Thème I. Ondes et signaux (Électricité)

TD n°3 Signaux électriques dans l'ARQS – *Corrigé*

Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.											✎
Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence.	✎										
Utiliser la loi des mailles.		✎									
Utiliser la loi des nœuds.		✎								✎	
Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.		✎		✎	✎					✎	
Utiliser les relations entre l'intensité et la tension. Citer des ordres de grandeurs des composants R, L, C.					✎	✎			✎	✎	
Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.						✎				✎	
Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.											
Modéliser une source en utilisant la représentation de Thévenin.						✎			✎		
Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.			✎				✎				
Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant.				✎	✎		✎	✎	✎		

I Exercices d'application directe du cours

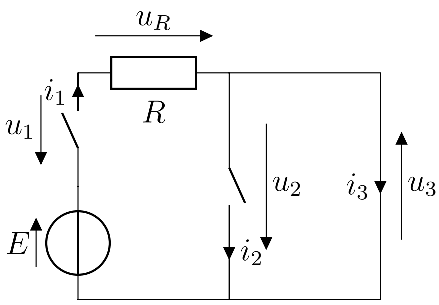
Exercice n°1 Cadre de l'ARQS

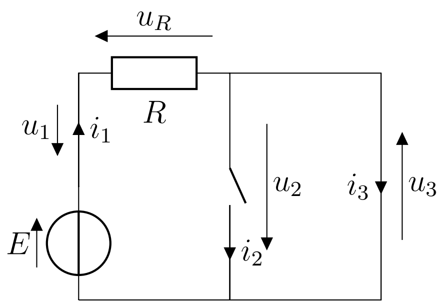
Les ondes radio FM sont des ondes électromagnétiques de fréquences de l'ordre de 100 MHz qui sont récupérées par des antennes de taille de l'ordre du mètre. Peut-on se placer dans le cadre de l'ARQS pour étudier la propagation du signal électrique dans l'antenne ?

Solution: La longueur d'onde des ondes radio est donnée par $\lambda = \dfrac{c}{f} \approx \dfrac{3.10^8}{100.10^6} \approx 3$ m, ce qui est de l'ordre de grandeur de la taille de l'antenne (légèrement supérieur). Par conséquent on ne peut pas se placer dnas le cadre de l'ARQS pour étudier la propagation du signal électrique dans l'antenne.
On peut également comparer la durée de propagation $\tau = \dfrac{L}{c} \approx \dfrac{1\text{ m}}{3.10^8} \approx 3.10^{-9}$ s à la période du signal $T = 1.10^{-8}$ s. La durée de propagation étant de l'ordre de grandeur de la période, on ne peut pas considérer la propagation comme instantanée, l'ARQS n'est pas applicable ici.

Exercice n°2 Tension et intensité

Dans les deux cas ci-dessous, exprimer toutes les tensions et intensités qui apparaissent sur le circuit en fonction des résistances et de E si besoin.



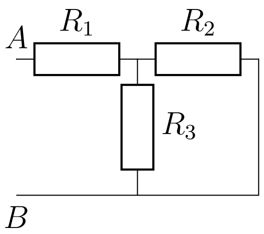


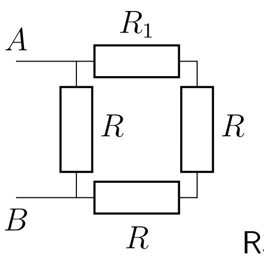
Solution:

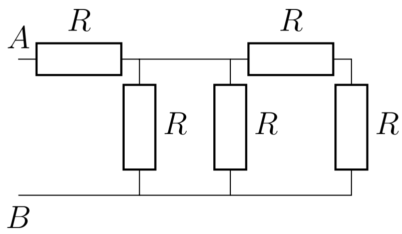
- Circuit de gauche :
  Tension aux bornes d'un fil : $u_3 = 0$;
  Maille de droite : $u_2 = -u_3 = 0$
  Intensité à travers un circuit ouvert : $i_2 = 0$, $i_1 = 0$, soit $u_R = 0$
  Loi des mailles à gauche : $E - u_1 + u_R + u_2 = 0$, donc $u_1 = E$
- Circuit de droite :
  Tension aux bornes d'un fil : $u_3 = 0$; $u_1 = 0$
  Maille de droite : $u_2 = -u_3 = 0$
  Intensité à travers un circuit ouvert : $i_2 = 0$
  Loi des mailles à gauche : $E - u_1 + u_R + u_2 = 0$, donc $u_R = E$
  Loi d'Ohm : $i_1 = \dfrac{E}{R}$

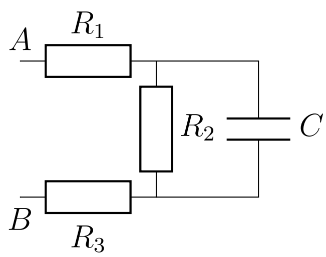
Exercice n°3 Associations de résistances

Pour chacun des circuits ci-dessous, indiquer si les différents conducteurs ohmiques sont montés en série, en parallèle, ou ni l'un ni l'autre. Lorsqu'elle existe, calculer la résistance équivalente vue entre les points A et B.

