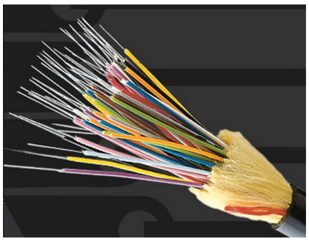
Thème I. Ondes et signaux (Optique géométrique)

Chapitre n°1 Fondements de l'optique géométrique



Plus de 38 millions de foyers français peuvent recevoir maintenant l'internet très haut débit par fibre optique.
Quel phénomène permet de transmettre l'information à l'aide de fibres optiques sur plusieurs centaines de kilomètres ?
La fibre optique est également utilisée dans le domaine médical par exemple dans les fibroscopes.

Au XVIII^{e} siècle, deux modèles décrivant la nature de la lumière s'opposaient : Newton affirmait que les objets lumineux émettaient des corpuscules obéissant aux lois de la mécanique, tandis que Huygens affirmait que la lumière était une onde. Les expériences d'interférences et de diffraction de Fresnel et Young ont un temps permis d'imposer le modèle ondulatoire de la lumière. À la fin du XIX^{ème} siècle, les travaux de Planck sur le corps noir notamment, ont réintroduit le modèle corpusculaire avec la notion de photon.
Aujourd'hui, la lumière est décrite de manière complète par les deux modèles : le modèle corpusculaire (photon) et le modèle ondulatoire (onde électromagnétique). On parle de dualité onde - corpuscule (cf chapitre ultérieur). Ces deux modèles permettent d'expliquer l'ensemble des expériences réalisées jusqu'à maintenant avec la lumière.
Dans ce chapitre et le suivant, on s'intéressera à la modélisation géométrique de la propagation de la lumière et à l'utilisation de la notion de rayon lumineux.

Pré-requis

- 2nde : Thème Ondes et signaux
  - Propagation de la lumière, Spectres d'émission, Lois de Snell-Descartes.
- 1re : Thème Ondes et signaux
  - Relation entre période, longueur d'onde et célérité.
- Terminale : Thème Ondes et signaux
  - Diffraction d'une onde.

Objectifs du chapitre

— Classer les sources lumineuses selon leur spectre,
— Décrire la propagation de la lumière dans le cadre de l'optique géométrique
— Énoncer les lois de Snell-Descartes.
— Étudier les conditions de réflexion totale et les appliquer à l'étude de la fibre optique.

Plan du cours

Ai-je bien appris mon cours ?

1 – 🙂 – 🙁 – Donner les longueurs d'onde d'une radiation rouge, jaune, verte, bleue, violette et inversement.

2 – 🙂 – 🙁 – Définir le modèle de l'optique géométrique.

3 – 🙂 – 🙁 – Quelles sont les limites du modèle de l'optique géométrique ?

4 – 🙂 – 🙁 – Énoncer les lois de Snell-Descartes.

5 – 🙂 – 🙁 – Établir la condition de réflexion totale.

6 – 🙂 – 🙁 – Établir l'expression de l'angle d'incidence maximal à l'entrée d'une fibre optique pour que le rayon puisse être guidé.

7 – 🙂 – 🙁 – Établir l'expression de la durée séparant l'arrivée du début et de la fin d'une impulsion dans une fibre optique.

I Sources lumineuses

I.1 Différentes sources

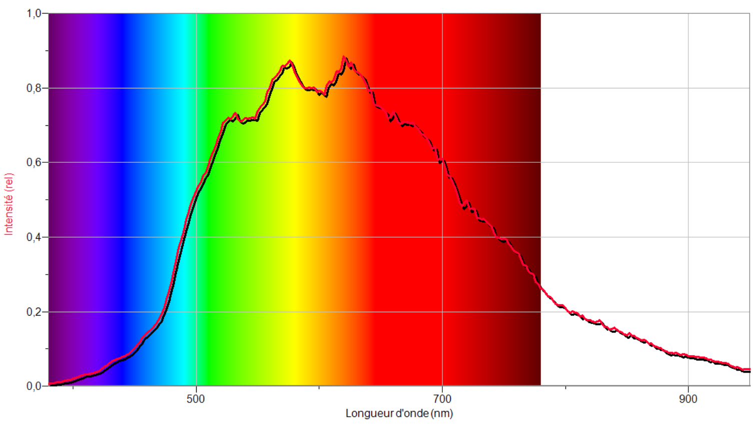
Capacités exigibles : Caractériser une source lumineuse par son spectre.

Expérience

On réalise les spectres de différentes sources lumineuses :

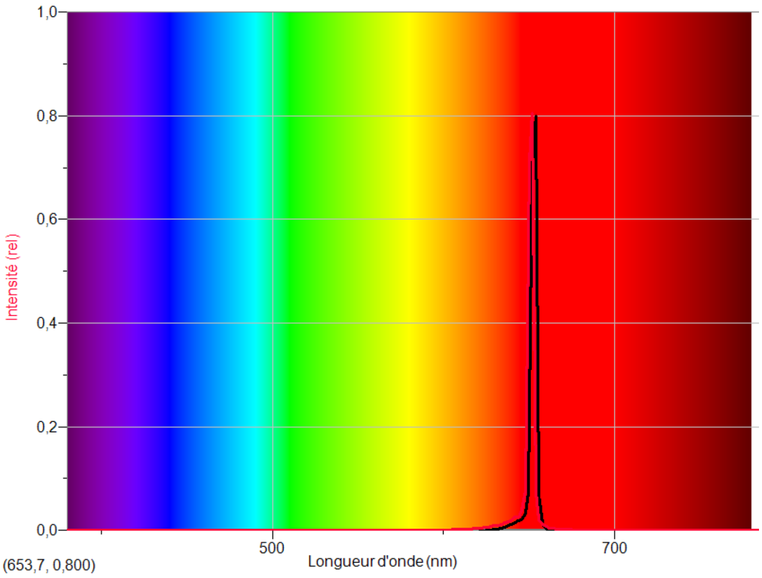
- à l'aide d'un réseau, on réalise le spectre, que l'on visualise sur un écran.
- à l'aide d'un spectromètre à fibre relié à un ordinateur via une interface d'acquisition, on visualise alors l'intensité de chaque radiation en fonction de la longueur d'onde.

