Thème II. Mouvements et interactions

TD n°16 Théorème du moment cinétique pour le point matériel

Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail fabienbruno.pcsi@gmail.com .

Après la séance de TD :

- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

I Exercices d'application directe du cours

Exercice 1 QCM

Q1. Les moments par rapport à un point sont des vecteurs. ◯ Vrai ◯ Faux

Q2. Les moments par rapport à un axe sont des vecteurs. ◯ Vrai ◯ Faux

Q3. Le moment d'une force a les mêmes dimensions qu'une énergie. ◯ Vrai ◯ Faux

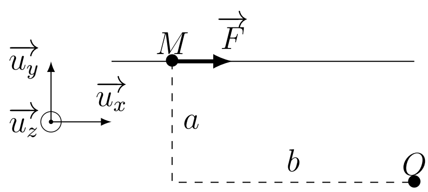
Q4. Le bras de levier est la distance entre le point d'application d'une force et l'axe considéré.
◯ Vrai ◯ Faux

Q5. À quelle autre(s) grandeur(s) physique(s) rencontrée(s) dans le cours de mécanique est homogène le moment d'une force ?
◯ vitesse ◯ énergie ◯ puissance ◯ travail

Q6. Le moment cinétique par rapport à O d'un point matériel M, de masse m, de vitesse $\overrightarrow{v}$ et subissant une force $\overrightarrow{F}$:
- ◯ s'écrit $\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v}$;
- ◯ s'écrit $\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F}$;
- ◯ est nul si sa trajectoire est une droite passant par le point O.

Q7. Une force dont la droite d'action est normale à un axe (Δ) est appliquée à un point matériel. Son moment par rapport à (Δ) :
- ◯ a la même dimension que le travail d'une force ;
- ◯ permet de savoir si la force modifie la vitesse du point matériel ;
- ◯ a un module inversement proportionnel à son bras de levier par rapport à (Δ).

Q8. Le moment $\overrightarrow{\mathscr{M}_O}(\overrightarrow{F})$ de la force $\overrightarrow{F}$ d'intensité F par rapport au point O est :
◯ $Fa\overrightarrow{u_z}$ ◯ $-Fb\overrightarrow{u_y}$ ◯ $-Fb\overrightarrow{u_z}$ ◯ $-Fa\overrightarrow{u_z}$



Exercice 2 Pendule électrostatique

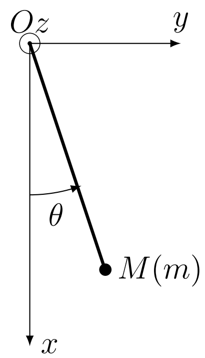
Capacités exigibles :

✓ *Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.*

✓ *Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.*

✓ *Utiliser le théorème scalaire ou le théorème en un point fixe du moment cinétique en référentiel galiléen.*

Un pendule électrostatique est constitué d'une boule de polystyrène expansé recouverte d'une feuille d'aluminium et suspendue à une potence par un fil de masse négligeable. La boule est préalablement chargée avec une charge électrique $Q = 2,3.10^{-4}$ C. L'ensemble est placé entre deux plaques de cuivre planes et parallèles soumises à une différence de potentiel telle qu'elles génèrent un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u_y}$ avec $E = 500$ V $\cdot$ m^{-1}.



La longueur du pendule est $OM = R = 10$ cm et la masse de la boule assimilée à un point M est $m = 20$ g.

L'accélération de la pesanteur est $g = 9,8$ m $\cdot$ s^{-2}.

Q1. Appliquer le théorème du moment cinétique à M.

Q2. Déterminer la position d'équilibre θ_e du pendule.

Q3. On écarte le pendule légèrement de sa position d'équilibre. Déterminer la pulsation ω_0 des oscillations puis calculer sa période T_0.
On admettra que pour $|\varepsilon| \ll \theta_e$, on a $\cos(\theta_e + \varepsilon) \approx \cos(\theta_e) - \varepsilon \sin(\theta_e)$ et $\sin(\theta_e + \varepsilon) \approx \sin(\theta_e) + \varepsilon \cos(\theta_e)$.

II Exercices d'approfondissement

Exercice 3 Masse accrochée à une ficelle

Capacités exigibles :

✓ *Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.*

✓ *Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.*

✓ *Utiliser le théorème scalaire ou le théorème en un point fixe du moment cinétique en référentiel galiléen.*

✓ *Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.*

Le point M de masse m se déplace sans frottement sur un plan horizontal. Il est attaché à un fil inextensible, sans masse et de longueur ℓ. Le fil passe par un trou pratiqué dans le plan horizontal en O. L'autre extrémité du fil est déplacée à la vitesse $\overrightarrow{v} = -v_0\overrightarrow{u_z}$, l'axe Oz étant l'axe vertical ascendant.

Q1. Faire un schéma du dispositif.

Q2. Donner une relation entre la côte z de l'extrémité du fil et la distance $\rho = OM$. En déduire une relation entre les dérivées premières de z et de ρ.

Q3. Montrer que le moment cinétique de M est constant.

Q4. Sachant que la masse est lancée avec une vitesse angulaire ω_0 à partir de la distance d du point O, déterminer $\rho(t)$ et $\omega(t)$.

Q5. En déduire $\theta(t)$ si $\theta(0) = 0$, puis $\rho(\theta)$. Tracer l'allure de la trajectoire de M.

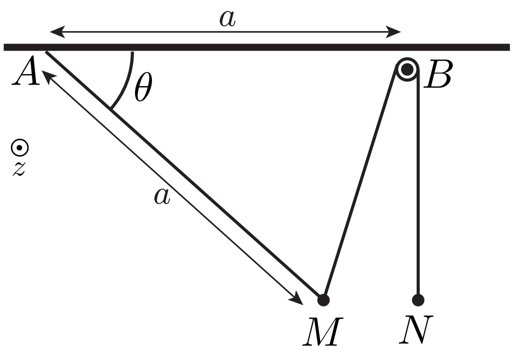
Exercice 4 Équilibre

Capacités exigibles :

✓ *Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.*

✓ *Utiliser le théorème scalaire ou le théorème en un point fixe du moment cinétique en référentiel galiléen.*

Soit un fil inextensible et sans masse, fixé en A à un socle horizontal et passant en B sur une poulie parfaite, de très petites dimensions, avec $AB = a$. Sur le fil, en un point M tel que $AM = a$, est attachée une masse ponctuelle m et, au bout du fil, est aussi accrochée une masse m' en N. Le dispositif est placé verticalement dans le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$.



Q1. Établir le bilan des forces qui s'exercent sur le point M et exprimer leurs moments en A.

Il y a trois forces, et le seul angle devant intervenir dans ces expressions sera l'angle $\theta = \widehat{AB, AM}$. On admettra que la norme de la force exercée par N sur M via le fil vaut $m'g$.

Q2. Trouver une relation vérifiée par l'angle θ lorsque le système est à l'équilibre.

Q3. Trouver la solution de cette équation. On pourra utiliser la relation $\cos(2u) = 2\cos^2(u) - 1$. On discutera de la condition sur m et m' pour que la solution existe.