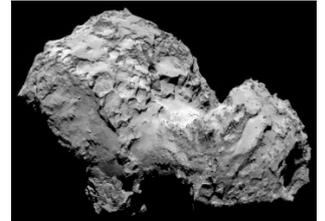


? À rendre le jeudi 21 mars 2024
Devoir Maison n°15 : Mission Rosetta

Travail à rendre :

- Pour tous : parties I, II.2, IV ;
- Si vous n'avez pas de difficultés : vous devez traiter en plus les parties II, III.

Rosetta est une mission spatiale de l'Agence Spatiale Européenne dont l'objectif principal est de recueillir des données sur la composition du noyau de la comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko et sur son comportement à l'approche du Soleil. La sonde spatiale s'est placée en orbite autour de la comète puis, après une période d'observation de plusieurs mois, et après s'être éloignée de la comète pour préparer le largage, a envoyé le 12 novembre 2014 Philae, un petit atterrisseur, se poser à sa surface pour analyser la composition de son sol et sa structure.



Données :

masse volumique de la comète	$\mu_{\text{com}} = 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
masse de la comète	$m_{\text{com}} = 1,0 \cdot 10^{13} \text{ kg}$
période de rotation propre de la comète	$T_{\text{com}} = 12,4 \text{ h}$
masse de la sonde Rosetta	$m_{\text{ros}} = 1500 \text{ kg}$
masse de l'atterrisseur Philae	$m_{\text{ph}} = 98 \text{ kg}$
distance de largage par rapport au centre	$r_{\text{larg}} = 22,5 \text{ km}$
constante gravitationnelle	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
vitesse de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

I Champ gravitationnel de la Comète

Dans cette partie, la comète est modélisée par une boule homogène de masse m_{com} et de masse volumique μ_{com} .

La distance entre un point M et le centre O de la comète est notée r .

Q1. Déterminer le rayon r_{com} de la boule équivalente à la comète.

On admet que le champ de pesanteur de la comète s'écrit $\vec{g}_{\text{com}} = -G \frac{m_{\text{com}}}{r^2} \vec{u}_r$.

Q2. Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de la relation ci-dessus.

Q3. Peut-on considérer le champ de pesanteur de la comète uniforme lors de la chute du module Philae, suite à son largage ?

II Trajectoire de Philae

II.1 Approche numérique de l'équation du mouvement

On étudie la chute libre de l'atterrisseur Philae, dans un référentiel dont l'origine est le centre de la comète et qui tourne avec Rosetta, de sorte que le vecteur \vec{u}_r pointe constamment vers l'atterrisseur (accélération $\vec{a} = \ddot{r} \vec{u}_r$). Ce référentiel peut être considéré comme galiléen à l'échelle de la chute libre.

Q4. Établir l'équation du mouvement de l'atterrisseur Philae, une fois séparé de Rosetta, en projection sur l'axe radial.

Cette équation peut être résolue numériquement. L'évolution temporelle de la distance r est représentée sur la figure 1, à partir de la distance initiale $r(t = 0) = r_{\text{larg}}$, pour différentes vitesses verticales initiales $v_0 = \dot{r}(t = 0)$.

