

Thème I. Ondes et signaux (Optique géométrique) Chapitre n°2 Formation des images

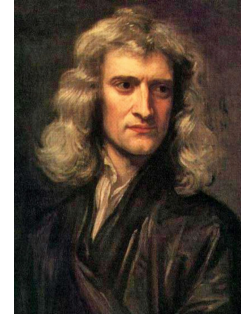
Quelques scientifiques ayant travaillé sur les miroirs et les lentilles :



GALILÉE (1564-1642) utilisant sa lunette



René DESCARTES (1596-1650)



Issac NEWTON (1643-1727)

Quelques instruments utilisant des lentilles et des miroirs :



Appareil photographique numérique



Lunette astronomique



Télescope de Newton



Microscope

Pré-requis

- 2^{nde} : Thème Ondes et signaux
 - Lentilles, modèle de la lentille mince convergente : foyers, distance focale.
 - Utiliser le modèle du rayon lumineux pour déterminer graphiquement la position, la taille et le sens de l'image réelle d'un objet plan réel donnée par une lentille mince convergente.
 - Définir et déterminer géométriquement un grandissement.
 - Modéliser l'œil.
- 1^{re} : Thème Ondes et signaux
 - Relation de conjugaison d'une lentille mince convergente. Grandissement.
 - Image réelle, virtuelle, droite, renversée.
 - Utiliser des grandeurs algébriques.
- Terminale : Thème Ondes et signaux
 - Modèle optique d'une lunette astronomique avec objectif et oculaire convergents.
 - Grossissement d'une lunette afocale.

Objectifs du chapitre

- Construire l'image d'un objet par un miroir, une lentille mince convergente ou divergente.
- Connaître et utiliser les relations de conjugaison pour les lentilles minces afin de déterminer la position d'une image connaissant celle d'un objet (ou inversement).
- Étudier des dispositifs optiques : l'œil, l'appareil photographique, la lunette astronomique, le microscope.

Plan du cours

I Miroir plan	3
I.1 Construction d'une image	3
I.2 Stigmatisme rigoureux	4
II Conditions de Gauss	4
II.1 Stigmatisme approché	4
II.2 Conditions de Gauss	6
III Lentilles minces	6
III.1 Différentes lentilles	6
III.2 Centre optique	6
III.3 Objet et image	7
III.4 Foyers et plans focaux	7
III.5 Distance focale et vergence	9
IV Constructions géométriques avec les lentilles	9

IV.1 Construction d'un rayon	9
IV.2 Construction de l'image d'un objet	10
IV.2.a) Principe	10
IV.2.b) Cas des lentilles convergentes	11
IV.2.c) Cas des lentilles divergentes	14
V Calculs	16
V.1 Repérage	16
V.2 Relations de conjugaison	17
V.3 Projection de l'image d'un objet réel	18
VI Exemples d'instrument d'optique	20
VI.1 L'œil	20
VI.1.a) Modélisation	20
VI.1.b) Limite de résolution angulaire	21
VI.1.c) Plage d'accommodation	21
VI.2 Appareil photographique	22
VI.2.a) Modélisation	22
VI.2.b) Profondeur de champ	23

Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Construire l'image d'un objet par un miroir plan.
- 2 – 😊 – 😞 – Définir les conditions de Gauss et expliquer l'intérêt de s'y placer.
- 3 – 😊 – 😞 – Expliquer le lien entre le stigmatisme approché et les caractéristiques d'un détecteur.
- 4 – 😊 – 😞 – Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.
- 5 – 😊 – 😞 – Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux par une lentille mince convergente ou divergente, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
- 6 – 😊 – 😞 – Énoncer les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et Newton.
- 7 – 😊 – 😞 – Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.
- 8 – 😊 – 😞 – Donner la modélisation de l'œil.
- 9 – 😊 – 😞 – Définir et donner l'ordre de grandeur de la limite de la résolution angulaire.
- 10 – 😊 – 😞 – Définir punctum proximum, punctum remotum, accommodation. Donner l'ordre de grandeur de la plage d'accommodation.
- 11 – 😊 – 😞 – Donner la modélisation de l'appareil photographique.
- 12 – 😊 – 😞 – Construire géométriquement la profondeur de champ d'un appareil photo pour un réglage donné.

I Miroir plan

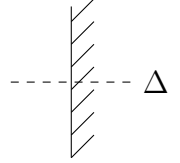
I.1 Construction d'une image

Capacités exigibles : Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/miroirs/miroir_plan.php

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante (symbole ci-contre).

Le système optique constitué du miroir plan possède un axe de révolution, qui est orthogonal au miroir : toute rotation autour de cet axe laisse inchangée la marche des rayons. Cet axe est l'**axe optique du système** (Δ).

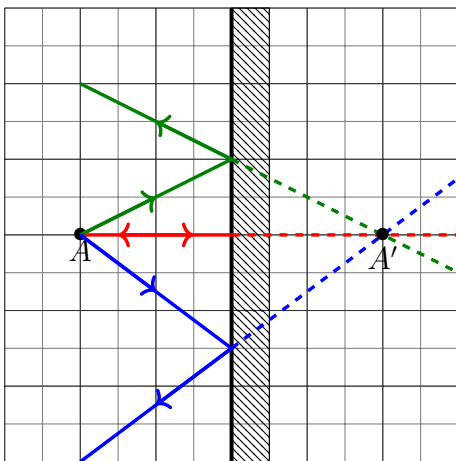


♥ À retenir : Règles de tracés

- Les rayons doivent être tracés à la règle, et chaque rayon avec un stylo (ou feutre fin) de couleur différente.
- Les rayons doivent être orientés par une **flèche**.
- Les rayons incidents et les rayons émergents sont tracés en **traits pleins**, avec une **flèche dessus**.
- Les **prolongements** des rayons incidents et les prolongements des rayons émergents sont tracés en **traits pointillés**.

🔪 Construction de l'image par un miroir plan

R1. Tracer la marche de trois rayons issus de A et frappant le miroir en trois points différents.



R2. Tracer le prolongement en pointillés (ces rayons n'existent pas) des rayons réfléchis dans la partie arrière de (\mathcal{M}). Commenter.

Solution: Pour un observateur placé en avant du miroir, tous les rayons issus de A et réfléchis par le miroir semblent provenir du point A' , symétrique du point A par rapport au miroir plan.

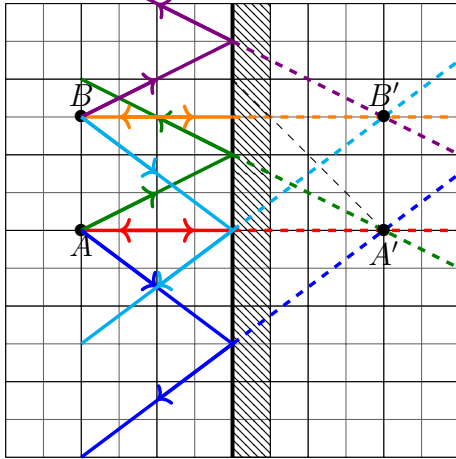
Le prolongement des rayons réfléchis dans la partie arrière du miroir se croisent. Les rayons réfléchis semblent provenir de ce point d'intersection : c'est l'image A' de A par le miroir.

On dit qu'elle est virtuelle, car elle est à l'intersection des prolongements des rayons réfléchis, et ne peut pas être projetée sur un écran. Cependant elle existe : on la voit !

Considérons un objet (AB) réel perpendiculaire à l'axe optique du miroir.

R3. Tracer l'image $A'B'$ de cet objet par le miroir.

Solution:



R4. Comment est-elle par rapport à l'objet ?

Solution: L'image est symétrique de l'objet par rapport au miroir. Comme elle est virtuelle, on la représente en pointillés.

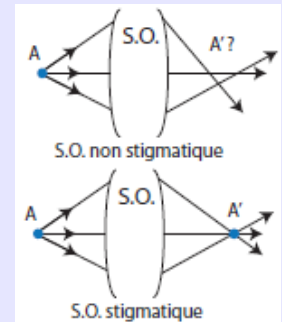
I.2 Stigmatisme rigoureux

Définition : Stigmatisme rigoureux

Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique** s'il donne d'un objet ponctuel A un point image A' unique.

On dit que A' est l'image de A ou que A et A' sont **conjugués par le système optique**.

Dans ce cas, il existe une relation entre la position de l'image et celle de l'objet appelée formule de conjugaison.



À retenir : Stigmatisme rigoureux du miroir plan

Le miroir plan est le seul système rigoureusement stigmatique pour tout point objet.

II Conditions de Gauss

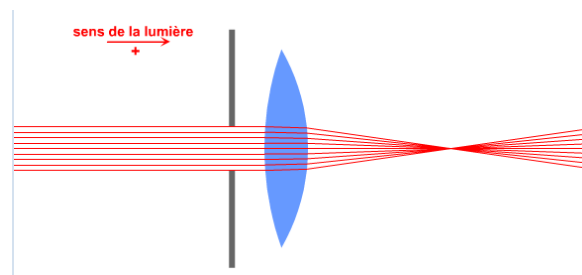
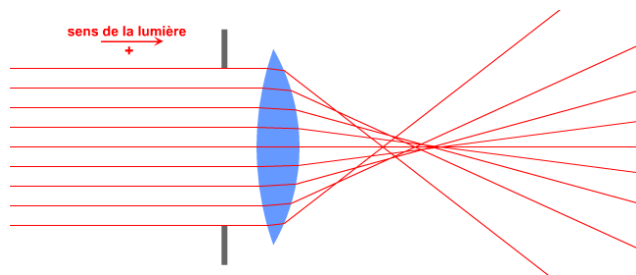
II.1 Stigmatisme approché

Capacités exigibles : Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.

Lorsque l'on prend en photo un paysage, on souhaite que l'image obtenue sur le capteur numérique soit la plus nette possible. Le système optique contenu dans l'objectif de l'appareil photo (lentilles minces) doit vérifier un certain nombre de propriétés, que l'on va énoncer.

On considère un point source A placé à l'infini sur l'axe optique avant une lentille mince convergente.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php



→ La lentille réalise-t-elle un stigmatisme rigoureux dans ces conditions ?

Solution:

Les rayons issus d'un point objet ne se croisent pas en un unique point après la lentille, par conséquent la lentille ne réalise pas un stigmatisme rigoureux dans ces conditions.

→ Quel dispositif, placé à proximité de la lentille, permet de s'approcher du stigmatisme rigoureux ? Quel autre effet aurait-il sur l'image ?

Solution:

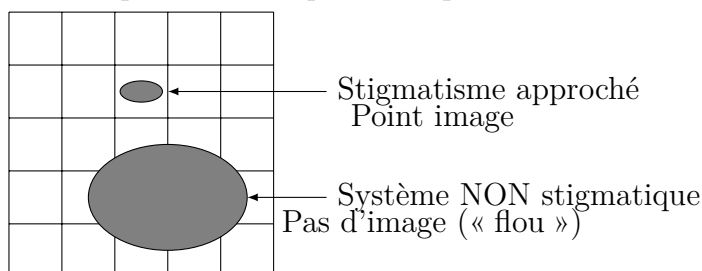
Le diaphragme permet de s'approcher du stigmatisme rigoureux, on constate en effet qu'en sa présence, et d'autant plus qu'il est fermé, les rayons se croisent dans une zone restreinte de l'espace. On constate donc qu'en ne permettant pas aux rayons éloignés de l'axe optique de traverser la lentille on obtient un meilleur stigmatisme.

En limitant les rayons lumineux qui traversent la lentille, le diaphragme aura également comme conséquence de rendre l'image moins lumineuse. Il faudra faire un compromis entre stigmatisme et luminosité.

Le stigmatisme rigoureux est-il nécessaire pour avoir une image nette ? Autrement dit, à quelle condition verra-t-on un point et non une tache ?

Qu'il s'agisse de la rétine de l'œil ou d'un capteur d'appareil photo numérique, les capteurs sont constitués de cellules : les cônes/bâtonnets sur la rétine et les pixels pour l'appareil photo. Cela confère au capteur une **résolution maximale** : le récepteur ne peut pas distinguer des détails plus petits que le plus petit élément qui le constitue. Des rayons émergeant du système optique parvenant sur la même cellule photosensible du capteur peuvent être considérés comme confondus. L'observateur aura donc l'impression de voir un point.