Le spectre obtenu avec le spectromètre à fibre est la courbe tracée de l'intensité lumineuse (en unité arbitraire) en fonction de la longueur d'onde. L'avantage du spectromètre à fibre est d'avoir accès directement aux longueurs d'onde présentes dans le spectre ainsi qu'à leurs importances relatives grâce à l'intensité. Ce qui n'est pas possible juste avec une projection d'un spectre sur un écran.
Le fond coloré est seulement là pour vous rappeler les couleurs correspondant aux différentes longueurs d'onde.



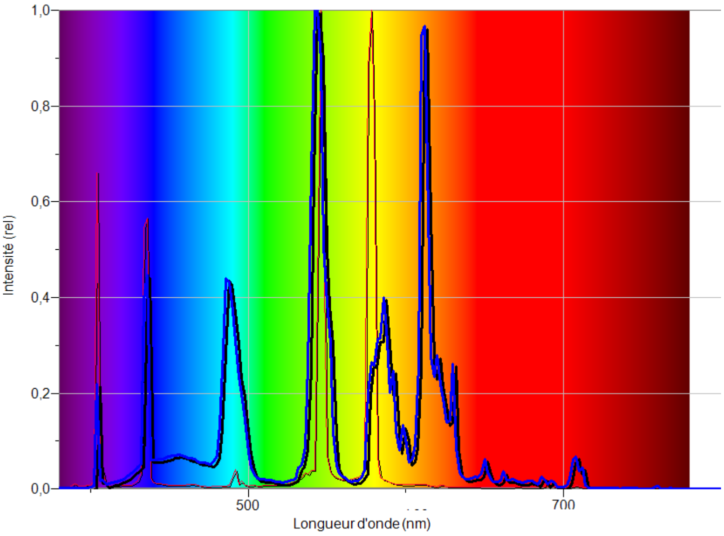
Il s'agit d'un $\boxed{\text{spectre continu}}$ d'une $\boxed{\text{source polychromatique}}$, semblable à celui du Soleil.

FIGURE 1 – Spectre d'une lampe à incandescence



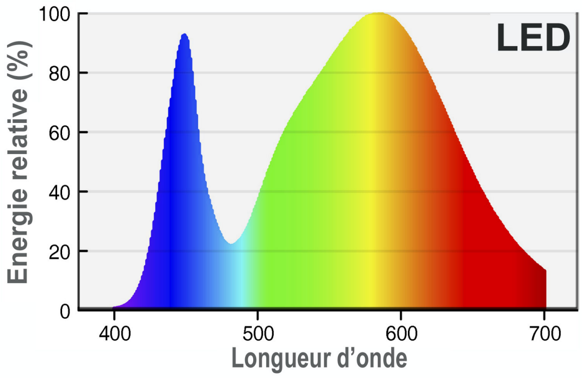
Il s'agit d'un $\boxed{\text{spectre de raie}}$ d'une $\boxed{\text{source monochromatique}}$.

FIGURE 2 – Spectre d'une diode LASER



Il s'agit d'un $\boxed{\text{spectre de raie}}$ d'une $\boxed{\text{source polychromatique}}$. Le spectre de raies d'émission est caractéristique du gaz présent dans l'ampoule (ici du Mercure). L'existence des raies est due à la quantification des niveaux d'énergie de l'élément.
Les lampes fluocompactes contiennent de la vapeur de mercure excitée par décharge. La surface interne de l'ampoule est recouverte d'une couche fluorescente qui absorbe la raie ultraviolette intense du mercure et réemet des radiations réparties dans une bande dans le visible.

FIGURE 3 – Spectres d'une lampe à vapeur de Mercure (trait épais) et d'un tube fluorescent (trait fin).



Les LED blanches sont le plus souvent la combinaison d'une diode émettant dans le bleu avec un luminophore (substance qui émet de la lumière une fois excitée) jaune pour produire de la lumière blanche par superposition du bleu et du jaune..

FIGURE 4 – Spectre d'une LED

I.2 Modèle de la source ponctuelle et monochromatique

Dans la suite nous utiliserons le **modèle de la source ponctuelle et monochromatique** :

- **source ponctuelle** ($\neq$ étendue) = la source est un point de l'espace. Ce point envoie des rayons dans toutes les directions.
- **source monochromatique** ($\neq$ polychromatique) = le spectre ne contient qu'une seule radiation monochromatique.

Une source étendue peut être découpée en une assemblée de sources quasi ponctuelles qui émettent indépendamment les unes des autres. Une source polychromatiques peut être décomposée en sources quasi monochromatiques.