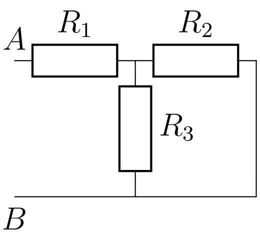
R1. 

R2. 

R3. 

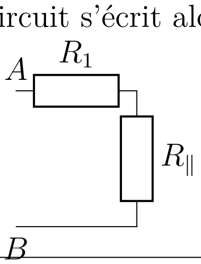
R4. 

Solution: Pour ce genre d'exercices, faites les associations pas à pas, en étant attentif aux résistances vraiment en série ou en parallèle, et n'associer que des résistance qui le sont.
⚠ aux associations parallèles : L'INVERSE de la résistance équivalente est égale à la SOMME DES INVERSES des résistances en parallèle.
R1. .



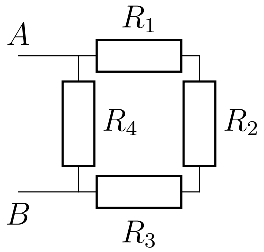
R_2 et R_3 sont en parallèle car leurs deux bornes sont communes.
La résistance équivalente s'écrit : $\dfrac{1}{R_\parallel} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} = \dfrac{R_3 + R_2}{R_3 R_2}$, d'où $R_\parallel = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$

Le circuit s'écrit alors :



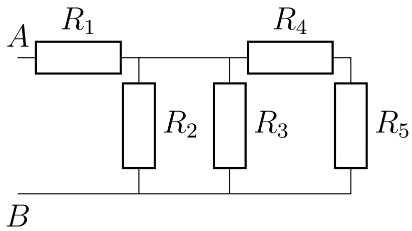
Les résistances R_1 et $R_\parallel$ sont en série.
Ainsi la résistance équivalente $\boxed{R_{AB} = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$

R2. .



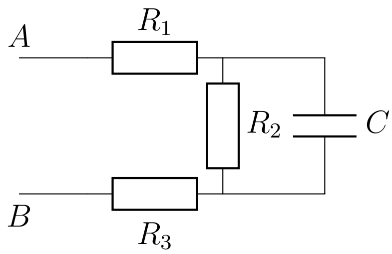
R_1, R_2, R_3 sont en série, donc cette association est équivalente à : $R_{\text{série}} = R_1 + R_2 + R_3$
Les résistances R_4 et $R_{\text{série}}$ sont en parallèle, ainsi la résistance équivalente s'écrit :
$\dfrac{1}{R_{AB}} = \dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_1 + R_2 + R_3}$. Donc $\boxed{R_{AB} = \dfrac{R_4 \times (R_1 + R_2 + R_3)}{R_4 + R_1 + R_2 + R_3}}$

R3. .



Les résistances R_4 et R_5 sont en série, leur association est équivalente à
$R_{45} = R_4 + R_5$
Les résistances R_2, R_3 et R_{45} sont en parallèle : $\dfrac{1}{R_{\parallel}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4 + R_5}$
La résistance $R_{\parallel}$ est alors en série avec la résistance R_1. Ainsi, la résistance équivalente s'écrit : $\boxed{R_{AB} = R_1 + \dfrac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}}$

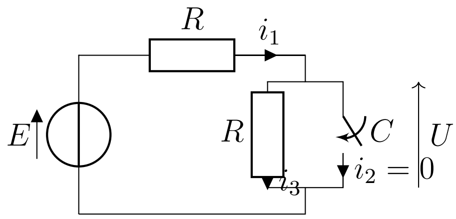
R4. .



R_2 et C sont en parallèle, mais nous ne pouvons pas associer des résistances et des condensateurs ensemble (nous verrons plus tard qu'il sera possible de le faire dans certaines conditions). Aucune résistance n'est en série ou en parallèle, donc rien ne peut être fait ici.