Illustration avec un capteur numérique : 5×5 pixels



♥ **À retenir : stigmatisme approché**

Un système optique réalise un **stigmatisme approché** si les rayons incidents issus d'un point objet A passent au voisinage de A' de dimension inférieure à la dimension caractéristique des cellules du capteur. Cette notion dépend donc du capteur utilisé.

Remarque (pas à retenir) : Quelles sont les causes de non stigmatisme ? On les regroupe en deux catégories principales :

- Les aberrations géométriques : on considère une lumière monochromatique. L'image d'un point n'est alors pas exactement un point.
- Les aberrations chromatiques : la lumière blanche est composée de plusieurs longueurs d'onde λ . Or l'indice optique n du verre de la lentille dépend de λ (phénomène de dispersion), donc les différentes couleurs monochromatiques ne vont pas converger exactement au même point. Il en résulte des taches colorées.

II.2 Conditions de Gauss

♥ À retenir : conditions de Gauss

Le système optique est utilisé dans les conditions de Gauss si

- les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique ;
- les rayons sont peu éloignés de l'axe optique ;

On parle de **rayons paraxiaux**.

Quand elles sont satisfaites, ces conditions impliquent :

- le système optique réalise un stigmatisme approché : $A \xrightarrow{S.O.} A'$;
- le système optique réalise un aplanétisme approché : l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique est également perpendiculaire à l'axe optique ($AB \perp \text{axe optique} \xrightarrow{S.O.} A'B' \perp \text{axe optique}$).

Dans les **conditions de Gauss**, les angles θ entre l'axe optique et les rayons lumineux seront très petits devant 1 radian, et on pourra alors écrire, avec θ en radian : $\sin(\theta) \approx \theta$; $\tan(\theta) \approx \theta$; $\cos(\theta) \approx 1$.

III Lentilles minces

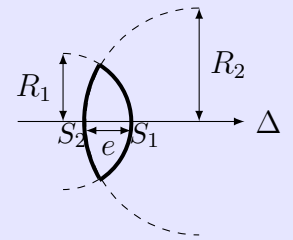
III.1 Différentes lentilles

📖 Définitions : Lentille

Une **lentille** est un matériau transparent, homogène et isotrope délimité par deux dioptries dont l'un au moins est sphérique.

Une **lentille est mince** si la distance e entre les deux sommets est très inférieure aux rayons de courbure (R_1 et R_2), de sorte que l'on puisse les confondre en un même point appelé **centre optique**, noté O .

On note Δ l'**axe optique** : c'est l'axe de révolution de la lentille.



♥ À retenir : Deux types de lentille mince

Lentilles convergentes		Lentilles divergentes	
Bords minces (plus épaisse au centre qu'au bord)		Bords épais (plus épaisse au bord qu'au centre)	
Formes	Symbole	Formes	Symbole

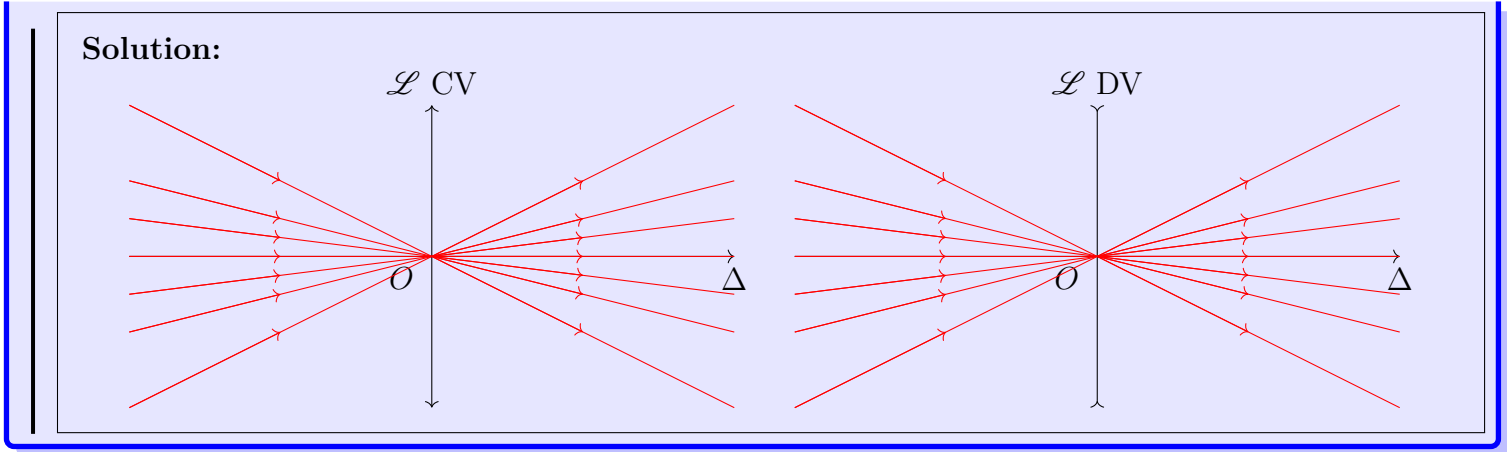
Capacités exigibles : Connaître les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence

III.2 Centre optique

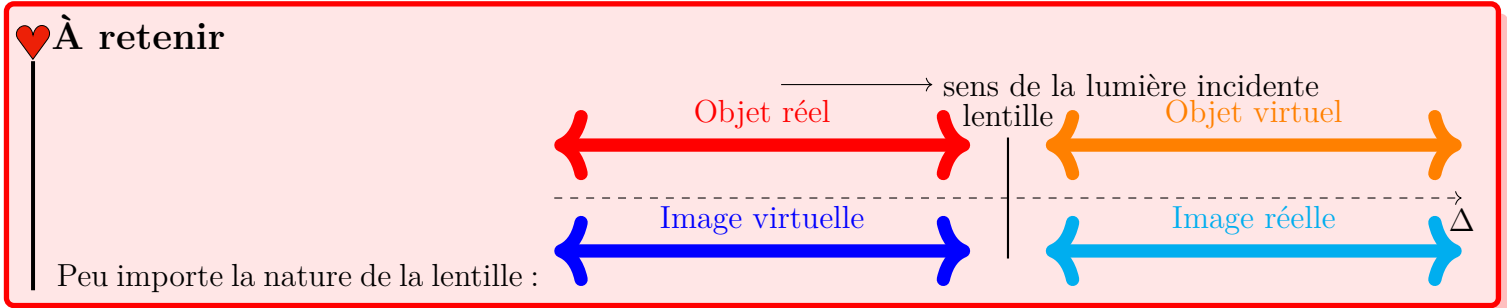
📖 Définition : centre optique

Le centre optique est le point de la lentille mince sur l'axe optique.

Un rayon passant par le centre optique d'une lentille mince n'est pas dévié.



III.3 Objet et image



Définitions : Objet et image à l'infini

- Un point image (resp. objet) est dit à **l'infini SUR l'axe optique** lorsque les rayons émergent (resp. arrivent) sur le système optique **parallèlement à l'axe optique**.
- Un point image (resp. objet) est dit à **l'infini HORS l'axe optique** lorsque les rayons émergent (resp. arrivent) sur le système optique **parallèlement entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique**.

III.4 Foyers et plans focaux

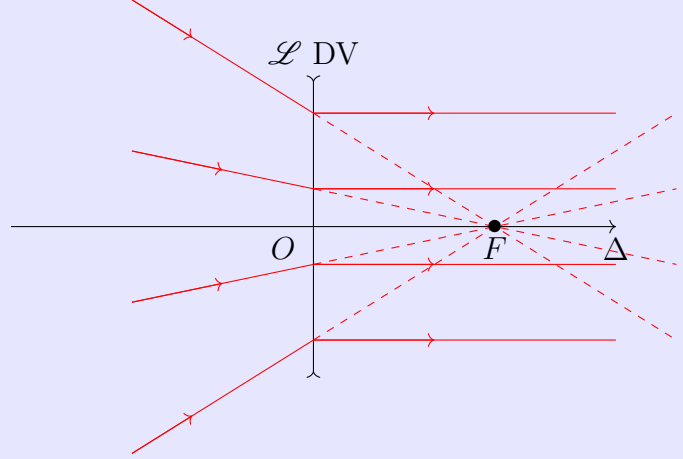
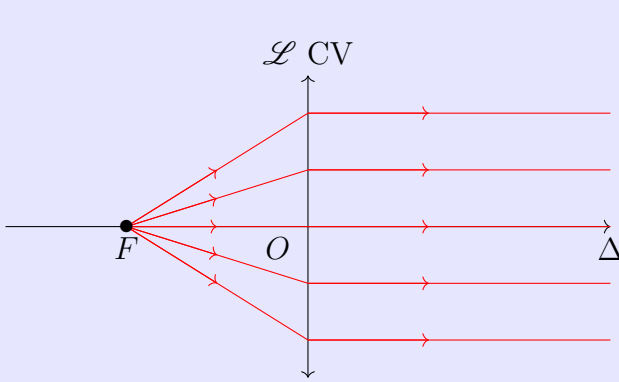
Définition : Foyer principal image

Le foyer principal image F' est l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique. Un rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' (ou son prolongement passe par F').

On appelle **plan focal image**, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F' .

📖 Définition : Foyer principal objet

L'image d'un objet situé au foyer principal objet F est envoyée à l'infini. Un rayon incident passant par F (ou dont le prolongement passe par F) émerge parallèlement à l'axe optique.



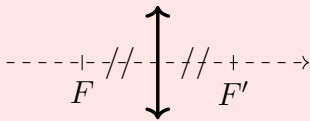
On appelle **plan focal objet**, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F .

♥ À retenir

F et F' sont symétriques par rapport à O pour une lentille mince.

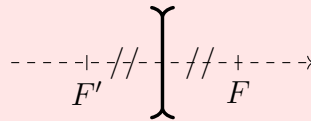
Lentille convergente

→ sens de la lumière incidente



Lentille divergente

→ sens de la lumière incidente



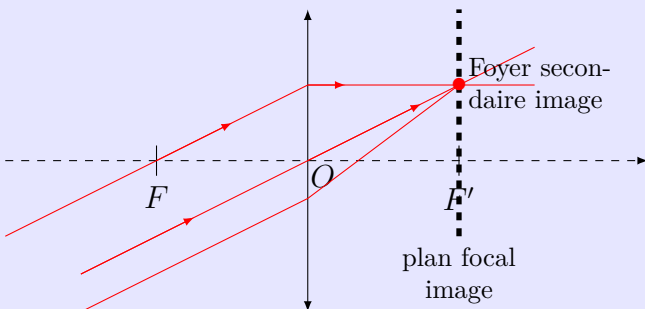
⚠ Attention – Erreur à ne pas commettre

F et F' ne sont pas conjugués par la lentille mince : F' N'est PAS l'image de F .

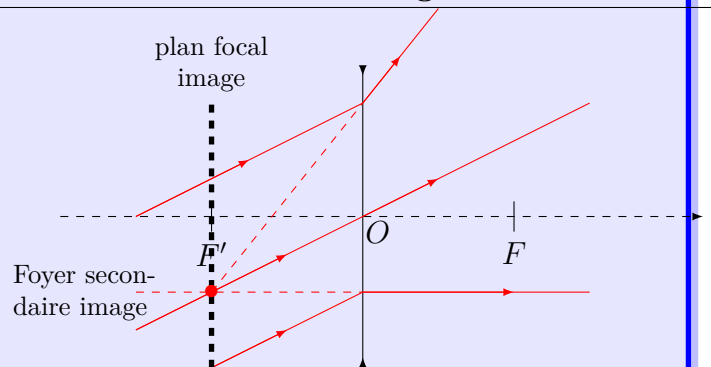
📖 Définition : foyers secondaires image

Les **foyers secondaires image**, notés ϕ' , sont les points du plan focal image différents de F' . Un foyer secondaire image est l'image d'un point objet situé à l'infini hors de l'axe optique.