II Modèle de l'optique géométrique

II.1 Propagation dans le vide

<u>Capacités exigibles :</u> **Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.**

À retenir

- La lumière est une onde électromagnétique se propageant dans le vide à la célérité

$$c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3,00.10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Lumière visible : longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 \in \left[400 \text{ nm}; 800 \text{ nm}\right]$.
- La couleur de l'onde lumineuse est caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide, notée λ_0 :

Couleur	Bleu	Vert	Jaune	Rouge
Longueur d'onde dans le vide	450 nm	550 nm	600 nm	650 nm

- Relations entre la célérité de la lumière dans le vide c, la longueur d'onde dans le vide λ_0, la fréquence ν et la période T :

$$c = \lambda_0 \nu \qquad c = \frac{\lambda_0}{T} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

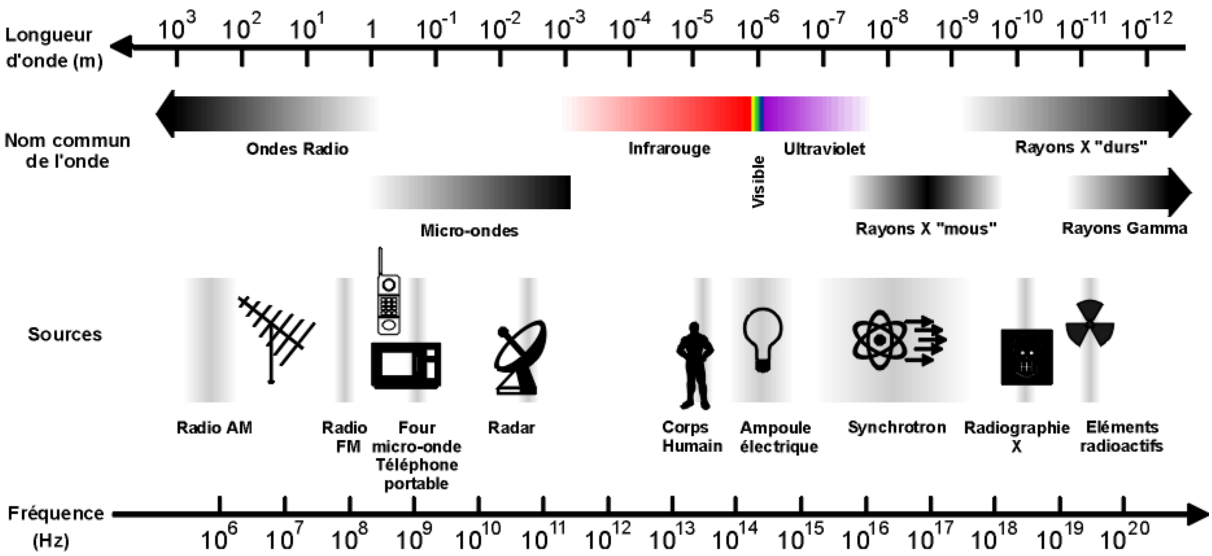


FIGURE 5 – Spectre électromagnétique

II.2 Propagation dans un milieu transparent

Nous nous placerons dans le cadre de milieux :

- **transparents** : ils n'absorbent pas d'énergie lumineuse ;
- **linéaires** : il n'y a pas de modification de la fréquence de l'onde au cours de la propagation ;
- **homogènes** : les propriétés physiques (température, masse volumique, indice de réfraction) sont identiques en tout point ;
- **isotropes** : les propriétés physiques sont identiques dans toutes les directions de l'espace (pas de direction privilégiée).

Définition : Indice de réfraction

- On définit l'**<u>indice de réfraction (optique) d'un milieu transparent</u>** comme le rapport de la célérité de la lumière c dans le vide divisée par la célérité de la lumière v dans le milieu transparent :

$$n = \frac{\text{célérité de la lumière dans le vide}}{\text{célérité de la lumière dans le milieu}} = \frac{c}{v}$$

  c est la vitesse maximale de la lumière, donc v est toujours inférieure à c , donc $n > 1$.
- La vitesse de propagation d'une radiation lumineuse dans un **milieu dispersif** dépend de sa fréquence, donc l'indice de réfraction dépend de la fréquence de la radiation.

Quelques valeurs d'indice de réfraction : $n(\text{vide}) = 1$; $n(\text{air}) = 1,00027 \approx 1$; $n(\text{eau}) = 1,33$; $n(\text{verre}) = 1,5$

À retenir : longueur d'onde dans un milieu transparent

- La fréquence d'une onde est indépendante du milieu dans lequel elle se propage.
- La longueur d'onde λ dans un milieu transparent d'indice n est reliée à la longueur d'onde dans le vide λ_0 :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} < \lambda_0$$

II.3 Modèle de l'optique géométrique

<u>Capacités exigibles :</u> **Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.**

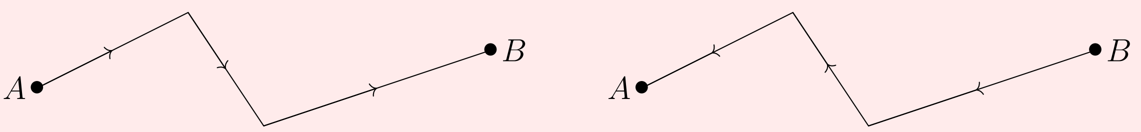
À connaître : Approximation de l'optique géométrique

Dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique, on néglige tous les phénomènes de diffraction. Pour cela, les tailles des instruments d'optique (par exemple diamètre d'une lentille) sont très grandes devant la longueur d'onde λ : $d \gg \lambda$ ($d > 1000\lambda$).

À connaître : Rayons lumineux

Dans le cadre de l'optique géométrique, la propagation de l'énergie lumineuse est décrite à l'aide de la notion de **<u>rayons lumineux</u>** qui vérifient les propriétés suivantes :

- **Propagation rectiligne :** Les rayons lumineux se propagent en ligne droite dans un milieu transparent (d'indice n), homogène (n ne dépend pas de la position) et isotrope (n ne dépend pas de la direction de propagation).
- **Principe du retour inverse de la lumière :** Le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur le même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière.



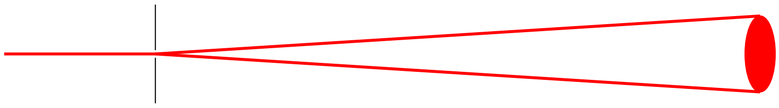
- **Indépendance des rayons lumineux :** Il n'y a pas de phénomènes d'interférences, les rayons lumineux qui se croisent n'interagissent pas entre eux, ils se propagent de façon entièrement indépendante.