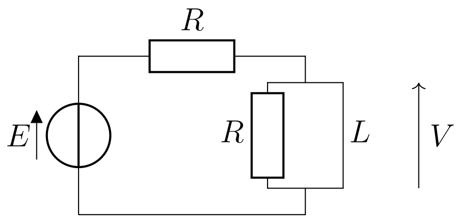
Exercice n°4 Régimes permanents

R1. Représenter le circuit ci-contre en régime permanent. En déduire la tension U.



Solution: $i_2 = 0$.
La loi des nœuds donne : $i_1 = i_3$, donc les deux résistances sont en série.
D'après la relation du pont diviseur de tension : $U = \dfrac{R}{R+R}E = \dfrac{E}{2}$.

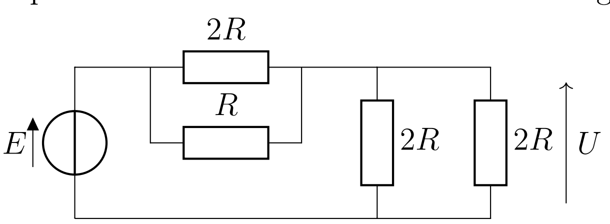
R2. Représenter le circuit en régime permanent. En déduire la valeur de la tension V.



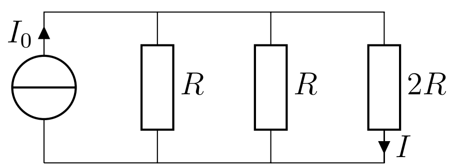
Solution: La tension aux bornes d'un fil est nulle, donc $\boxed{V = 0}$

Exercice n°5 Ponts diviseurs

Exprimer U en fonction de E dans le montage 1 et I en fonction de I_0 dans le montage 2.

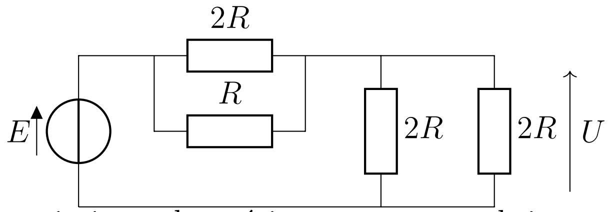


Montage 1

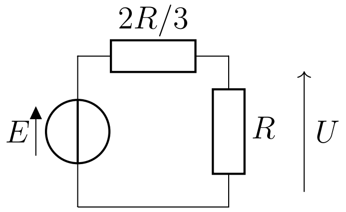


Montage 2

Solution:

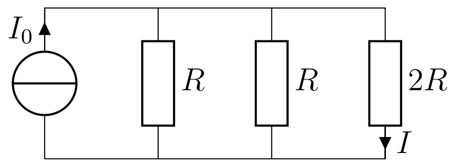


Par association de résistances, on obtient :

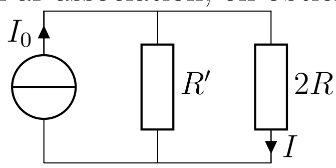


Relation du pont diviseur de tension :

$U = \dfrac{R}{2R/3+R} \times E$, soit $\boxed{U = \dfrac{3E}{5}}$



Par association, on obtient le circuit :



Avec $\dfrac{1}{R'} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{2}{R}$, soit $R' = \dfrac{R}{2}$

Relation du pont diviseur de courant :

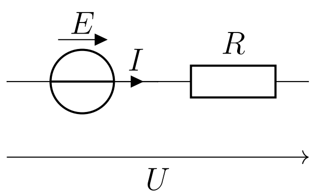
$I = \dfrac{1/(2R)}{1/(2R)+2/R} I_0 = \dfrac{1/2}{1/2+2} I_0$, soi $\boxed{I = \dfrac{I_0}{5}}$

Exercice n°6 Modèle de pile

On mesure une tension de 3,0 V aux bornes d'une pile qui débite un courant de 0,10 A. La tension de la même pile tombe à 2,2 V lorsque l'intensité délivrée est de 0,20 A.

On modélise la pile par un générateur de Thévenin.

R1. Que valent la résistance interne et la fem à vide ?



Solution:

Tension aux bornes de la pile : $U = E - RI$

On résout le système : $\begin{cases} 3 = E - 0.1R \\ 2.2 = E - 0.2R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.8 = 0.1R \\ E = 3 + 0.1R \end{cases}$

Soit $\boxed{R = 8\ \Omega ; E = 3,8\ \mathrm{V}}$

R2. Lorsque la tension est de 3,0 V, calculer la puissance fournie par la pile au reste du circuit, ainsi que la puissance perdue dans la pile par effet Joule.