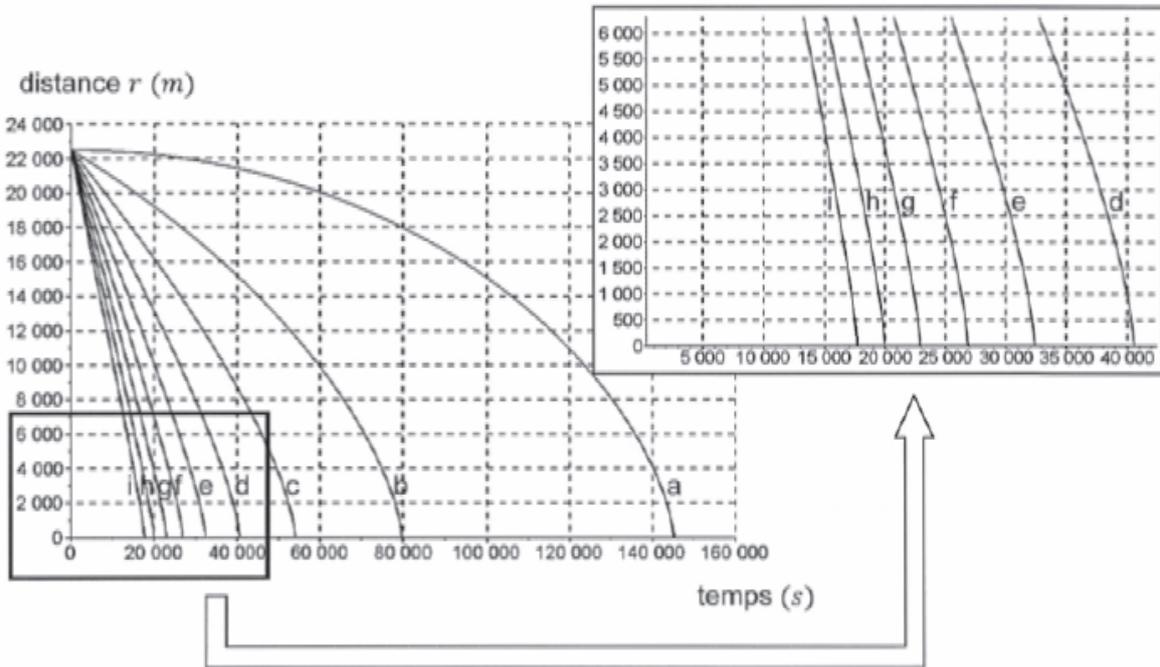


FIGURE 1 – Évolution temporelle de la distance r pour différentes vitesses initiales
 a : $v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b : $v_0 = -0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; c : $v_0 = -0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; d : $v_0 = -0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
 e : $v_0 = -0,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; f : $v_0 = -0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; g : $v_0 = -0,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; h : $v_0 = -1,05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
 i : $v_0 = -1,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Q5. Déterminer la durée τ_0 de la chute de Philae s'il est abandonné par Rosetta avec une vitesse verticale nulle.

Q6. La durée réelle de la chute est $\tau \approx 7 \text{ h}$.

En déduire la vitesse verticale initiale communiquée à l'atterrisseur.

Différentes trajectoires de phase sont représentées sur la figure 2, en fonction de la vitesse verticale initiale.