REMARQUES

Les rayons lumineux sont un modèle qui permet de décrire la propagation de l'énergie lumineuse dans le cadre de l'optique géométrique, mais il est bien évident qu'en réalité la lumière ne se présente pas sous la forme de rayons infiniment fins. En effet, la diffraction empêche de limiter autant qu'on le souhaite la section des faisceaux lumineux.

II.4 Limite du modèle : la diffraction

Lorsqu'on envoie une onde lumineuse sur un petit obstacle (ou une petite fente), celle-ci se trouve redirigée dans plusieurs directions. Ce phénomène est appelé diffraction.



On ne pourra plus parler de rayon lumineux dans ce cas.

III Lois de Snell (1621) – Descartes (1637)

III.1 Vocabulaire

Définitions

- **Dioptre** : interface séparant deux milieux transparents d'indices différents.
- **Rayon incident** : rayon arrivant sur le dioptre.
- Lorsqu'un rayon lumineux arrive sur un dioptre, ce rayon donne naissance à un **rayon réfléchi** qui repart dans le milieu du rayon incident et à un **rayon réfracté** qui entre dans l'autre milieu.
- Le point I où le rayon incident rencontre le dioptre est appelé **point d'incidence**.
- **Normale** : droite perpendiculaire au dioptre, au point où le rayon incident rencontre le dioptre.
- **Plan d'incidence** : plan contenant la normale et le rayon incident.

III.2 Angles orientés

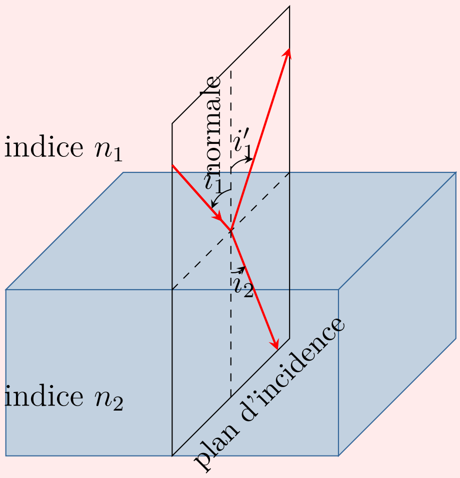
Définitions : Angles orientés

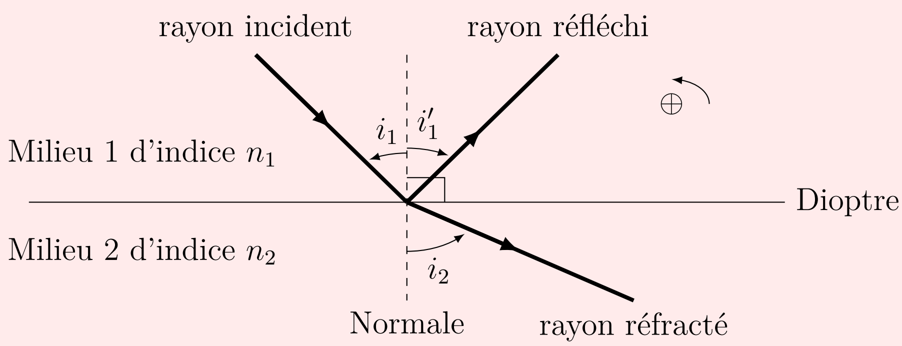
En optique, les angles sont définis **ALGÉBRIQUEMENT à partir de la normale** :

- les angles sont **positifs** pour une **rotation dans le sens trigonométrique** ;
- les angles sont **négatifs** pour une **rotation dans le sens horaire**.

III.3 Énoncé des lois de Snell-Descartes

À retenir : Énoncés des lois de Snell-Descartes





1) Les rayons réfléchi et réfracté appartiennent au plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.
2) L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réflexion i'_1 sont opposés : $i'_1 = -i_1$
3) L'angle d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont reliés par : $n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$

Attention

- Le point **1)** est aussi important que les points **2)** et **3)** donnant les relations entre les angles.
- L'énoncé des lois de Snell-Descartes doit s'accompagner d'un **schéma complet** sur lequel toutes les notations sont introduites.
- Les rayons réfléchi et réfracté sont de l'autre côté de la normale par rapport au rayon incident.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/Descartes.php
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/dioptre_plan.php

Exercice de cours A

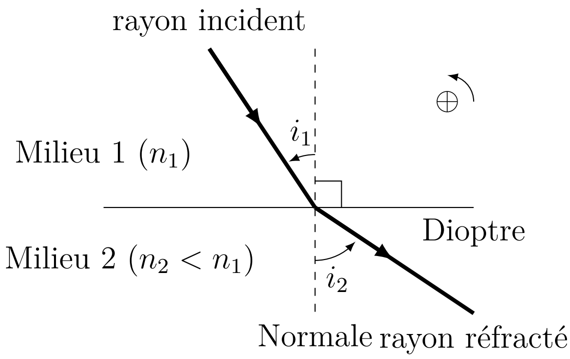
R1. Que se passe-t-il si le rayon incident arrive selon la normale ?