Solution: La puissance fournie par la pile au reste du circuit vaut $\mathscr{P}_{\text{fournie}} = UI = 0,3\ \mathrm{W}$

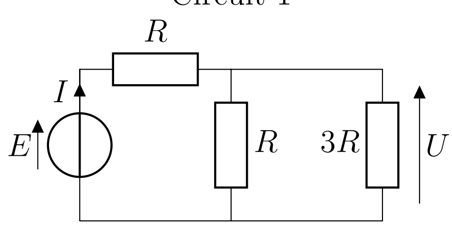
La puissance perde par effet Joule dans la pile vaut $\mathscr{P}_J = RI^2 = 0,08\ \mathrm{W}$

Exercice n°7 Circuits à deux mailles

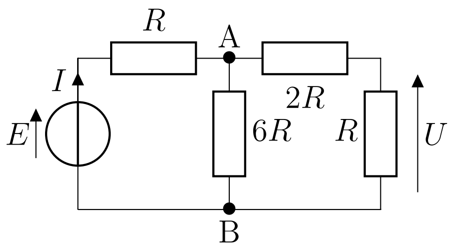
On étudie les deux circuits ci-dessous. Les études seront menées uniquement avec les ponts diviseurs et les associations de résistances.

Application numérique pour $E = 3,0$ V et $R = 1,5$ kΩ.

Circuit 1

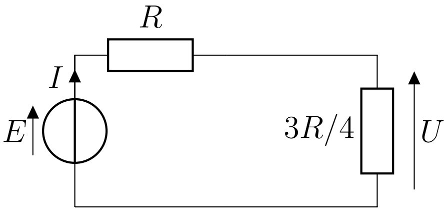


Circuit 2



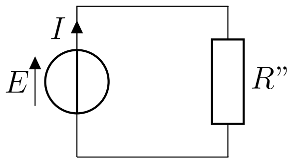
R1. Dans le circuit 1, exprimer U en fonction de E.

Solution: On associe les deux résistances à droite : $R' = \dfrac{3R}{4}$



Pont diviseur de tension : $U = \dfrac{3R/4}{R + 3R/4}E$, soit $\boxed{U = \dfrac{3E}{7}}$

R2. Dans le circuit 1, exprimer I en fonction de E et R



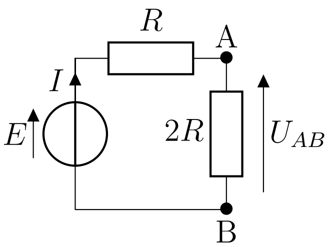
Solution: On associe toutes les résistances : $R" = R + \dfrac{3R}{4} = \dfrac{7R}{4}$

Soit $\boxed{I = \dfrac{4E}{7R}}$

R3. Dans le circuit 2, exprimer la résistance équivalente entre A et B, pour exprimer ensuite U_{AB} en fonction de E.

Solution:
Résistance équivalente :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{R_{AB}} &= \frac{1}{6R} + \frac{1}{R + 2R} \\
\frac{1}{R_{AB}} &= \frac{1}{6R} + \frac{1}{3R} \\
\frac{1}{R_{AB}} &= \frac{1}{2R} \\
R_{AB} &= 2R
\end{aligned}$$



Pont diviseur de tension : $U_{AB} = \dfrac{2R}{2R + R}E$, soit $\boxed{U_{AB} = \dfrac{2E}{3}}$

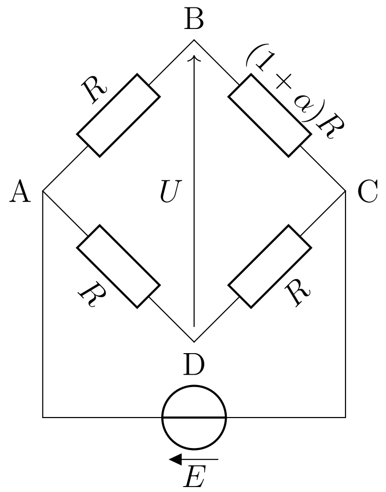
R4. Dans le circuit 2, exprimer U en fonction de U_{AB}, puis U en fonction de E.

Solution: PDT à droite sur le circuit de départ : $U = \dfrac{R}{R + 2R}U_{AB}$, soit $\boxed{U = \dfrac{1}{3}U_{AB}}$

Ainsi $\boxed{U = \dfrac{2E}{9}}$

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°8 Capteur



On considère le montage ci-contre, qui comporte trois résistances identiques, et un capteur équivalent à une résistance $(1+\alpha) \times R$ avec α un paramètre sans dimension qui varie en fonction de la sortie du capteur.
On mesure la tension U.

Établir l'expression de la tension U en fonction de E et α. On passera par l'application de deux relations du pont diviseur de tension bien choisies.