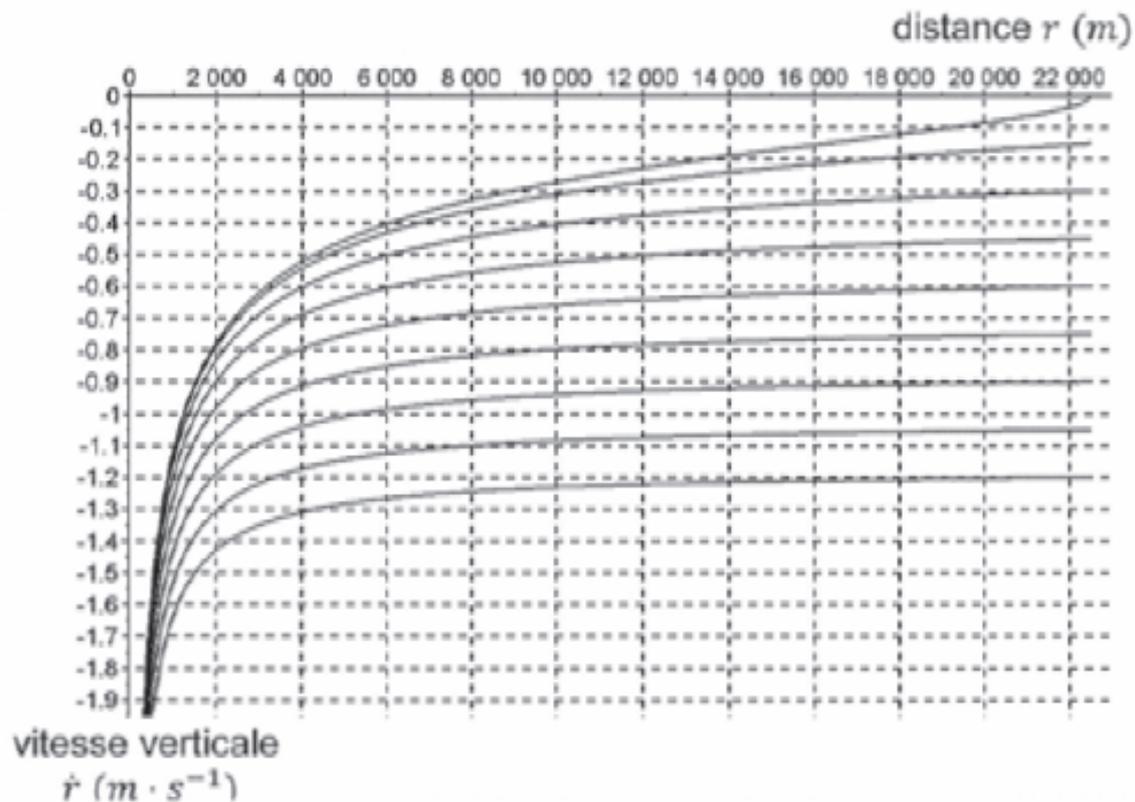


FIGURE 2 – Trajectoires de phase pour différentes vitesses initiales

Q7. Déterminer, par lecture graphique, la vitesse verticale atteinte par Philae au moment du contact avec la comète.

II.2 Approche énergétique

L'objectif est de retrouver la vitesse atteinte par l'atterrisseur au moment du contact avec la comète.

Q8. Établir l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle $\mathcal{E}_{p_{\text{grav}}}$ d'un point matériel de masse m situé à la distance $r > r_{\text{com}}$ du centre de la comète, en fonction de m , m_{com} et r (on fixe $\mathcal{E}_{p_{\text{grav}}}(r \rightarrow \infty) = 0$).

Q9. Lors de la chute de Philae, préciser comment évolue l'énergie mécanique de l'atterrisseur ?

Q10. En déduire, littéralement puis numériquement, la vitesse atteinte par l'atterrisseur lors du contact avec la comète.

III Philae à la surface de la comète

On s'intéresse à présent au module Philae, une fois celui-ci posé sur la surface de la comète.

Q11. Lors du largage de Philae, le 12 novembre 2014, plusieurs journalistes commentent l'événement : « Philae pèse 1,7 grammes sur la comète ». Qu'en pensez-vous ?

On attend une réponse détaillée, à la fois au niveau du vocabulaire employé par les journalistes, que sur les valeurs numériques donnés.

IV Rosetta autour de la Comète

Avant de larguer l'atterrisseur Philae, la sonde Rosetta s'est rapprochée par paliers de la comète. Le 10 septembre 2014, elle se situe sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 30$ km.

- Q12. Donner les expressions en coordonnées polaires de la vitesse et de l'accélération d'un point matériel en mouvement circulaire.
- Q13. Exprimer la vitesse v_1 de la sonde en orbite circulaire de rayon r_1 autour de la comète, en fonction de G , m_{com} et r_1 . Effectuer l'application numérique.
- Q14. En déduire sa période T_1 . Effectuer l'application numérique.

La sonde parcourt, à partir du 8 octobre 2014, une orbite elliptique avec un apocentre A situé à la distance $r_a = r_{\text{max}} = 20$ km du centre O de la comète et un péricentre P caractérisé par $r_p = r_{\text{min}} = 10$ km. Le 15 octobre, la propulsion est utilisée pour placer la sonde sur une orbite circulaire de rayon $r_p = 10$ km.

- Q15. Représenter sur un schéma l'orbite elliptique, en faisant apparaître le centre O de la comète, ainsi que les distances r_a et r_p .
- Q16. Exprimer l'énergie mécanique de la sonde sur l'orbite elliptique.
- Q17. Sur cette orbite, en déduire la vitesse v_p de Rosetta en P , en fonction de G , m_{com} , r_a et r_p . Effectuer l'application numérique.
- Q18. Pour placer la sonde en orbite circulaire de rayon r_p , la propulsion est utilisée lorsque Rosetta est au péricentre. Préciser numériquement la variation de vitesse nécessaire.