Solution: Un rayon arrivant selon la normale arrive avec un angle d'incidence $i_1 = 0$.
D'après la loi de Snell-Descartes, $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, comme $n_2 \neq 0$, $\sin(i_2) = 0$, soit $i_2 = 0$.
$\boxed{\text{Un rayon incident arrivant selon la normale au dioptre n'est pas dévié.}}$

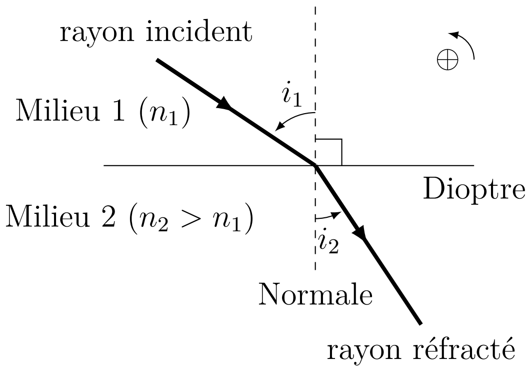
R2. Comparer les angles de réfraction et d'incidence selon les valeurs respectives des deux indices de réfraction.

Solution:

— Si le rayon passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu moins réfringent, c'est-à-dire d'indice $n_2 < n_1$.
D'après la loi de Snell-Descartes $\sin(i_2) = \underbrace{\frac{n_1}{n_2}}_{>1} \sin(i_1)$,
donc $\sin(i_2) > \sin(i_1)$.
Or les angles $i_1, i_2 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, intervalle sur lequel la fonction sinus est croissante.
Ainsi $i_2 > i_1$: le rayon s'éloigne de la normale lorsqu'il passe dans un milieu moins réfringent.



— Si le rayon passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu plus réfringent, c'est-à-dire d'indice $n_2 > n_1$.
D'après la loi de Snell-Descartes $\sin(i_2) = \underbrace{\frac{n_1}{n_2}}_{<1} \sin(i_1)$,
donc $\sin(i_2) < \sin(i_1)$.
Or les angles $i_1, i_2 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, intervalle sur lequel la fonction sinus est croissante.
Ainsi $i_2 < i_1$: le rayon se rapproche de la normale lorsqu'il passe dans un milieu plus réfringent.



Exercice de cours B

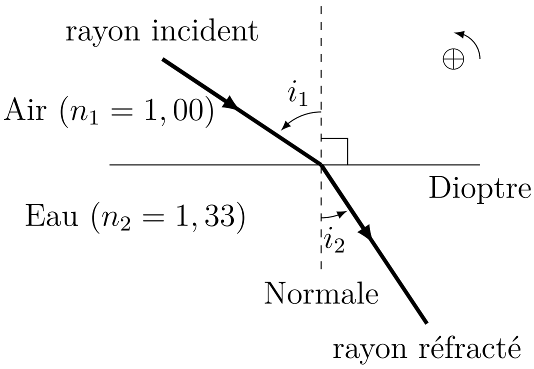
Un rayon lumineux dans l'air tombe sur la surface de l'eau d'indice 1,33.

R1. Déterminer l'angle de réfraction pour un angle d'incidence de 30°.

Solution:

$n_1 = 1,00$, $i_1 = 30°$ et $n_2 = 1,33$
Loi de Snell-Descartes : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, soit

$$\boxed{i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i_1)\right) = 22,1°}$$



R2. Déterminer l'angle d'incidence pour un angle de réfraction de 30°.

Solution: Même schéma et mêmes notations que précédemment.

$$\boxed{i_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\sin(i_2)\right) = 41,7°}$$

REMARQUES

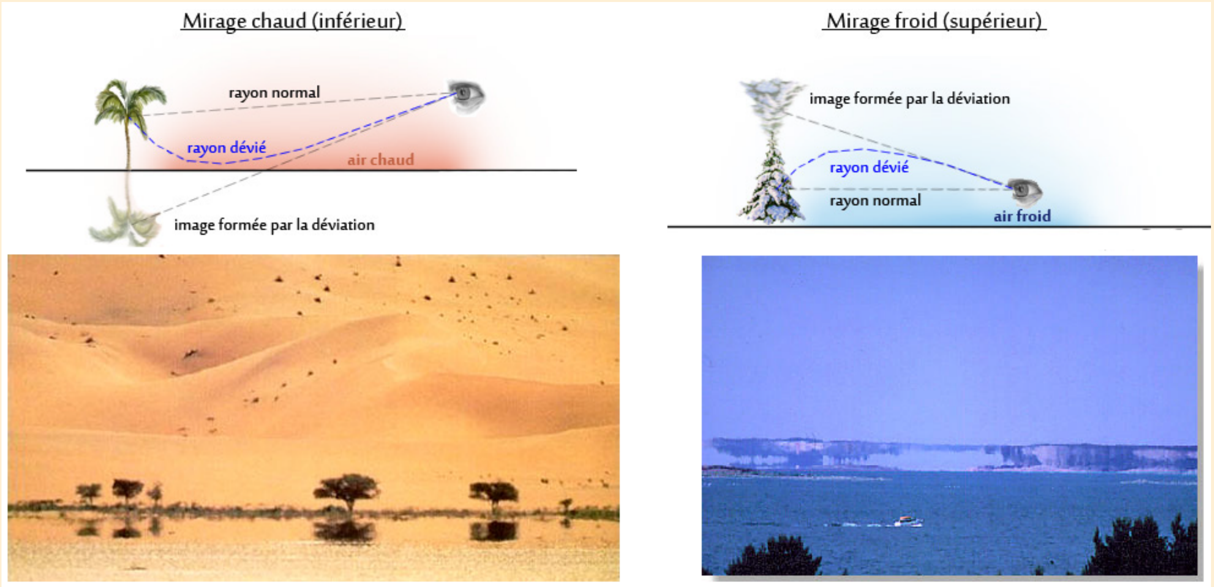


FIGURE 6 – Mirages froid et chaud : les observations sont dues à l'inhomogénéité du milieu traversé par la lumière. La densité de l'air diminue quand la température augmente, ce qui provoque une diminution de l'indice optique. Le milieu n'étant pas homogène, les rayons lumineux ne sont pas rectilignes, mais nos cerveaux interprètent la lumière arrivant dans les yeux comme venant en ligne droite, ce qui donne l'impression de voir quelque chose à un endroit où ça n'est pas : c'est le mirage.