Solution:

D'après la relation du PDT : $u_{BC} = \dfrac{(1+\alpha)R}{(1+\alpha)R+R} u_{AC} = \dfrac{1+\alpha}{2+\alpha} E$, avec $u_{AC} = E$.

D'après la relation du PDT : $u_{CD} = \dfrac{R}{R+R} u_{CA} = -\dfrac{E}{2}$, avec $u_{CA} = -E$.

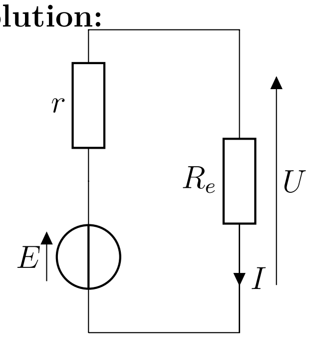
$$\begin{aligned} U &= u_{BD} \\ &= u_{BC} + u_{CD} \\ &= \frac{1+\alpha}{2+\alpha} E - \frac{E}{2} \\ &= \frac{2+2\alpha-(2+\alpha)}{2(2+\alpha)} E \\ &= \frac{\alpha}{2(2+\alpha)} E \end{aligned}$$

Exercice n°9 Résistance d'entrée d'un oscilloscope

En régime continu, l'étage électronique d'entrée d'un oscilloscope peut se modéliser par sa seule résistance d'entrée $R_e = 1\ \text{M}\Omega$. On connecte un générateur de résistance interne $r = 50\ \Omega$ sur l'entrée de l'oscilloscope.

Quelle erreur relative commet-on en confondant la f.é.m. E du générateur et la tension U mesurée par l'oscilloscope ? Conclure.

Solution:



La tension mesurée par l'oscilloscope est U. D'après la relation du pont diviseur de tension, on peut l'exprimer en fonction de E par : $U = \dfrac{R_e}{R_e + r} E$

Calculons l'écart relatif entre U et E :

$$\begin{aligned}
\frac{E-U}{E} &= \frac{E - \dfrac{R_e}{R_e+r}E}{E} \\
&= \frac{R_e + r - R_e}{R_e+r} \\
&= \frac{r}{R_e+r} \\
&\approx 5.10^{-5}
\end{aligned}$$

Soit une erreur de 0,005 % !

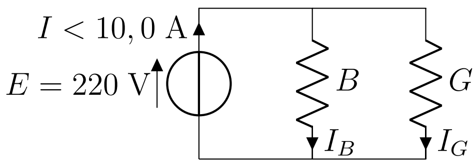
III Résolution de problèmes

Exercice n°10 Petit-déjeuner

Peu satisfait.e du petit-déjeuner proposé par le réfectoire du lycée, un.e pensionnaire de l'internat installe dans sa chambre une bouilloire et un grille-pain. Il.elle branche les deux appareils sur une seule multiprise, qui est protégée par un fusible de 10 A. Les puissances consommées respectivement par la bouilloire et le grille pain sont 1300 W et 1100 W.

Peut-il.elle utiliser le grille-pain et la bouilloire en même temps ?

Solution:
Calculons l'intensité du courant qui sort de la prise : $I = I_B + I_G$, or la puissance reçue par la bouilloire $\mathscr{P}_B = E \times I_B = 1300$ W et la puissance reçue par le grille pain $\mathscr{P}_G = E \times I_G = 1000$ W.
Soit $\boxed{I = \frac{\mathscr{P}_B + \mathscr{P}_G}{E} = \frac{2300}{220} > 10,0 \text{ A}}$: la bouilloire et le grille-pain ne peuvent pas être utilisés en même temps.



Exercice n°11 Lampe de poche

Les anciennes lampes de poches contenaient une pile plate à languette de 4,5 V , 3000 mAh qui alimentait une ampoule à incandescence de 4,5 V , 500 mW.
Estimer l'autonomie de la lampe de poche.

Solution: *élément de corrigé*
L'information donnée 3000 mAh est homogène à une intensité multipliée par un temps, c'est donc une charge. C'est la charge disponible.
Énergie disponible : $\mathscr{E}_{\text{dispo}} = U \times I \times \Delta t = U \times Q = 4,5 \times 3000.10^{-3} \times 3600 = 4,86.10^{4}$ J
Or l'ampoule consomme une puissance de $\mathscr{P}$ =500 mW.
Ainsi l'autonomie de la pile est donnée par $\tau = \frac{\mathscr{E}_{\text{dispo}}}{\mathscr{P}} = 97200 \text{ s} = 27 \text{ h}$