Lentille convergente

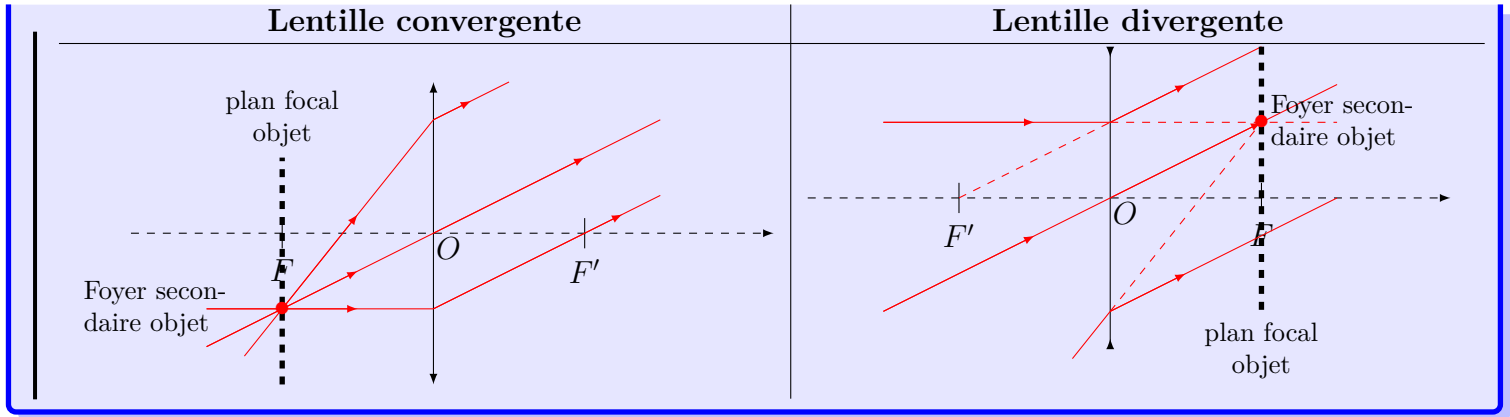


Lentille divergente



📖 Définition : foyers secondaires objet

Les **foyers secondaires objet**, notés ϕ , sont les points du plan focal objet différents de F . L'image d'un foyer secondaire objet est située à l'infini hors de l'axe optique.



III.5 Distance focale et vergence

📖 Définitions : Distance focale et vergence

- La **distance focale image** est la distance algébrique $f' = \overline{OF'}$ (en **mètre**)
- La **distance focale objet** est la distance algébrique $f = \overline{OF}$ (en **mètre**), avec $f = -f'$.
- La **vergence** $V = \frac{1}{f'}$ (en **dioptrie** $\delta = \text{m}^{-1}$)

♥ À retenir

- La distance focale image f' et la vergence d'une **lentille convergente** sont positives
- La distance focale image f' et la vergence d'une **lentille divergente** sont négatives

⚠ Attention

Soyez très vigilants dans les notations f, f', F, F' : les **foyers** doivent être notés avec une **lettre majuscule**, et les **distances focales** avec une **lettre minuscule**.

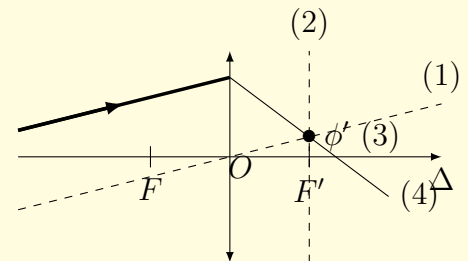
IV Constructions géométriques avec les lentilles

IV.1 Construction d'un rayon

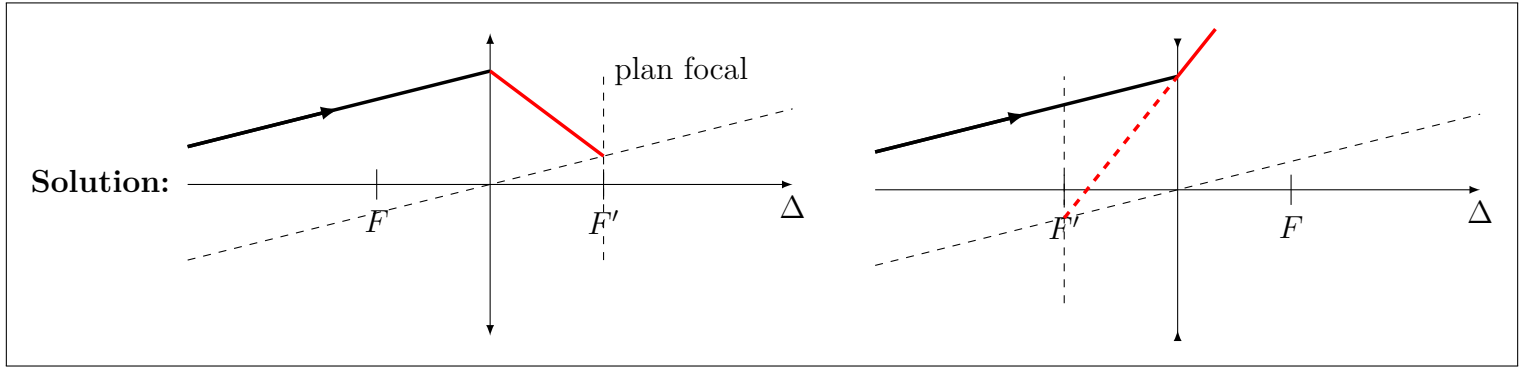
💡 Méthode : Construction du cheminement d'un rayon incident quelconque

Si on a un rayon incident dont on souhaite tracer le rayon émergent :

1. Tracer un rayon auxiliaire, en pointillés, parallèle au rayon incident inconnu, passant par O . Ce rayon auxiliaire n'est pas dévié.
2. Tracer en pointillés le plan focal image (plan transverse passant par F').
3. Repérer l'intersection entre le rayon auxiliaire et le plan focal image, ce point est un foyer image secondaire ϕ' .
4. Le rayon incident inconnu et le rayon auxiliaire étant parallèle entre eux ils se croisent dans le plan focal image : au point ϕ' repéré précédemment.
Il reste à tracer le rayon émergent issu du rayon incident passant par ce point ϕ' .



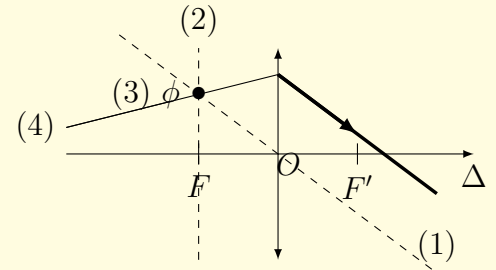
Exercice de cours A Tracer les rayons émergents correspondant aux rayons incidents.



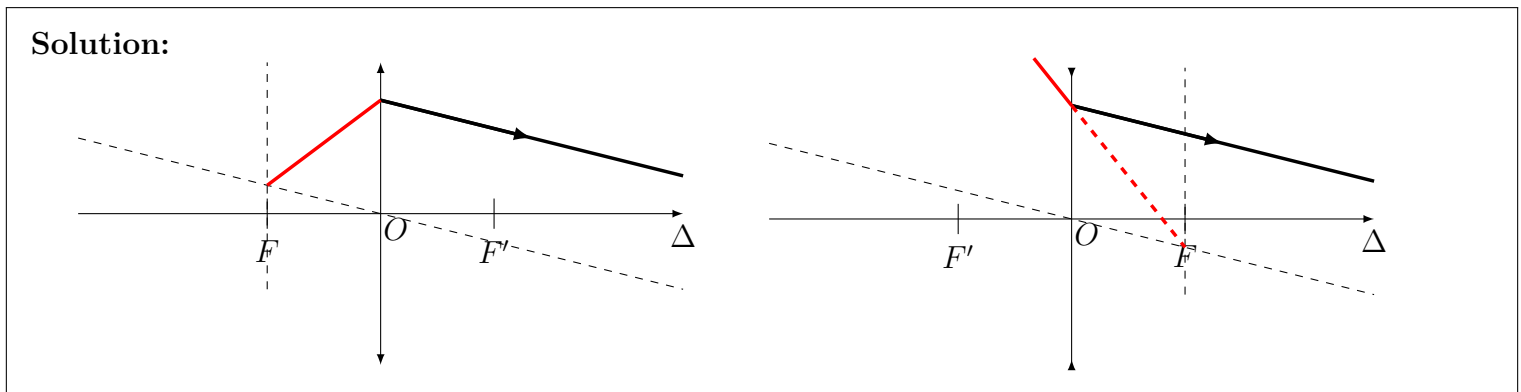
Méthode : Construction du cheminement d'un rayon émergent quelconque

Si on a un rayon émergent dont on souhaite tracer le rayon incident qui lui a donné naissance :

1. Tracer un rayon auxiliaire, en pointillés, parallèle au rayon émergent inconnu, passant par O . Ce rayon auxiliaire n'est pas dévié.
2. Tracer en pointillés le plan focal objet (plan transverse passant par F).
3. Repérer l'intersection entre le rayon auxiliaire et le plan focal objet, ce point est un foyer objet secondaire ϕ .
4. Le rayon émergent inconnu et le rayon auxiliaire émergent de la lentille parallèlement, donc ils proviennent d'un même plan focal objet : le foyer secondaire objet ϕ .
Il reste à tracer le rayon incident passant par ce point objet ϕ qui donne le rayon émergent.



Exercice de cours B Tracer les rayons incidents correspondant aux rayons émergents.



IV.2 Construction de l'image d'un objet

Capacités exigibles : Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux.

IV.2.a) Principe

Méthode : Tracé d'une image

Pour représenter l'image $A'B'$ d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique (Δ) avec A sur (Δ) et B hors de (Δ), il faut tracer les trois rayons suivants issus de B afin de déterminer B' :

1. Le rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié par la lentille.
2. Le rayon incident issu de B et parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' .
3. Le rayon incident issu de B et passant par F émerge parallèlement à l'axe optique.

B' est à l'intersection de ces trois rayons, et on en déduit A' qui est le projeté orthogonal de B' sur (Δ).

Construction de l'image d'un objet

R1. Réaliser les tracés ci-dessous.

R2. Préciser pour chaque tracé la nature de l'objet (réel/virtuel) et la nature de l'image (réelle/virtuelle).

R3. Préciser pour chaque tracé :

— image agrandie / image rétrécie / image de même taille / $|\gamma| > 1$ / $|\gamma| < 1$ / $|\gamma| = 1$

— image droite (même sens que l'objet) / image renversée (sens opposé à l'objet) / $\gamma > 0$ / $\gamma < 0$

Pour vous entraîner avec la méthode décrite pas à pas (vous pouvez déplacer l'objet et le mettre où vous le souhaitez) :

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/construction_lentille.php

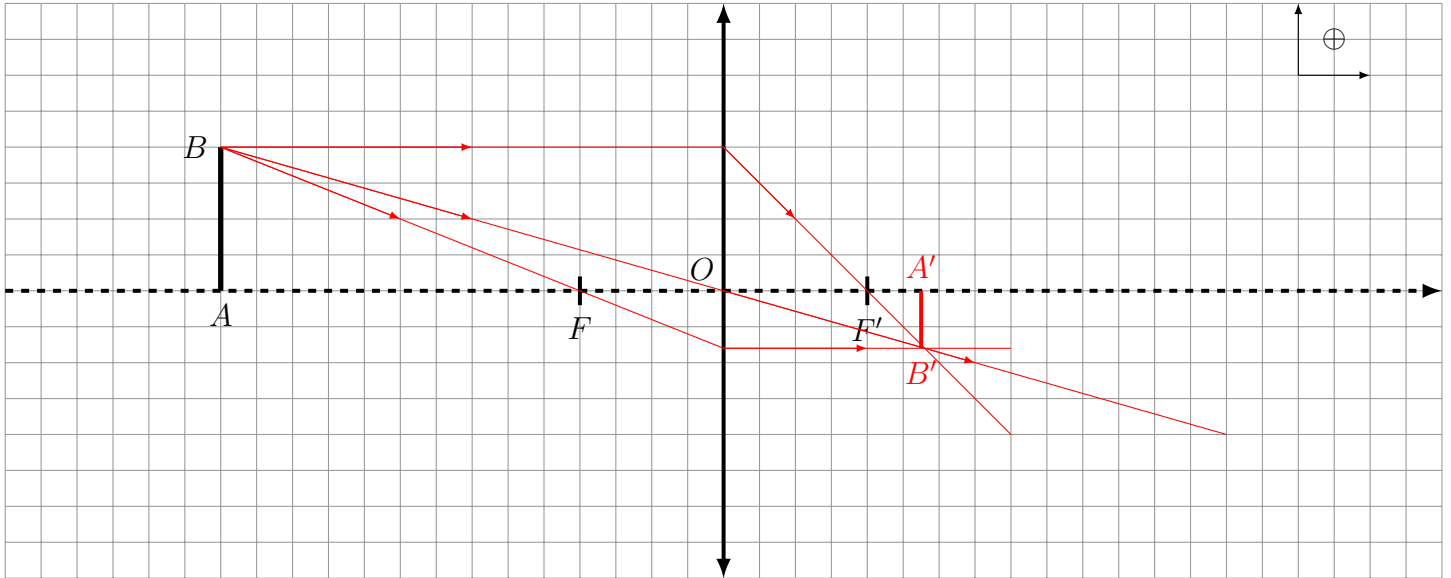
IV.2.b) Cas des lentilles convergentes

■ Objet réel, tel $|\overline{OA}| > 2f'$

— Le rayon incident passant par B et par O n'est pas dévié.