IV Réflexion totale

IV.1 Condition de réflexion totale

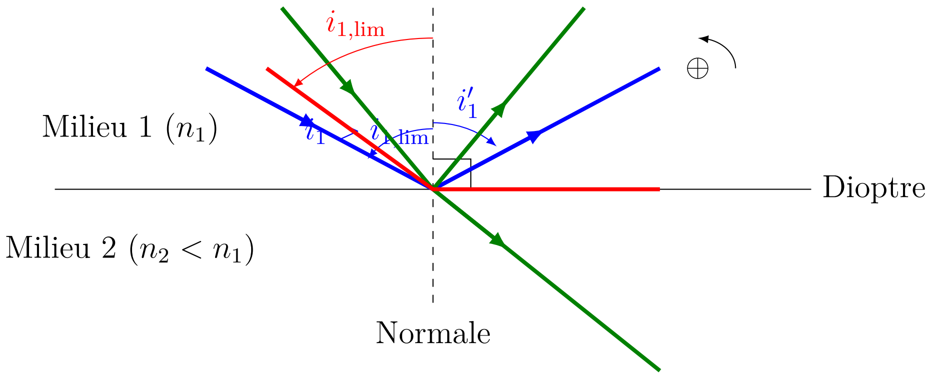
Capacités exigibles : Établir la condition de réflexion totale.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/dioptre_plan.php

Raisonnement à connaître : Condition de réflexion totale

R1. Lorsque la lumière passe d'un milieu 1 à un milieu 2 moins réfringent ($n_2 < n_1$), que se passe-t-il si l'angle d'incidence i_1 « devient trop grand » ?

Solution:
Cf animation lien ci-dessus.



Le rayon s'éloigne de la normale lorsque le rayon passe dans un milieu moins réfringent : $i_2 > i_1$.
Ainsi $i_2 = \dfrac{\pi}{2}$ pour un angle $i_{1,\text{lim}} < \dfrac{\pi}{2}$. Pour $i_1 > i_{1,\text{lim}}$, i_2 ne peut plus exister, il n'y a plus de rayon réfracté.
L'énergie lumineuse ne pouvant disparaître, la totalité de la lumière incidente est réfléchie : c'est la réflexion totale.

R2. Déterminer l'angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}}$ au-delà duquel il n'existe plus de rayon réfracté. Que devient alors l'énergie lumineuse ? Ce phénomène s'appelle la **réflexion totale**.

Solution:
L'angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}}$ au-delà duquel il n'existe plus de rayon réfracté est l'angle pour lequel l'angle $i_2 = \dfrac{\pi}{2}$.

D'après la loi de Snell-Descartes, $n_1 \sin(i_{1,\text{lim}}) = n_2 \underbrace{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)}_{=1}$, soit $\boxed{i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)}$

L'énergie lumineuse est entièrement transmise dans le rayon réfléchi.

Méthode : Établir les conditions de réflexion totale

1. Vérifier que le rayon lumineux se propage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent (deuxième milieu d'indice plus faible que le premier).
2. Calculer l'angle d'incidence limite qui permet d'avoir un angle de réfraction égal à $\dfrac{\pi}{2}$, en utilisant la loi de Snell-Descartes de la réfraction.
3. Il y a réflexion totale si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle d'incidence limite.

À retenir : Conditions de réflexion totale

Pour avoir réflexion totale, le rayon réfracté ne doit pas exister. Pour cela, il faut :

- que le rayon lumineux se propage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent (deuxième milieu d'indice plus faible que le premier) ;

ET

- que l'angle d'incidence soit supérieur à l'angle d'incidence limite obtenu pour un angle de réfraction égal à $\dfrac{\pi}{2}$.

Exercice de cours C   Réflexion totale sur un dioptre air-eau
Dans le cas du dioptre air-eau, déterminer les conditions pour avoir réflexion totale.
On donne : $n_{\text{air}} = 1,00$ et $n_{\text{eau}} = 1,33$.

Solution:
Pour qu'il se produise le phénomène de réflexion totale, il faut vérifier deux conditions :

— le deuxième milieu doit être moins réfringent, ainsi il y a réflexion totale dans le cas du dioptre air-eau si le rayon lumineux passe de l'eau vers l'air.

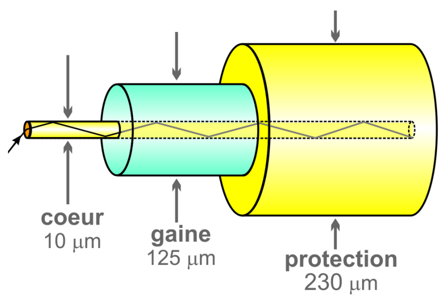
— l'angle d'incidence i_1 doit être supérieur à l'angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}}$ pour lequel l'angle de réfraction est égal à $\dfrac{\pi}{2}$
D'après la loi de Snell-Descartes
$$n_{\text{eau}} \sin(i_{1,\text{lim}}) = n_{\text{air}} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1}$$
Soit $\boxed{i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\dfrac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right) = 48,8°}$
Il se produit le phénomène de réflexion totale lors du changement de milieu eau⟶air avec un angle d'incidence supérieur à 48,8°.

