avec laquelle elle a été lancée. On négligera les frottements de l'air.

Exercice n°7 Comment enlever une nappe sans tout faire tomber ?

Suite à un repas de famille, vous souhaitez impressionner vos grands-parents en enlevant la nappe sans enlever au préalable les couverts posés dessus, et si possible sans tout faire tomber par terre !

Quelle accélération devez-vous donner à la nappe pour que les couverts ne tombent pas ?

Exercice n°8 Intensité de précipitations

Toute démarche constructive, même inachevée, sera prise en compte dans l'évaluation. On exposera clairement la modélisation du problème et la démarche suivie. On précisera soigneusement les hypothèses simplificatrices introduites.

Doc 1. Différentes pluies

Il n'existe pas de correspondance officielle entre l'appréciation « qualitative » d'une précipitation (« faible », « modérée » ou « forte ») et son intensité chiffrée, qui peut s'exprimer en millimètres par minute ou millimètres par heure. Le caractère des précipitations dépend de la climatologie locale. Toutefois, en plaine et pour la France métropolitaine, on peut adopter les équivalences suivantes :

| | |
|-----------------------|----------------------|
| Pluie faible continue | 1 à 3 mm par heure |
| Pluie modérée | 4 à 7 mm par heure |
| Pluie forte | 8 mm / heure et plus |

1 millimètre de pluie équivaut à 1 litre d'eau par m².

Lors de certains événements majeurs, les intensités observées atteignent et dépassent les 100 mm par heure ou 60 mm en 30 minutes !

Pour se représenter ce que signifie une telle intensité : 60 mm - 60 litres d'eau au mètre carré - en 30 min soit 2 litres d'eau au mètre carré et par minute, il suffit d'imaginer la quantité d'eau déversée dans une cuisine de 6 m² par un lave-linge (de contenance 12 à 15 L) qui vidangerait chaque minute.

Doc 2. Taille des gouttes

En pratique, la taille des gouttes répond à une distribution statistique, mais on considèrera ici des valeurs moyennes.

Dans le cas de pluies faibles, les gouttes sont généralement de faibles dimensions, que l'on les modélisera comme des sphères de rayon 0,15 mm (bruine).

Dans les situations de très forte averse, avec une quantité de précipitation de 60 mm en 30 minutes, par exemple, les gouttes sont plus grosses et l'on considèrera des gouttes sphériques de rayon 4,0 mm (5 mm est une limite physique au-delà de laquelle les gouttes se fracturent).

Doc 3. Forces de frottement

Un objet sphérique en mouvement à vitesse de norme v dans un fluide subit une force de frottement fluide. On propose deux modèles de frottement fluide :

- le modèle de Stokes, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$
- le modèle quadratique, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\vec{f} = -\frac{1}{2}\rho\pi R^2 C_x v\vec{v}$

Dans ces expressions, R est le rayon de la goutte sphérique, ρ la masse volumique de l'air, η la viscosité de l'air, C_x le coefficient de traînée, de valeur $C_x = 0,5$ pour une sphère.

Doc 4. Nombre de Reynolds R_e

L'adéquation à l'une ou l'autre des deux forces de frottement proposées dans le **doc.3** peut être testée en considérant le nombre de Reynolds, grandeur adimensionnée d'expression : $R_e = \frac{\rho L v}{\eta}$, avec L est une grandeur caractéristique des dimensions de l'objet, ici $L = 2R$ (diamètre de la sphère), ρ la masse volumique de l'air, η la viscosité de l'air, v la norme de la vitesse de l'objet.

On admettra que le modèle de Stokes reste acceptable si le nombre de Reynolds R_e est au maximum de l'ordre de quelques dizaines, et que le modèle quadratique est acceptable pour un nombre de Reynolds supérieur à 1000.

Déterminer le nombre moyen de gouttes de pluie par unité de volume dans l'atmosphère, lors d'une pluie faible (1 mm/heure) et dans le cas d'une très forte averse (60 mm en 30 mn).

Indication : La détermination de la vitesse limite de chute des gouttes est un préalable nécessaire.

Données :

$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $\rho = 1,18 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\eta = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ uSI}$; masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.