— Le rayon incident passant par B et par F ressort parallèlement à l'axe optique.

— Le rayon incident passant par B et parallèle à l'axe optique ressort en passant par F' .



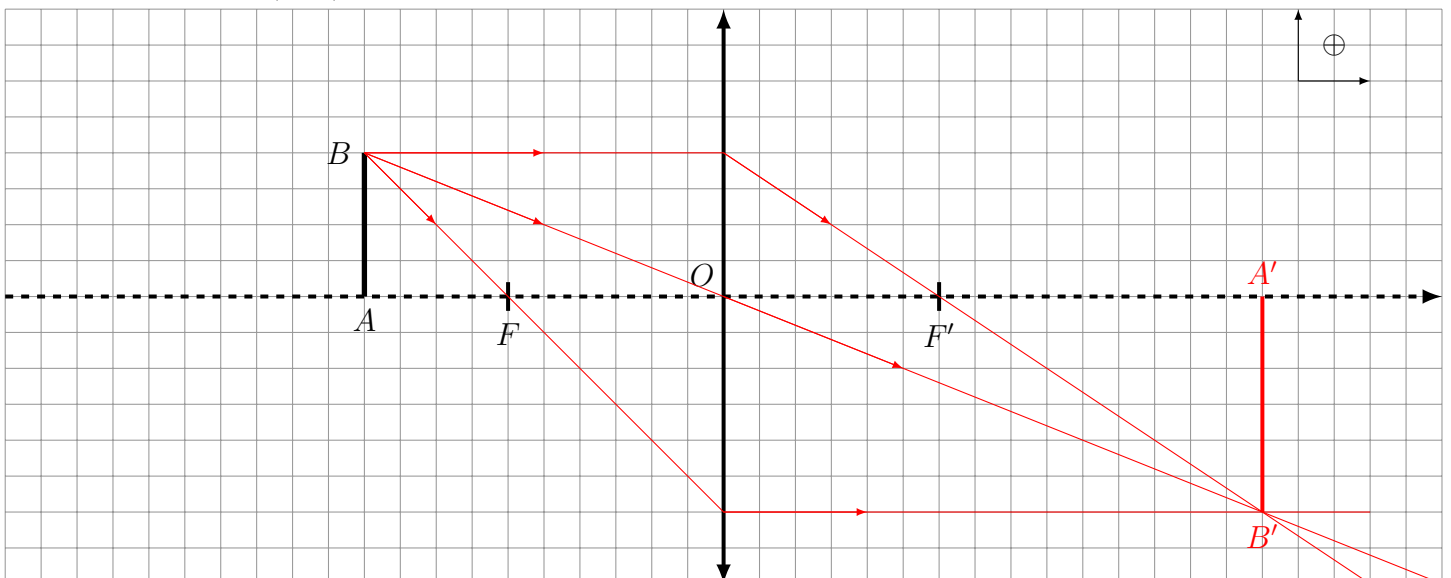
L'image est plus petite que l'objet, donc $|\gamma| < 1$.

L'image est renversée, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} < 0$, donc $\gamma < 0$.

L'objet est réel, donc $\overline{OA} < 0$.

L'image est réelle, donc $\overline{OA'} > 0$.

■ Objet réel, tel $f' < \overline{OA} < 2f'$



L'image est plus grande que l'objet, donc $|\gamma| > 1$.

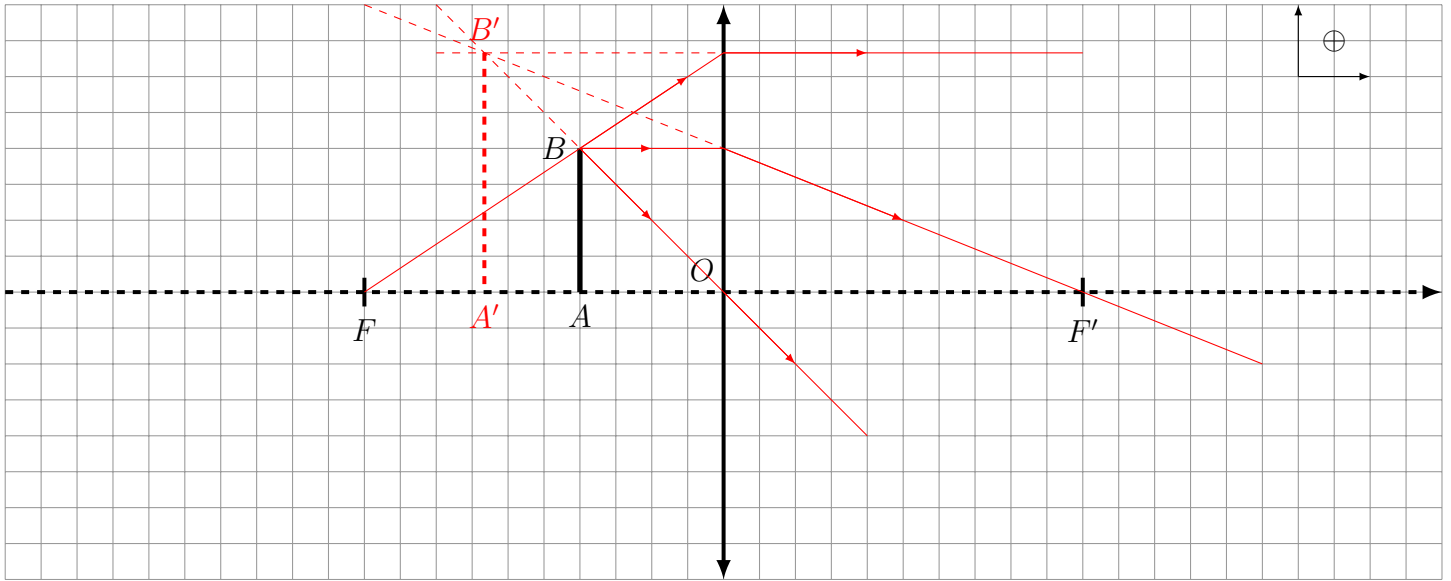
L'image est renversée, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} < 0$, donc $\gamma < 0$.

L'objet est réel, donc $\overline{OA} < 0$.

L'image est réelle, donc $\overline{OA'} > 0$.

■ Objet réel, tel $|\overline{OA}| < f'$

- Le rayon incident passant par B et par O n'est pas dévié.
- Le rayon incident passant par B et par F ressort parallèlement à l'axe optique.
- Le rayon incident passant par B et parallèle à l'axe optique ressort en passant par F' .



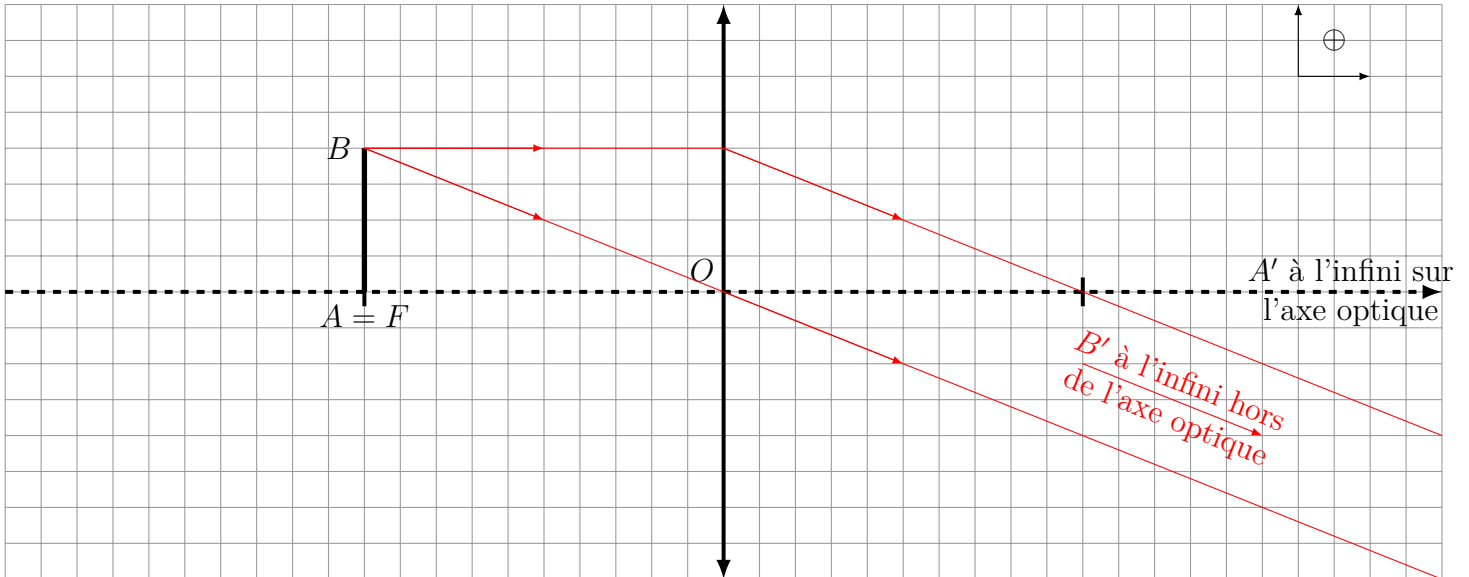
Les 3 rayons émergents divergent et ne se coupent pas. Les prolongements des 3 rayons émergents se coupent en B' , l'image est donc virtuelle, donc $\overline{OA'} < 0$.

L'objet est réel, donc $\overline{OA} < 0$.

L'image est plus grande que l'objet, donc $|\gamma| > 1$.

L'image est droite (de même sens que l'objet), $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} > 0$, donc $\gamma > 0$.

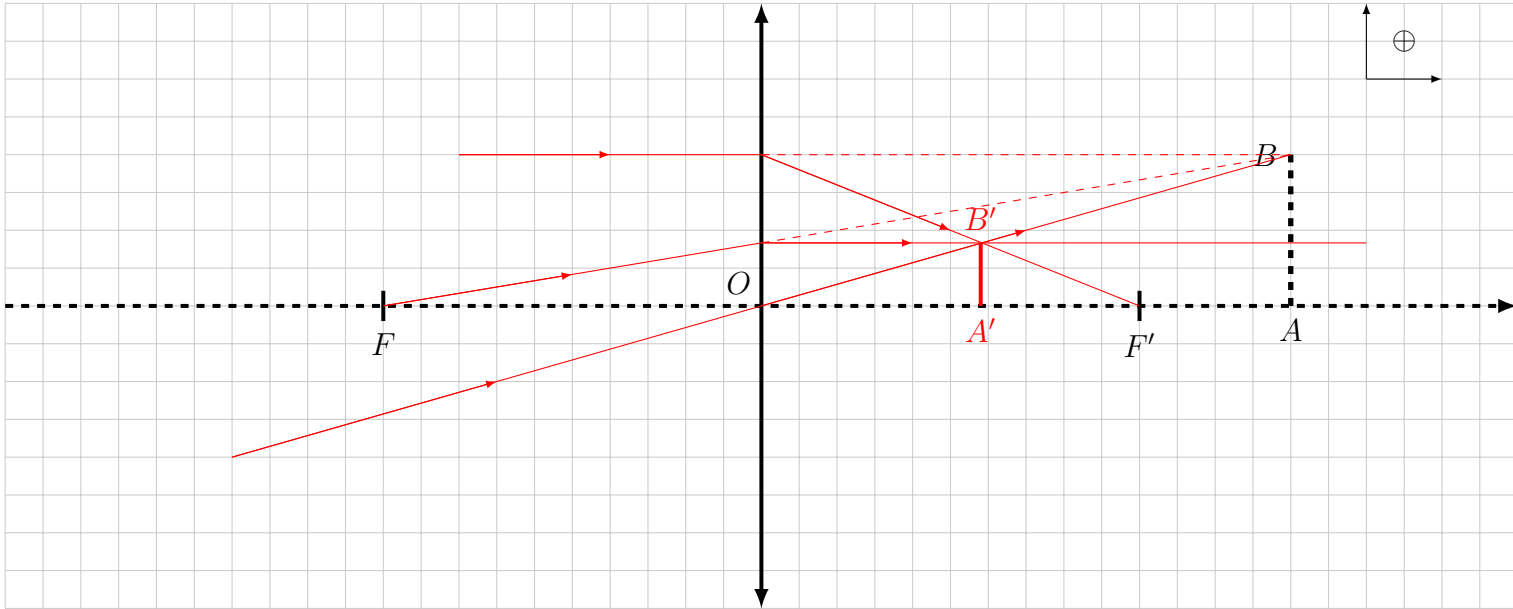
■ Objet réel dans le plan focal objet



L'image est située à l'infini, avec A' à l'infini sur l'axe optique et B' à l'infini hors de l'axe optique.