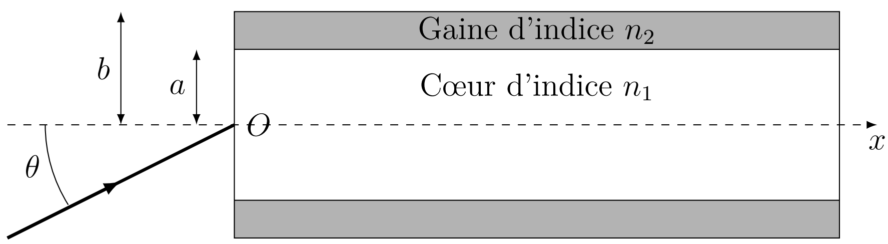
IV.2 La fibre optique à saut d'indice

<u>Capacités exigibles :</u> **Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.**

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre (ou de plastique) appelé cœur ou âme, LTHI (linéaire, transparent, homogène, isotrope) d'indice n_1 et de rayon R, entourée d'une gaine transparente d'indice de réfraction n_2. La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre mais évite aussi les fuites de lumière vers d'autres fibres en cas de contact. Actuellement le diamètre du cœur d'une fibre varie de 3 à 200 µm selon les propriétés et le diamètre extérieur de la gaine peut atteindre 400 µm. La gaine est entourée par un matériau protecteur (plastique en général) pour atteindre un diamètre total de l'ordre du millimètre.

Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe du cylindre (Ox) formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0. On s'intéresse à la trajectoire d'un rayon lumineux situé dans le plan de symétrie contenant l'axe(Ox).





Définition : Cône d'acceptance

Le **cône d'acceptance** d'une fibre optique est le cône à l'intérieur duquel les rayons incidents seront guidés par réflexion totale interne.
On définit l'**ouverture numérique** $n_0 \sin(\theta_{\text{max}})$ où n_0 est l'indice optique du milieu d'où provient le rayon et θ_{max} l'angle au sommet du cône d'acceptance.

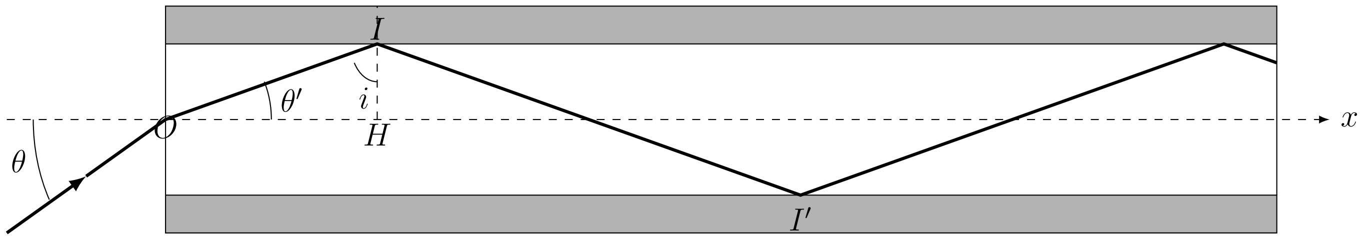
Définition : Dispersion intermodale

Les rayons parvenant dans la fibre avec des angles d'incidence différents suivent des chemins optiques (ou modes) différents. À chaque mode correspond un temps de parcours légèrement différent, ce qui entraîne une **dispersion intermodale**.
On définit le **retard intermodal** qui est le temps de retard à l'arrivée du rayon le plus lent (le plus incliné) par rapport au rayon le plus rapide (rayon axial).

Exemple de cours à connaître : La fibre optique

R1. Quel phénomène physique permet de guider la lumière dans la fibre, sans perte d'énergie au cours du parcours ? Comment doit-on alors choisir n_1 et n_2 ? En supposant que cette condition est remplie, faire un schéma du trajet d'un rayon à travers la fibre, en représentant plusieurs réflexions sur l'interface cœur/gaine.

Solution: C'est le phénomène de $\boxed{\text{réflexion totale}}$ qui permet de guider la lumière dans la fibre sans perte d'énergie au cour du parcours. La totalité de l'énergie du faisceau incident est réfléchie, il n'y a pas de lumière transmise.
Pour qu'il puisse se produire une réflexion totale, il faut que $\boxed{n_2 < n_1}$
En entrant dans la fibre, le rayon passe de l'air à un milieu plus réfringent, il se rapproche donc de la normale (axe (Ox)), puis arrivant sur le dioptre en I, le rayon est totalement réfléchi selon la loi de Descartes de la réflexion, il arrive sur le dioptre en I' avec le même angle qu'en I, il se produit donc également une réflexion totale ...



Cône d'acceptance

R2. Établir la condition sur l'angle d'incidence sur le dioptre cœur/gaine pour qu'il s'y produise une réflexion totale.

Solution: Au niveau du dioptre cœur/gaine, il y a réflexion totale si l'angle d'incidence i est supérieur à l'angle limite i_{lim} tel que $n_1 \sin(i_{\text{lim}}) = n_2 \sin(\pi/2)$.

La condition s'écrit $\boxed{\sin(i) > \sin(i_{\text{lim}}) = \dfrac{n_2}{n_1}}$ (1)

R3. En déduire une condition sur l'angle de réfraction au niveau du dioptre air/cœur.

Solution:
Dans le triangle OIH rectangle en H : $\theta' + i = \dfrac{\pi}{2}$, donc $\boxed{\theta' = \dfrac{\pi}{2} - i}$

La condition précédente s'écrit : $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta'\right) > \dfrac{n_2}{n_1}$

Soit $\boxed{\cos(\theta') > \dfrac{n_2}{n_1}}$ (2)

R4. En déduire que ce rayon peut être guidé dans le cœur si le rayon incident parvient dans le cône d'acceptance d'angle au sommet $\theta_{\max}$ qui vérifie ON $= n_0 \sin(\theta_{\max}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

On donne : $\sin\Big(\arccos(x)\Big) = \sqrt{1-x^2}$ et $\cos\Big(\arcsin(x)\Big) = \sqrt{1-x^2}$.

