Thème I. Ondes et signaux (Électricité)

TD n°3 Circuits électriques dans l'ARQS – *Corrigé*

I Exercices d'application directe du cours

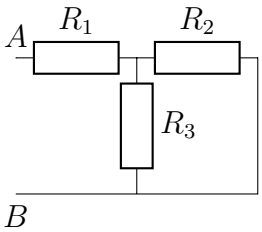
Exercice n°1 Cadre de l'ARQS ♪ ♪

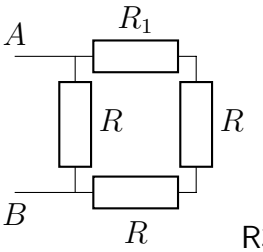
Les ondes radio FM sont des ondes électromagnétiques de fréquences de l'ordre de 100 MHz qui sont récupérées par des antennes de taille de l'ordre du mètre. Peut-on se placer dans le cadre de l'ARQS pour étudier la propagation du signal électrique dans l'antenne ?

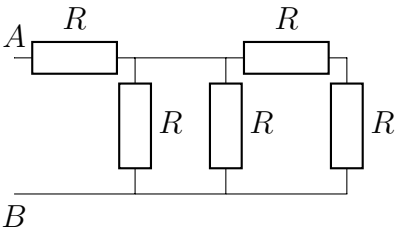
Solution: La longueur d'onde des ondes radio est donnée par $\lambda = \dfrac{c}{f} \approx \dfrac{3.10^8}{100.10^6} \approx 3$ m, ce qui est de l'ordre de grandeur de la taille de l'antenne (légèrement supérieur). Par conséquent on ne peut pas se placer dnas le cadre de l'ARQS pour étudier la propagation du signal électrique dans l'antenne.
On peut également comparer la durée de propagation $\tau = \dfrac{L}{c} \approx \dfrac{1\text{ m}}{3.10^8} \approx 3.10^{-9}$ s à la période du signal $T = 1.10^{-8}$ s. La durée de propagation étant de l'ordre de grandeur de la période, on ne peut pas considérer la propagation comme instantanée, l'ARQS n'est pas applicable ici.

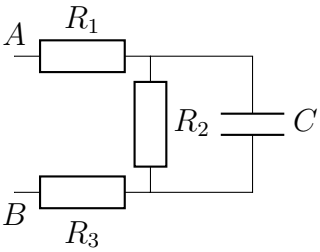
Exercice n°2 Associations de résistances ♪

Pour chacun des circuits ci-dessous, indiquer si les différents conducteurs ohmiques sont montés en série, en parallèle, ou ni l'un ni l'autre. Lorsqu'elle existe, calculer la résistance équivalente vue entre les points A et B.

R1.


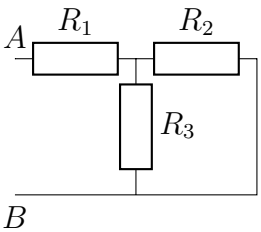
R2.


R3.


R4.


Solution: Pour ce genre d'exercices, faites les associations pas à pas, en étant attentif aux résistances vraiment en série ou en parallèle, et n'associer que des résistance qui le sont.
⚠ **aux associations parallèles : L'INVERSE de la résistance équivalente est égale à la SOMME DES INVERSES des résistances en parallèle.**

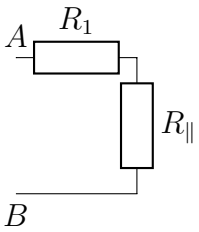
R1. .



R_2 et R_3 sont en parallèle car leurs deux bornes sont communes.
La résistance équivalente s'écrit : $\dfrac{1}{R_{\|}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} = \dfrac{R_3 + R_2}{R_3 R_2}$, d'où

$$R_{\|} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

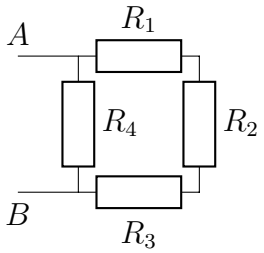
Le circuit s'écrit alors :



Les résistances R_1 et $R_{\|}$ sont en série.

Ainsi la résistance équivalente $\boxed{R_{AB} = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$

R2. .

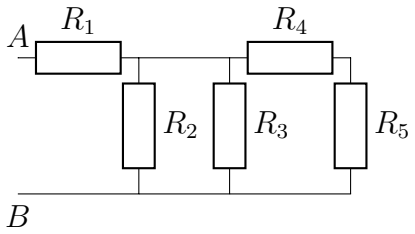


R_1, R_2, R_3 sont en série, donc cette association est équivalente à : $R_{\text{série}} = R_1 + R_2 + R_3$

Les résistances R_4 et $R_{\text{série}}$ sont en parallèle, ainsi la résistance équivalente s'écrit :

$\dfrac{1}{R_{AB}} = \dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_1 + R_2 + R_3}$. Donc $\boxed{R_{AB} = \dfrac{R_4 \times (R_1 + R_2 + R_3)}{R_4 + R_1 + R_2 + R_3}}$

R3. .