■ Objet virtuel

- Le prolongement du rayon incident passant par B et par O n'est pas dévié.
- Le prolongement du rayon incident passant par B et par F ressort parallèlement à l'axe optique.
- Le prolongement du rayon incident passant par B et parallèle à l'axe optique ressort en passant par F' .



L'image est plus petite que l'objet, donc $|\gamma| < 1$.

L'image est droite, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} > 0$, donc $\gamma > 0$.

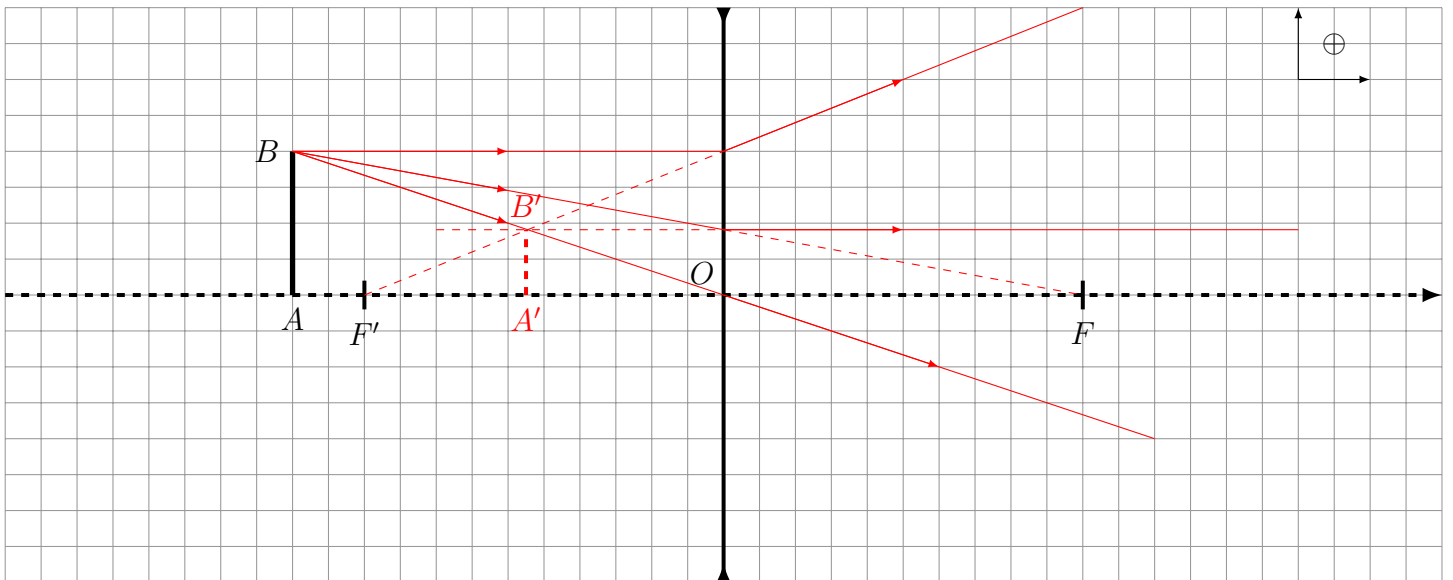
L'objet est virtuel, donc $\overline{OA} > 0$.

L'image est réelle, donc $\overline{OA'} > 0$.

IV.2.c) Cas des lentilles divergentes

■ Objet réel

- Le rayon incident passant par B et par O n'est pas dévié.
- Le rayon incident passant par B et dont le prolongement passe par F' ressort parallèlement à l'axe optique.
- Le rayon incident passant par B et parallèle à l'axe optique a son prolongement qui passe par F .



Les 3 rayons émergents ne se coupent pas. Les prolongements des 3 rayons émergents se coupent en B' , l'image est donc virtuelle.

L'image est plus petite que l'objet, donc $|\gamma| < 1$.

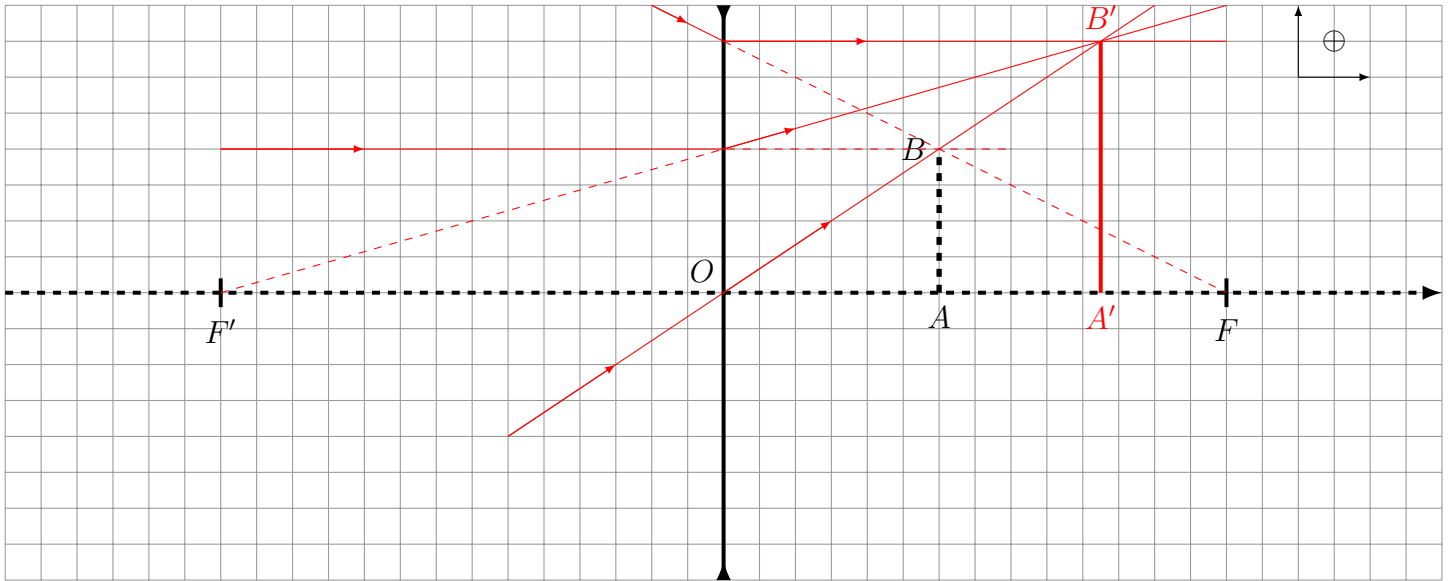
L'image est droite, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} > 0$, donc $\gamma > 0$.

L'objet est réel, donc $\overline{OA} < 0$.

L'image est virtuelle, donc $\overline{OA'} < 0$.

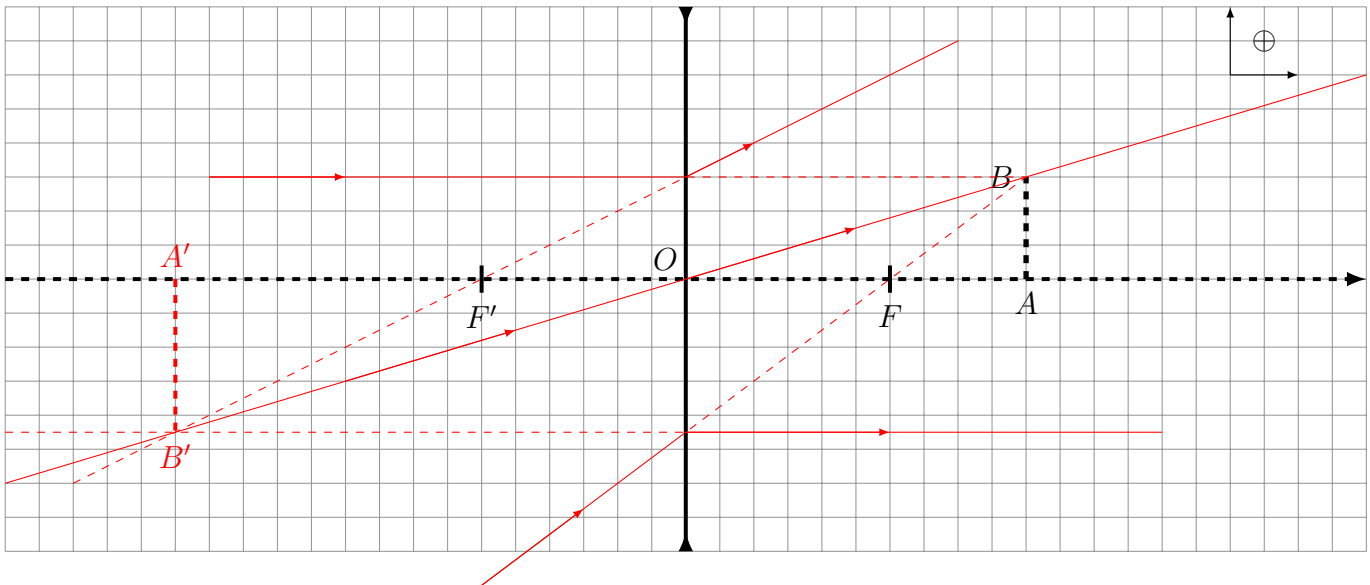
■ Objet virtuel $|\overline{OA}| < |f'|$

- Le rayon incident passant par B et par O n'est pas dévié.
- Le rayon incident dont le prolongement passe par B et par F' , ressort parallèlement à l'axe optique.
- Le rayon incident parallèle à l'axe optique et dont le prolongement passe par B ressort en passant par F' .