Solution:
Appliquons la relation de Snell-Descartes en O : $\boxed{n_0 \sin(\theta) = n_1 \sin(\theta')}$ (3)

$\cos(\theta') > \dfrac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta' < \arccos\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$ (cos décroissant sur $[0, \pi/2]$).

Soit $\sin(\theta') < \sin\left(\arccos\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)\right)$ (sin croissant sur $[0, \pi/2]$).

D'après (3), on peut écrire que : $\sin(\theta) < \dfrac{n_1}{n_0}\sin\left(\arccos\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)\right)$

Soit $\sin(\theta) < \dfrac{n_1}{n_0}\sqrt{1 - \dfrac{n_2^2}{n_1^2}}$

Le rayon incident peut être guidé tant que θ reste est inférieur à $\boxed{\theta_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}\right)}$

On en déduit l'ouverture numérique : $\boxed{ON = n_0 \sin(\theta_{\max}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$

R5. Faire l'application numérique pour : $n_1 = 1,500$ et $n_2 = 1,489$.

Solution:
A.N. : $ON = 0,181$

Dispersion intermodale

Une impulsion lumineuse arrive à $t = 0$, au point O sur la fibre précédente de longueur L, sous la forme d'un faisceau conique convergent d'axe Ox et de demi-angle au sommet $\theta_i < \theta_{\max}$.

R6. Quel rayon a la durée de parcours la plus courte ? Déterminer cette durée $t_{\min}$ minimale en fonction de L, n_1 et c.

Solution:
Le rayon qui sortira en premier de la fibre est celui qui entre en O selon la normale, il est alors confondu avec l'axe (Ox).

La lumière se propage à la vitesse $v_1 = \dfrac{c}{n_1}$ dans le cœur.

Il mettra le temps $\boxed{\tau_1 = \dfrac{L}{c/n_1} = \dfrac{n_1 L}{c}}$ pour parcourir la fibre.

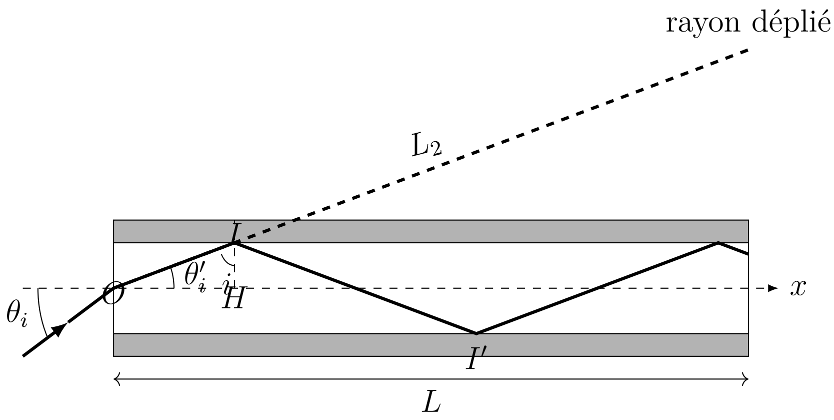
R7. Quel rayon a la durée de parcours la plus longue ? Déterminer cette durée $t_{\max}$ maximale en fonction de L, n_1, c et θ_i.

Solution:
Le rayon qui sortira en dernier est celui qui parcourra la plus grande distance dans la fibre, c'est celui qui arrive avec l'angle le plus élevé dans la fibre, c'est-à-dire avec l'angle θ_i.
D'après le schéma, la distance L_2 parcourue est l'hypoténuse du triangle correspondant au rayon « déplié »

Soit $L_2 = \dfrac{L}{\cos(\theta_i')}$

La lumière met le temps $\tau_2 = \dfrac{n_1 L_2}{c} = \dfrac{n_1 L}{c\cos(\theta_i')}$ (qui est bien supérieur à τ_1, puisque $\cos(\theta_i') < 1$).

Or $\sin(\theta_i) = n_1 \sin(\theta_i')$,
donc
$\cos(\theta_i') = \cos\left(\arcsin\left(\dfrac{\sin(\theta_i)}{n_1}\right)\right)$
Avec la formule de trigo rappelée
$\cos(\theta_i') = \sqrt{1 - \dfrac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}$
Ainsi $\boxed{\tau_2 = \dfrac{n_1 L}{c\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}}}$



R8. Calculer l'élargissement temporel Δt de cette impulsion à la sortie de la fibre, avec $L = 10$ m et $\theta_i = 8°$. Cet élargissement temporel correspond au retard intermodal.

Solution:
L'impulsion s'élargit temporellement car selon la direction incidente le temps mis par l'impulsion pour traverser la fibre n'est pas le même.

Élargissement temporel : $\Delta t = \tau_2 - \tau_1 = \dfrac{n_1 L}{c\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}} - \dfrac{n_1 L}{c}$

Soit $\boxed{\Delta t = \dfrac{n_1 L}{c}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}} - 1\right)}$

A.N. $\underline{\Delta t = 0,22 \text{ ns}}$

REMARQUES

Cette fibre peut transmettre une impulsion toutes les 0,22 ns, son débit vaut donc $\dfrac{1 \text{ bit}}{0,22.10^{-9} \text{ s}}$,
soit $4,5.10^9$ b/s $= 4,5$ Gb/s
Les débits maximum que l'on peut obtenir avec des câbles ethernets (constitués de câbles métalliques torsadés) et le wifi sont rassemblés dans le tableau suivant (pour une distance ou une longueur de câble de 10 m).

Wifi	Fast Ethernet	Ethernet Gigabit
54 Mb/s	100 Mb/s	1 Gb/s

Le débit de cette fibre optique est supérieur aux débits proposés, elle peut donc servir à toutes ces applications, avec une marge de manœuvre.