Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique)

TP n°19 Pendule pesant

Vendredi 28 mars ou 4 avril 2025

La totalité de l'énoncé doit être lue avant la séance de TP, et les questions précédées d'une étoile * doivent être faites.

Capacité exigibles du programme :

- ✓ **Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période et de l'application de la loi d'Huygens fournie.**
- ✓ **Réaliser l'étude énergétique d'un pendule pesant et mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.**
- ✓ Utiliser une balance de précision.
- ✓ Capacité numérique : Calcul approché du nombre dérivé d'une fonction en un point. Utiliser un schéma numérique pour déterminer une valeur approchée du nombre dérivé d'une fonction en un point.

Objectif

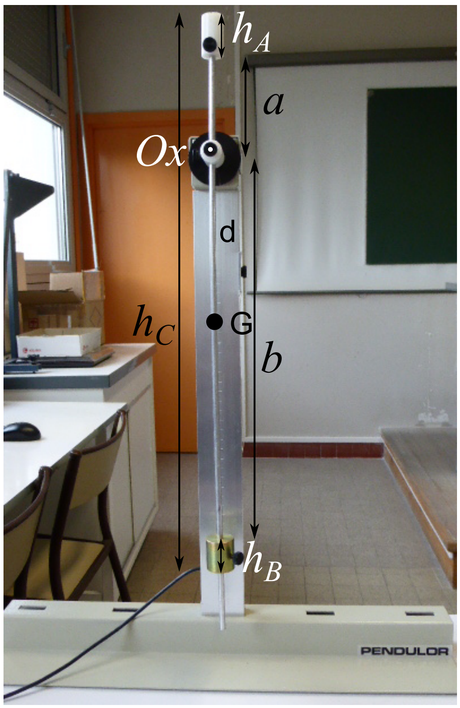
À écrire sur votre compte-rendu !

I Système étudié

On étudie le pendule pesant dont la photo est donnée ci-contre. Les différentes grandeurs sont précisées dessus.

Données :

	masse (g)	rayon (cm)	hauteur (cm)
Cylindre A	$m_A = 16,81$ g	$r_A = 1$ cm	$h_A = 3,5$ cm
Cylindre B	$m_B = 142,80$ g	$r_B = 1,4$ cm	$h_B = 3$ cm
Tige C	$m_C = 56,48$ g	$r_C = 0,3$ cm	$h_C = 59$ cm



Expérience : Premiers réglages

☞ Brancher le câble du pendule sur une entrée latérale de l'interface OrphyLab.
☞ Ouvrir Régressi et ouvrir Fichier ⟶ Nouveau ⟶ OrphyLab.
☞ Choisir le mode d'acquisition sur temporel.
☞ Sélectionner l'entrée utilisée.
☞ Vérifier que le pendule en équilibre correspond bien à une valeur d'angle égale à zéro. Sinon, desserrer la vis située sur l'axe du pendule, tourner le disque noir jusqu'à obtenir la valeur zéro pour le pendule vertical, et serrer délicatement la vis.

II Mesure du moment d'inertie

II.1 Position du centre d'inertie du pendule

Protocole

Q1. * Proposer un protocole simple à mettre en œuvre permettant de déterminer la position du centre d'inertie du pendule.

Expérience

☞ Après validation par le professeur, mettre en œuvre le protocole, et noter précisément sa position par rapport à une extrémité du pendule.

II.2 Mesure du moment d'inertie

La masse totale de l'ensemble est notée m, le moment d'inertie $J_{(Ox)}$ et la distance entre l'axe de rotation (Ox) et le centre de masse G de l'ensemble noté $d = OG$.

Protocole

Q2. * Proposer un protocole permettant de mesurer le moment d'inertie $J_{(Ox)}$. *On pourra s'aider de résultat de cours : aucune démonstration n'est attendue ici.*

Expérience

☞ Décaler la tige pour que le pendule oscille autour d'un axe qui ne passe pas par le centre d'inertie.

☞ Mesurer la distance d entre l'axe de rotation et G.

☞ Après validation par le professeur, mettre en œuvre le protocole.

Mesures

Q3. Noter vos observations et mesures.

☞ Copier dans un dossier `TP19Pendulepesant` de votre dossier personnel le fichier `python` disponible dans la zone `partage : TP19_pendule-pesant_2024-2025.py`. L'ouvrir avec `Spyder`.

☞ Compléter la première partie.

Q4. En déduire la valeur de J_{exp} du moment d'inertie.

Comparaison

Nous souhaitons comparer la valeur de J_{exp} trouvée précédemment avec la valeur attendue J_{calc}. On donne :