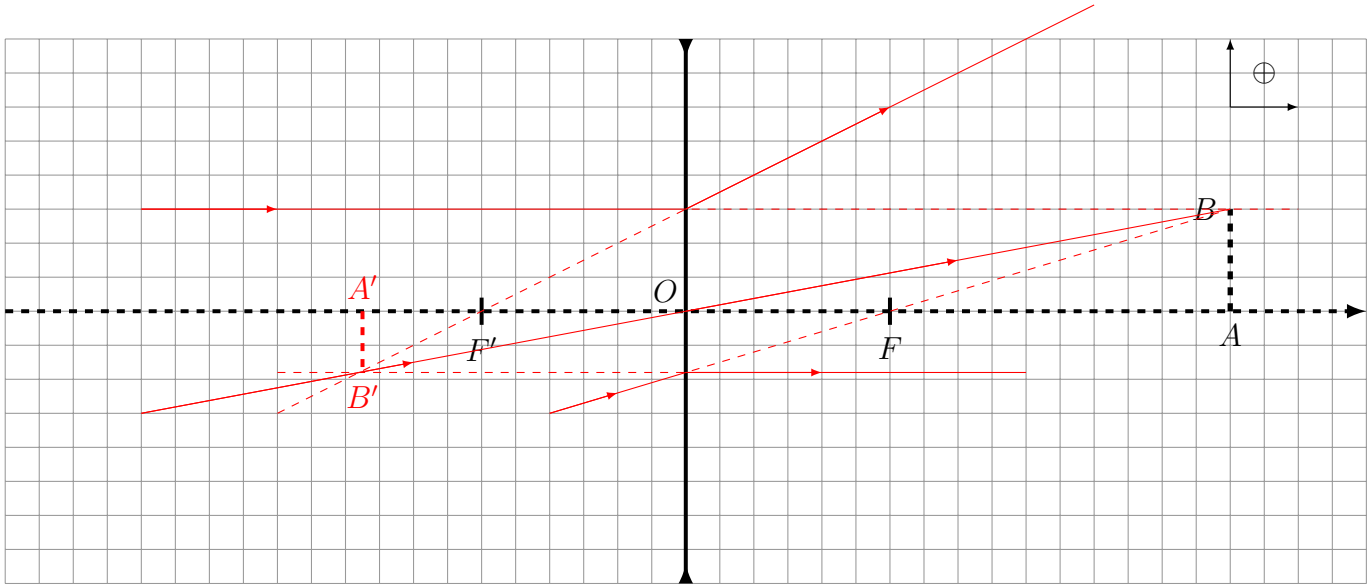
L'image est plus grande que l'objet, donc $|\gamma| > 1$.
L'image est droite, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} > 0$, donc $\gamma > 0$.
L'objet est virtuel, donc $\overline{OA} > 0$.
L'image est réelle, donc $\overline{OA'} > 0$.

■ Objet virtuel $|f'| < |\overline{OA}| < 2|f'|$



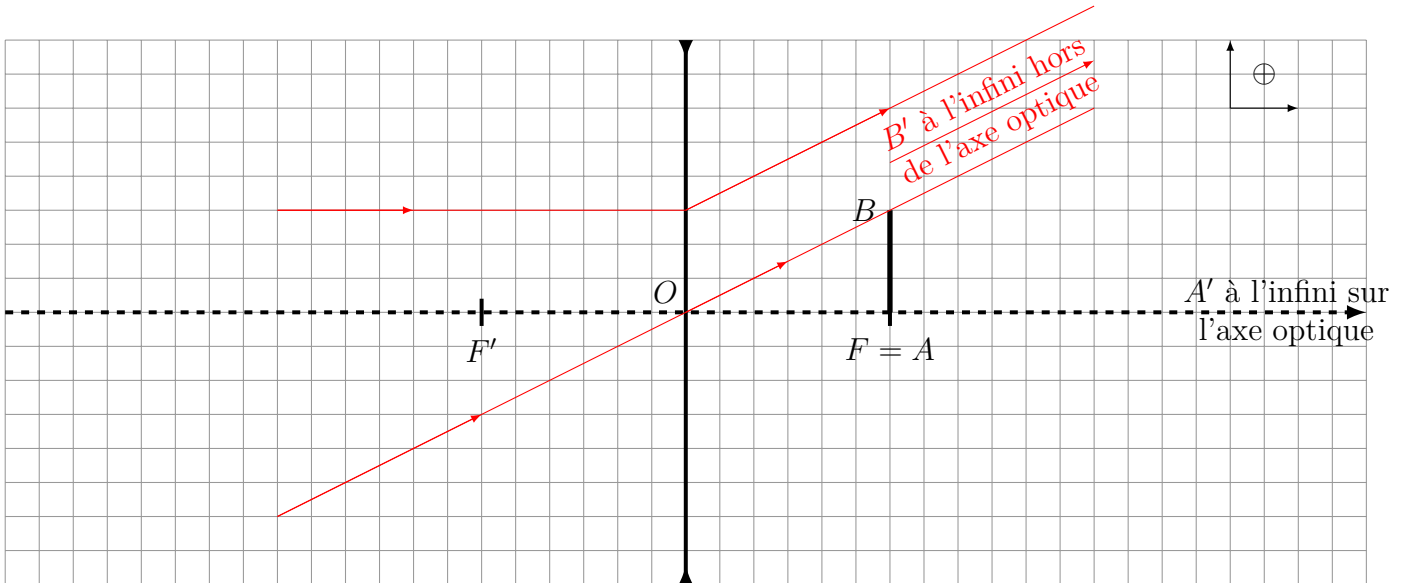
L'image est plus grande que l'objet, donc $|\gamma| > 1$.
L'image est renversée, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} < 0$, donc $\gamma < 0$.
L'objet est virtuel, donc $\overline{OA} > 0$.
L'image est virtuelle, donc $\overline{OA'} < 0$.

■ Objet virtuel $|\overline{OA}| > 2|f'|$



L'image est plus petite que l'objet, donc $|\gamma| < 1$.
 L'image est renversée, $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} < 0$, donc $\gamma < 0$.
 L'objet est virtuel, donc $\overline{OA} > 0$.
 L'image est virtuelle, donc $\overline{OA'} < 0$.

■ Objet virtuel dans le plan focal objet



L'image est située à l'infini, avec A' à l'infini sur l'axe optique et B' à l'infini hors de l'axe optique.

V Calculs

V.1 Repérage

Définition : Distances algébriques

En optique, on utilise les **distances algébriques**, notées avec une barre au-dessus (\overline{OA}) qui renseignent sur la distance (au sens habituel) qui sépare les deux points, et sur le sens dans lequel est mesurée la distance.

Pour cela, il est nécessaire de définir un sens positif :

- Le long de l'axe optique, le **sens positif** est le **sens de la lumière incidente**.
- Perpendiculairement à l'axe optique, le sens positif est souvent choisi « vers le haut ».



Définition : Angles orientés

Les angles sont orientés : ils peuvent être positifs ou négatifs.
En général, on choisit le sens trigonométrique comme le sens positif.



V.2 Relations de conjugaison et de grandissement transversal

Capacités exigibles : Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton).

Définition : Grandissement transversal

Le **grandissement transversal** est le rapport algébrique de la taille de l'image $\overline{A'B'}$ à celle de l'objet \overline{AB} , celui-ci étant orthogonal à l'axe optique : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$
C'est une grandeur algébrique (positive ou négative) sans dimension.

Exercice de cours C

R1. Que peut-on dire sur l'objet et l'image si $\gamma > 0$? si $\gamma < 0$?

Solution:

Si $\gamma > 0$, alors \overline{AB} et $\overline{A'B'}$ sont de même signe, l'objet et l'image sont donc de même sens.

Si $\gamma < 0$, alors \overline{AB} et $\overline{A'B'}$ sont de signes opposés, l'objet et l'image sont donc de sens opposés.

R2. Que peut-on dire sur l'objet et l'image si $|\gamma| > 1$? si $|\gamma| < 1$?

Solution: Si $|\gamma| > 1$, alors $|\overline{A'B'}| > |\overline{AB}|$, donc l'image est plus grande que l'objet.

Si $|\gamma| < 1$, alors $|\overline{A'B'}| < |\overline{AB}|$, donc l'image est plus petite que l'objet.

Les **relations de grandissement transversal** relient la taille de l'image à celle de l'objet.

Les **relations de conjugaison** sont des relations mathématiques qui relient la position d'un point objet situé sur l'axe optique à la position du point image conjugué.

À retenir : Formules de conjugaison et de grandissement transversal

Pour un objet AB transverse avec A situé sur l'axe optique conjugué avec l'image $A'B'$ par une lentille mince de centre optique O , de foyer principal objet F , de foyer principal image F' et de distance focale f' : $A \xrightarrow{\mathcal{L}(O, f')} A'$

Relations	... de conjugaison	... de grandissement
... avec origine au centre (de Descartes)	$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$	$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
... avec origine aux foyers (de Newton)	$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2$	$\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{-f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}$

Attention – Erreur à ne pas commettre

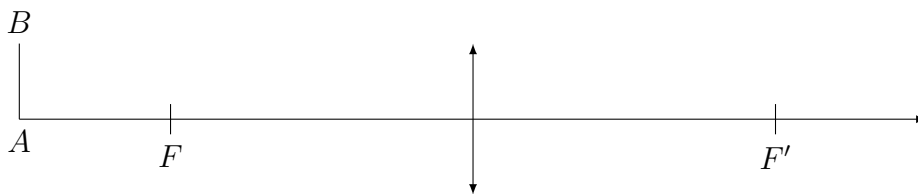
Toutes les grandeurs qui interviennent dans les relations de conjugaison sont des **grandeurs algébriques**.
L'**orientation choisie le long de l'axe optique est celle de la lumière incidente**.

Ainsi, il faut traduire « on photographie un objet à une distance de 5 m » par $\overline{OA} = -5$ m, si l'axe optique est orienté dans le sens de la lumière incidente.

Exercice de cours D

R1. Un objet AB de 0,5 cm est placé 30 cm avant une lentille convergente de distance focale 20 cm, perpendiculairement à son axe. Déterminer la position, la nature et la taille de l'image.

Solution: Commencer par faire un schéma en plaçant (grossièrement) les différents éléments, et les distances mises en jeu.



ATTENTION : $\overline{OA} = -30 \text{ cm} < 0$ (car A situé avant la lentille)

Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{f' + \overline{OA}}{f' \times \overline{OA}}$

Ainsi : $\boxed{\overline{OA'} = \frac{f' \times \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}}$

A.N. : $\overline{OA'} = \frac{20 \times -30}{20 - 30} = 60 \text{ cm} > 0$: l'image est donc réelle car située après la lentille.

Grandissement : $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$, ainsi $\boxed{A'B' = \overline{AB} \times \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$

A.N. : $\overline{A'B'} = 0,5 \times \frac{60}{-30} = -1,0 \text{ cm} < 0$: l'image est renversée par rapport à l'objet.

R2. Une lentille divergente de distance focale -3 cm donne d'un objet une image droite trois fois plus grande. Déterminer, efficacement la position de l'objet. Est-il réel ou virtuel ?
En déduire la position de l'image. Est-elle réelle et virtuelle ?

Solution: $f' = -3 \text{ cm}$ et $\gamma = 3$.

D'après la relation de grandissement de Newton : $\gamma = \frac{f'}{FA}$, soit $\overline{FA} = \frac{f'}{\gamma} = -1 \text{ cm}$: l'objet est situé entre O et F , et est donc virtuel.

D'après la relation de conjugaison de Newton $\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2$, $\overline{F'A'} = \frac{-f'^2}{\overline{FA}} = 9 \text{ cm}$ elle est donc située au-delà de O , l'image est réelle.

V.3 Projection de l'image d'un objet réel

Capacités exigibles : Établir et connaître la condition $D \geq 4f'$ pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

On cherche à projeter l'image d'un objet éclairé sur un écran, que l'on souhaite agrandie, lumineuse et nette sur l'écran, les positions de l'objet et de l'écran sont souvent fixées et donc la distance D entre les deux.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/focometrie/bessel.php

💡 Méthode : Établir la condition $D \geq 4f'$ pour la réalisation d'une projection

On souhaite déterminer une condition sur la distance D qui sépare un objet et l'écran sur lequel on souhaite projeter l'image de cet objet à l'aide d'une lentille convergente de distance focale f' .

1. Faire un schéma de la situation et poser $D = \overline{AA'}$.
2. Appliquer la relation de conjugaison de Descartes.
3. Exprimer $\overline{OA'}$ en fonction de \overline{OA} et D : $\overline{OA'} = \overline{OA} + D$.

4. Travailler l'équation précédente pour obtenir une équation du deuxième degré vérifiée par \overline{OA} :

$$\overline{OA}^2 + D\overline{OA} + Df' = 0$$

5. En exploitant le fait que discriminant de l'équation précédente doit être positif pour obtenir des solutions réelles, obtenir la condition reliant D et f' pour réaliser une projection.

🔪 Démonstration à connaître : Condition $D \geq 4f'$ pour réaliser une projection

R1. Lors d'une projection, quelles sont les natures (réelle/virtuelle) de l'objet et de l'image ?

Solution: Lors d'une projection, l'objet et l'image sont réels.

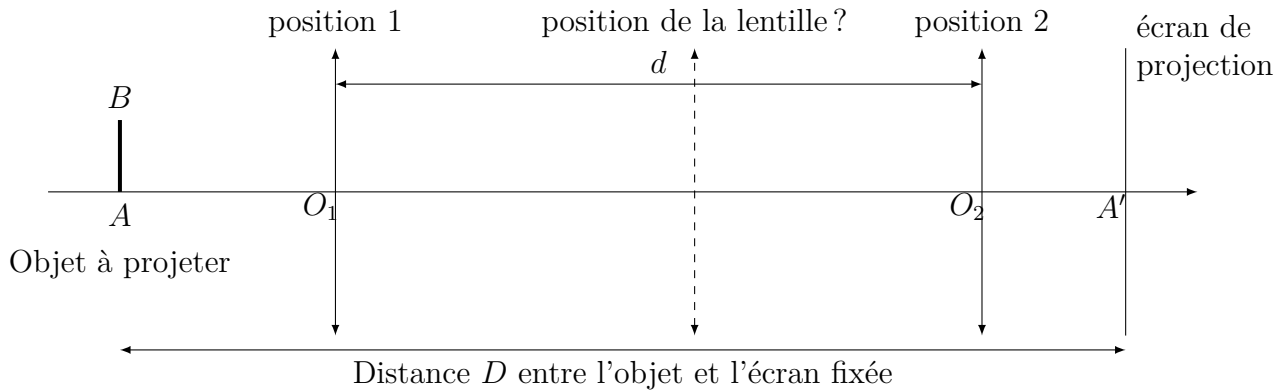
R2. Quel type de lentille permet la réalisation d'une projection ?

Solution: La lentille à utiliser est une lentille convergente, la lentille divergente donnant d'un objet réel nécessairement une image virtuelle.

En effet d'après la relation de conjugaison de Descartes $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$. Un objet réel est tel que $\overline{OA} < 0$, et une image réelle telle que $\overline{OA'} > 0$, alors f' est nécessairement positive.

R3. En suivant la méthode ci-dessus, montrer qu'une projection peut être réalisée que si la distance D séparant l'objet et l'écran est supérieure à une certaine distance dépendant de la distance focale.

Solution:



D'après la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$

Or $D = \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$, soit $\overline{OA'} = \overline{OA} + D$

En injectant dans la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA} + D} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{\overline{OA} - (\overline{OA} + D)}{\overline{OA} \times (\overline{OA} + D)} = \frac{1}{f'}$$

Soit $-Df' = \overline{OA} \times (\overline{OA} + D) \Leftrightarrow \overline{OA}^2 + D\overline{OA} + Df' = 0$ qui est une équation du deuxième degré qui possède 2 racines réelles si le discriminant est strictement positif, 1 racine double si le discriminant est nul, aucune racine sinon.

Pour utiliser la lentille pour réaliser une projection, il faut qu'il existe au moins une solution réelle :

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow D^2 - 4Df' \geq 0 \Leftrightarrow D \geq 4f'$$

♥ À retenir : Condition sur la distance objet-écran pour la projection

Pour réaliser la projection d'un objet sur un écran à l'aide d'une lentille convergente de distance focale f' , il faut placer l'écran à une distance D de l'objet quatre fois supérieure à la distance focale :

$$D \geq 4f'$$

⚠ Attention – Erreur à ne pas commettre

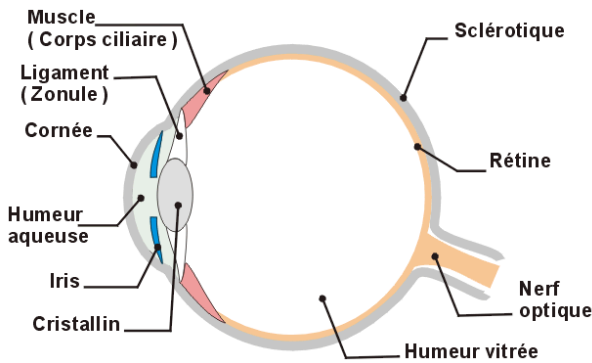
Cette relation ne fait que donner la distance minimale qui doit séparer un objet d'un écran pour pouvoir réaliser la projection de l'objet sur l'écran avec une lentille convergente donnée, elle ne sert à rien d'autre !

VI Exemples d'instrument d'optique

VI.1 L'œil

VI.1.a) Modélisation

Capacités exigibles : Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.



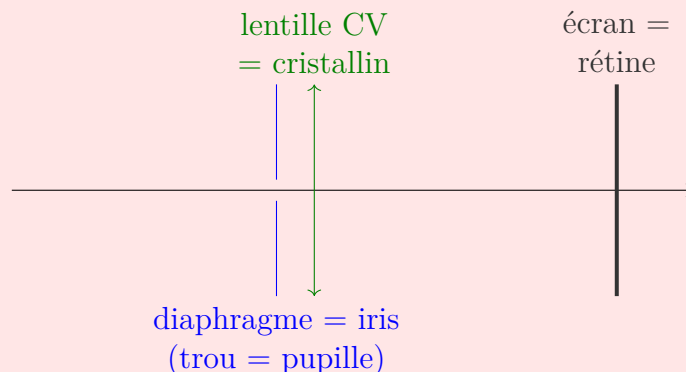
L'œil possède une forme environ sphérique de rayon environ 15 mm.

Éléments principaux de l'œil :

- L'iris (partie colorée) est percé de la **pupille** dont le diamètre est variable (entre 2 mm et 8 mm) et qui joue le rôle de **diaphragme** en limitant l'intensité lumineuse pénétrant dans l'œil (la taille de la pupille s'adapte à la luminosité de l'objet observé).

- Le **cristallin** est un muscle, qui, avec la cornée, est assimilable à une **lentille mince** biconvexe dont la distance focale est variable selon sa contraction (la vergence est de l'ordre de $+20 \delta$). Il donne d'un objet une image renversée sur la rétine.
- La **rétine** est constituée de cellules sensibles à la lumière (les cônes et les bâtonnets). Elle joue le rôle d'un **écran**.
- Le corps vitreux (ou humeur vitreuse) est une substance gélatineuse d'indice de réfraction 1,336.
- L'ensemble {rétine-nerf optique} code l'image sous la forme d'influx nerveux et l'envoie au cerveau par l'intermédiaire du nerf optique. Le cerveau interprète le message (retournement de l'image, correction de la distorsion, vision relief).

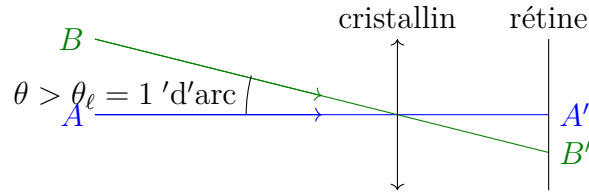
♥ À retenir : Modélisation optique de l'œil



VI.1.b) Limite de résolution angulaire

Capacités exigibles : Connaître l'ordre de grandeur de la limite de résolution angulaire.

Deux points objet A et B sont vus distinctement si A' et B' , leurs images par le cristallin se forment sur deux cellules de la rétine différentes.



Il faut que $A'B'$ soit supérieur à la taille d'une cellule de la rétine. Pour cela il faut que l'angle entre les rayons arrivant dans l'œil soit suffisamment grand (la taille de l'œil est fixée).

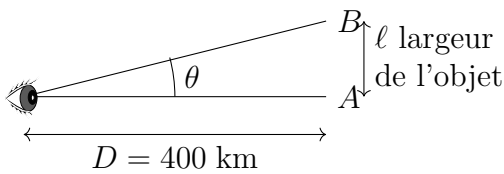
♥ À retenir : limite de résolution angulaire

On appelle **pouvoir séparateur angulaire de l'œil** l'angle limite sous lequel deux points lumineux peuvent être vus séparés. Il est **de l'ordre de 1' d'arc soit $(1/60)^\circ$ environ 3×10^{-4} radian** dans de bonnes conditions d'éclairage (ni trop sombre, ni trop lumineux).

Exercice de cours E Depuis l'ISS

Quelle est la taille du plus petit objet distinguable par un.e astronaute à bord de l'ISS (située à environ 400 km de la terre) ?

Solution:



$$\tan(\theta) = \frac{\ell}{D}$$

L'objet est distingué si $\theta > \theta_\ell = 1'$, soit $\ell > D \tan(\theta)$

$$\text{Avec } \theta = \frac{1}{60} \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} \ll 1 \text{ rad}$$

$$\text{Ainsi } \ell > D\theta = 116 \text{ m}$$

VI.1.c) Plage d'accommodation

Capacités exigibles : Connaître l'ordre de grandeur de la plage d'accommodation.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/instruments/correction.php

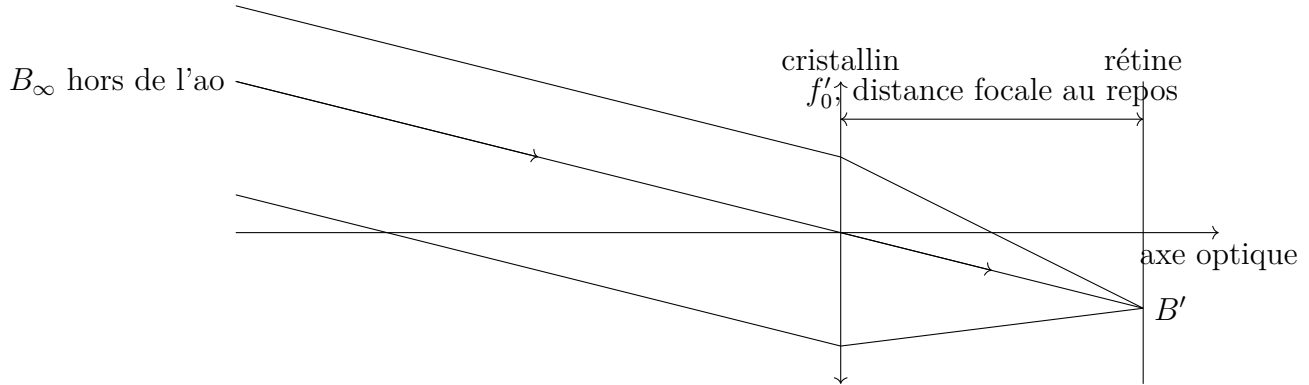
♥ À retenir : plage d'accommodation

- L'œil ne peut voir un objet net que si son image se forme sur la rétine.
- Un **œil au repos** voit net à une distance maximale, notée D_m correspondant au **punctum remotum (PR)**.
Un œil emmétrope (« normal ») voit net sans accommoder à l'infini, son PR se trouve donc à l'infini.
- Pour voir des objets plus proches, l'**œil doit accommoder** : le cristallin se bombe, grâce aux muscles ciliaires, afin de diminuer sa distance focale (il augmente sa vergence). Le plan de mise au point s'avance.
- Le point le plus proche que l'œil peut voir net est le **punctum proximum (PP)**. Le PP correspond à la distance minimale de vision distincte (notée d_m). Il vaut en moyenne 25 cm et tend à s'éloigner avec l'âge (presbytie).

Exercice de cours F

R1. Faire un schéma rendant compte de la vision d'un objet situé au punctum remotum d'un œil emmétrope.

Solution: L'image d'un objet observé nettement se forme sur la rétine, c'est-à-dire les rayons émergents après traversée du cristallin se croisent sur la rétine.



L'image de l'objet situé à l'infini (c'est-à-dire à distance très grande devant la taille de l'œil, à la distance focale du cristallin) se forme dans le plan focal image, donc la distance entre le cristallin et la rétine est égale à la distance focale du cristallin au repos.

R2. Pour que l'objet soit toujours vu net, où doit se former l'image de l'objet par le cristallin? Dans l'œil, qu'est-ce qui ne varie pas? Qu'est-ce qui varie pour permettre la vision nette?