- Le moment d'inertie d'un cylindre de masse m, de rayon r et de hauteur h par rapport à un axe perpendiculaire à son axe de révolution et passant par son centre de masse s'écrit : $J_{\text{cylindre}} = \dfrac{mr^2}{4} + \dfrac{mh^2}{12}$
- **Théorème de Huygens** : Le moment d'inertie $J_{\Delta'}$ d'un solide par rapport à un axe $\Delta' = Ox$, parallèle à l'axe $\Delta = Gx$, est relié au moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe $\Delta = Gx$ passant par le centre de masse par : $J_{\Delta'} = J_\Delta + md^2$, avec d la distance entre les deux axes $\Delta' = Ox$ et $\Delta = Gx$ parallèles entre eux.
- Le moment d'inertie d'un solide composé de plusieurs solides, est la somme des moments d'inertie par rapport au même axe de ces solides.
  Ainsi $J_{\text{calc}} = J_{(Ox)}(\text{cyl A}) + J_{(Ox)}(\text{cyl B}) + J_{(Ox)}(\text{tige C})$, avec :
  - $J_{(Ox)}(\text{cyl A}) = J_{(G_Ax)}(\text{cyl A}) + m_A d_A^2 = \dfrac{m_A r_A^2}{4} + \dfrac{m_A h_A^2}{12} + m_A \left(a + \dfrac{h_A}{2}\right)^2$
  - $J_{(Ox)}(\text{cyl B}) = J_{(G_Bx)}(\text{cyl B}) + m_B d_B^2 = \dfrac{m_B r_B^2}{4} + \dfrac{m_B h_B^2}{12} + m_B \left(b + \dfrac{h_B}{2}\right)^2$

- $J_{(Ox)}(\text{tige C}) = \dfrac{m_C r_C^2}{4} + \dfrac{m_C h_C^2}{12} + m_C\left(\dfrac{h_C}{2} - a - h_A\right)^2$

☞ Compléter le fichier avec les mesures de a et b.

☞ Renseigner la formule pour calculer la valeur du moment d'inertie J_{calc} compte tenu des caractéristiques du pendule.

Q5. En déduire la valeur de J_{calc}.

La comparaison nécessite de déterminer les incertitudes sur toutes les mesures, et utiliser par exemple une simulation Monte-Carlo pour déterminer l'incertitude-type sur le moment d'inertie.

III Effet des frottements

III.1 Acquisition

Expérience

☞ Ajouter une plaque jaune, perpendiculairement au plan du mouvement, permettant d'augmenter les frottements de l'air. La masse de la plaque sera négligée devant la masse des autres éléments.

☞ Choisir des paramètres d'acquisition permettant d'observer la décroissance de l'amplitude des oscillations.

☞ Réaliser l'acquisition. Si elle n'est pas satisfaisante, la refaire.

III.2 Exploitation

Expérience

☞ Dans Regressi $\longrightarrow$ Enregistrer Sous, sélectionner Texte avec tabulation (*.txt). Enregistrer le fichier sous le nom `theta_t.txt` dans votre dossier `TP17Pendulepesant`.

☞ Compléter la ligne `fichier=open( ### , "r")` avec le nom fichier à utiliser (a priori : `theta_t.txt`).
Remarque : si le fichier n'est pas trouvé, il faut ajouter le détail du chemin d'accès au fichier. Pour cela, aller dans le dossier où se trouve le fichier `theta_t.txt`, effectuer un clic droit sur le fichier, et cliquer sur « Copier en tant que chemin d'accès », et copier dans la ligne `fichier=open( ### , "r")` à la place de `###`.

☞ Pour calculer la vitesse angulaire, on utilise le fait, qu'à un instant t_i, on peut écrire que le nombre dérivé de θ à t_i : $\dot{\theta}(t_i) = \dfrac{\theta(t_{i+1}) - \theta(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = \dfrac{\theta(t_{i+1}) - \theta(t_i)}{h}$, où h est le pas de calcul de la dérivée, qui est le pas des mesures de θ, et de calcul de la dérivée.
$\theta(t_i)$ est l'élément de rang `i` de la liste `theta`, c'est-à-dire `theta[i]`.
Compléter les lignes nécessaires pour obtenir la liste des vitesses angulaires.

☞ Représenter les évolutions de $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ sur un graphe.

Observation et conclusion

Q6. Reproduire (proprement) les allures des deux courbes de $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$.

Q7. Commenter les allures obtenues.

III.3 Aspect énergétique

Expérience

- Sur le document `python` précédent, compléter les lignes nécessaires pour obtenir les tableaux d'énergie cinétique donnée par $\mathscr{E}_c = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$, d'énergie potentielle de pesanteur donnée par $mgd(1-\cos(\theta))$ et d'énergie mécanique.
- Représenter sur un même graphe les trois énergies précédentes.

Observation et conclusion

Q8. Relever l'allure des trois énergies et commenter.

IV Amélioration

Le calcul numérique de la dérivée de données expérimentales donne souvent des résultats « moches » . En effet, une variation importante de la donnée expérimentale liée à une erreur de pointé (par exemple), donne une valeur de la dérivée bien plus importante que celle qu'elle devrait avoir.

Pour remédier à cela, on peut commencer par « lisser » les données expérimentales par calcul de moyenne glissante. On choisit de calculer la moyenne sur trois points :

$$\theta(t_i) = \frac{\theta(t_{i-1}) + \theta(t_i) + \theta(t_{i+1})}{3}$$

```python
# Tableau thetam des valeurs de y moyennées
thetam=np.zeros(len(theta))
thetam[0]=(theta[0]+theta[1])/2 # instant t=0
thetam[-1]=(theta[-1]+theta[-2])/2 # dernier instant
for i in range(1,len(theta)-1): # le 1er instant et le dernier ne peuvent pas être calculées de la même manière
    thetam[i]=            # à compléter
```

Exploitation

- Reprendre toutes les exploitations précédentes en utilisant la liste `thetam` à la place de `theta`.

Q9. Commenter les allures, et notamment l'effet du lissage.