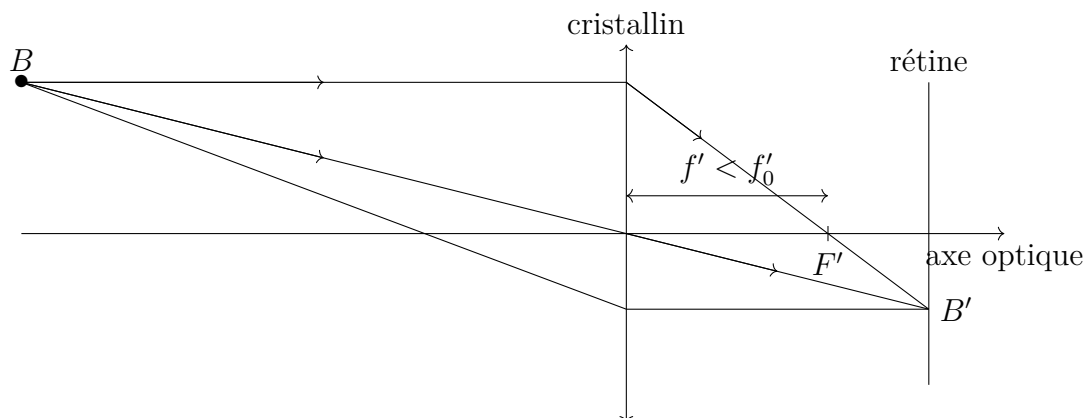
Solution: Pour que l'objet soit toujours vu net, il faut que son image par le cristallin se forme sur la rétine, c'est-à-dire que les rayons émergents se croisent sur le cristallin.

La taille de l'œil ne varie pas, c'est-à-dire la distance entre le cristallin et la rétine est constante.

Lorsque l'objet se rapproche, pour qu'il soit vu net, il est nécessaire que la distance focale du cristallin varie.

R3. Faire un schéma rendant compte de la vision d'un objet situé entre le punctum remotum et le punctum proximium. Comment évolue la distance focale du cristallin?

Solution: Considérons un objet entre le punctum proximium et le punctum remotum, c'est-à-dire pas à l'infini mais tout de même observable.



On peut, grâce au tracé de rayon, déterminer la position des foyers principaux de la lentille (cristallin), et constater que la distance focale est plus faible ici que dans le cas de l'observation d'un objet très éloigné.

VI.2 Appareil photographique

VI.2.a) Modélisation

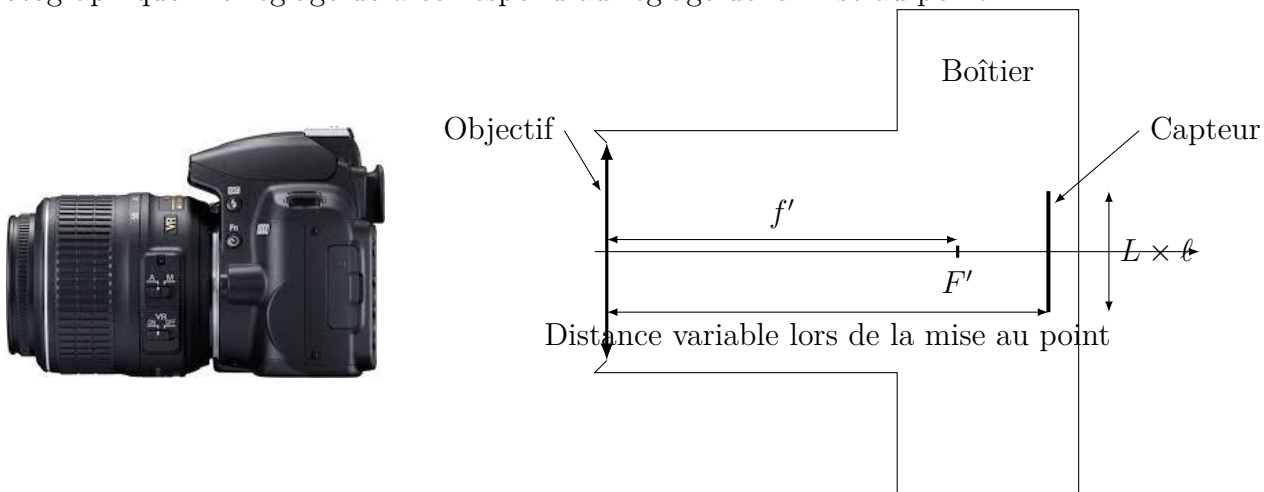
Capacités exigibles : Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur.

L'appareil photographique est un instrument d'optique complexe comprenant plusieurs lentilles, miroirs et diaphragmes. Les deux éléments essentiels d'un appareil sont l'objectif et le capteur photosensible. Cependant,

on peut comprendre les grands principes de la photographie (en tant que technique) à l'aide de la modélisation simplificatrice de la figure ci-dessous qui en permet une description dans le cadre de l'optique géométrique :

- L'objectif d'un appareil photographique est constitué de plusieurs lentilles et diaphragmes : nous le modélisons comme l'association d'un unique diaphragme circulaire et d'une unique lentille mince convergente. L'objectif est caractérisé par sa focale (c'est-à-dire distance focale) f' et par le diamètre d'ouverture du diaphragme D
- Dans les appareils numériques, le capteur lumineux CCD (charge coupled device) est une matrice de cellules photosensibles : les pixels (picture element). Il est caractérisé par la taille des pixels, le grain noté g (en référence aux anciens appareils argentiques) et sa dimension $L \times \ell$ en pixels. C'est le capteur numérique qui « capte » la lumière lorsque la photo est prise et transforme la lumière en signal électrique.

L'ensemble du dispositif ainsi schématisé admet un axe de révolution, il s'agit donc un système centré. La distance entre l'objectif et le capteur peut varier, entre f' et $f' + \delta$, avec δ ce qu'on appelle le tirage de l'appareil photographique. Le réglage de d correspond au réglage de la mise au point.



VI.2.b) Profondeur de champ

Capacités exigibles : Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné.

Pour réaliser une image nette d'un objet situé à une certaine distance de l'objectif, il faut réaliser la mise au point. Avec le modèle du paragraphe précédent, cette opération revient à jouer sur la distance d entre le capteur et la lentille de l'objectif de sorte que l'image de l'objet soit située sur le capteur.

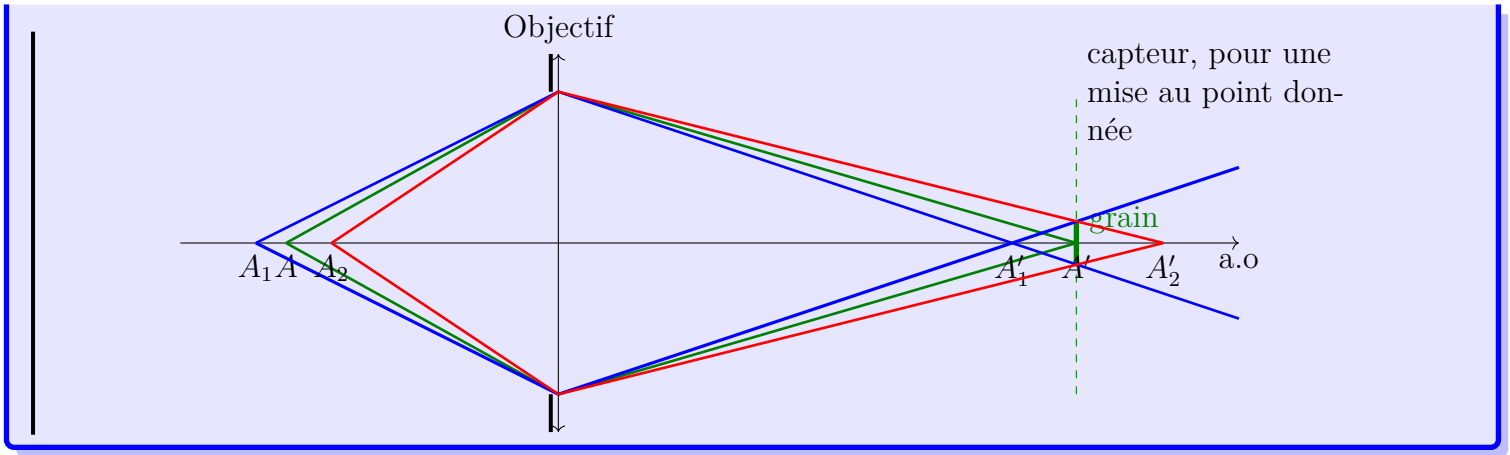
Or le capteur n'est pas ponctuel, mais est constitué de pixels ayant une certaine extension spatiale (le grain g). Tant que l'image d'un point objet sur le capteur sera d'une taille inférieure au grain, si l'exposition est suffisante, tout se passera comme si l'image était ponctuelle. Le capteur ne fait pas de différence entre les deux situations et donnera une image nette. Ainsi, pour une mise au point donnée, on définit la profondeur de champ comme la zone de l'espace dans laquelle tout objet photographié sera net.

Définition : Profondeur de champ

On appelle **profondeur de champ (PDC)** la distance entre les deux points objet extrêmes de l'axe optique dont les images sont vues nettement sur le capteur de l'appareil photo, pour une mise au point donnée.

Sur le schéma ci-dessous, la mise au point est effectuée sur A : le capteur est placé au niveau de A' , image de A par l'objectif.

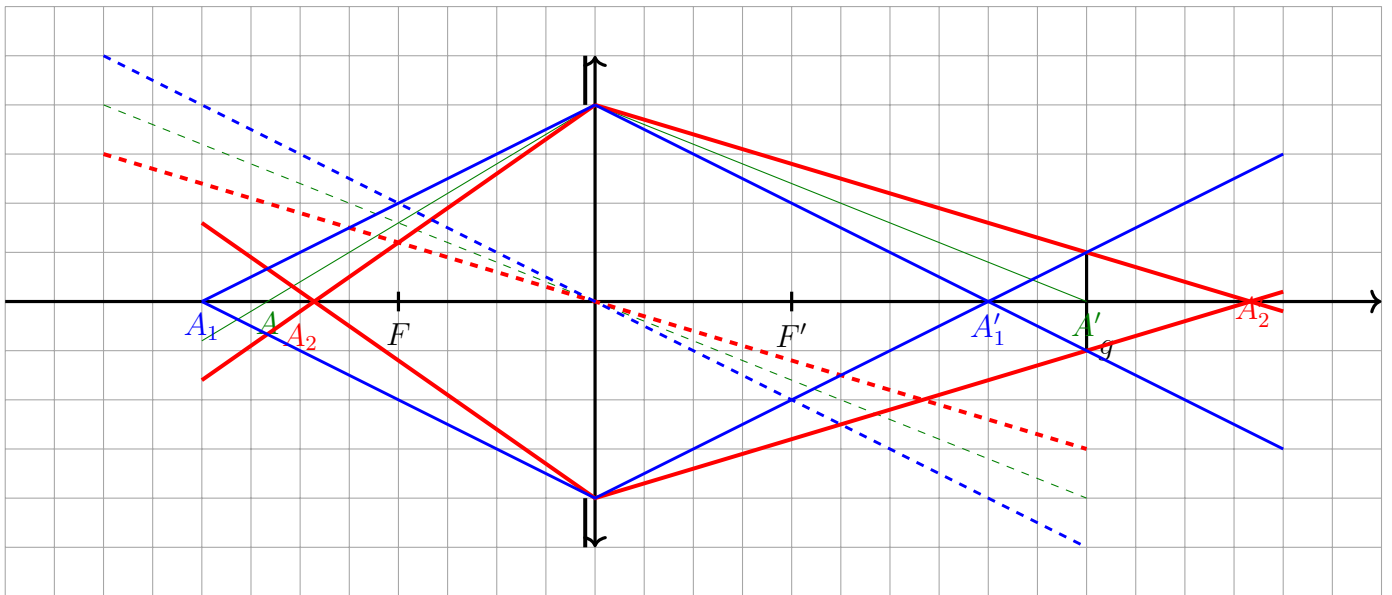
Les objets situés entre A_1 et A_2 sont nets, aux autres positions l'objet est flou, la profondeur de champ est la distance A_1A_2 .



Construction géométrique de la PDC

On souhaite déterminer graphiquement la profondeur de champ dans le cas où l'appareil photo est réglé pour photographier nettement le point A . On considère un capteur placé dans le plan de A' , et un pixel de hauteur g centré sur l'axe optique.

R1. Déterminer la position du point objet A conjugué du point image A' situé sur la cellule du capteur et l'axe optique.



R2. Déterminer les positions des deux points image extrêmes, A'_1 et A'_2 qui apparaîtront nets sur l'écran.

R3. Déterminer les positions des deux points objets A_1 et A_2 conjugués par la lentille avec A'_1 et A'_2 .

R4. Identifier la profondeur de champ.