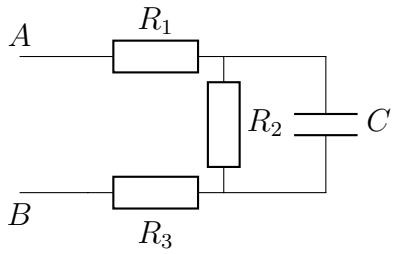
Les résistances R_4 et R_5 sont en série, leur association est équivalente à

$R_{45} = R_4 + R_5$

Les résistances R_2, R_3 et R_{45} sont en parallèle : $\dfrac{1}{R_{\|}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4 + R_5}$

La résistance $R_{\|}$ est alors en série avec la résistance R_1. Ainsi, la résistance équivalente s'écrit : $\boxed{R_{AB} = R_1 + \dfrac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}}$

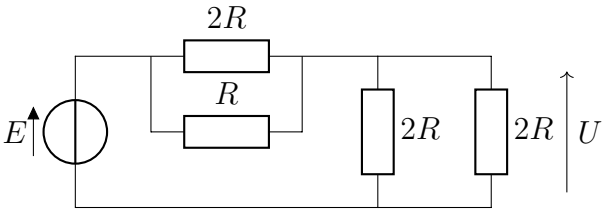
R4. .



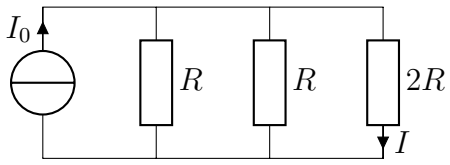
R_2 et C sont en parallèle, mais nous ne pouvons pas associer des résistances et des condensateurs ensemble (nous verrons plus tard qu'il sera possible de le faire dans certaines conditions). Aucune résistance n'est en série ou en parallèle, donc rien ne peut être fait ici.

Exercice n°3 Ponts diviseurs ♪

Exprimer U en fonction de E dans le montage 1 et I en fonction de I_0 dans le montage 2.

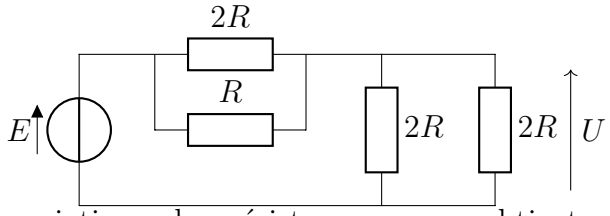


Montage 1

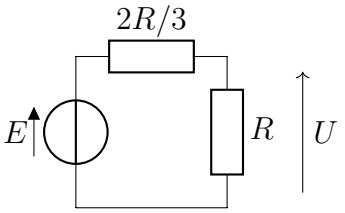


Montage 2

Solution:

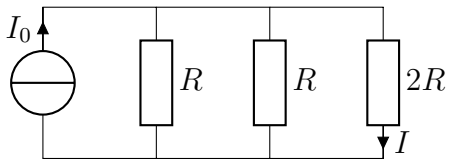


Par association de résistances, on obtient :

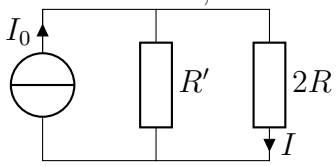


Relation du pont diviseur de tension :

$U = \dfrac{R}{2R/3 + R} \times E$, soit $\boxed{U = \dfrac{3E}{5}}$



Par association, on obtient le circuit :



Avec $\dfrac{1}{R'} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{2}{R}$, soit $R' = \dfrac{R}{2}$

Relation du pont diviseur de courant :

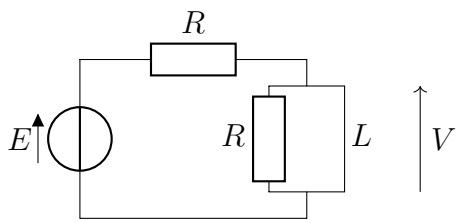
$I = \dfrac{1/(2R)}{1/(2R) + 2/R} I_0 = \dfrac{1/2}{1/2 + 2} I_0$, soi $\boxed{I = \dfrac{I_0}{5}}$

Exercice n°4 Régimes permanents ♪

R1. Rappeler la loi de la bobine.

R2. En déduire son comportement en régime permanent. Représenter le circuit ci-contre en régime permanent.

R3. En déduire la valeur de la tension V.

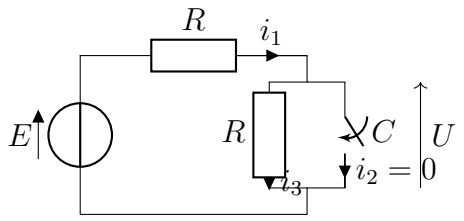


Solution: La tension aux bornes d'un fil est nulle, donc $\boxed{V = 0}$

R4. Rappeler la loi du condensateur.

R5. En déduire son comportement en régime permanent. Représenter le circuit ci-contre en régime permanent.

R6. Établir l'expression de la tension U en fonction de E uniquement (et par application d'une seule formule).



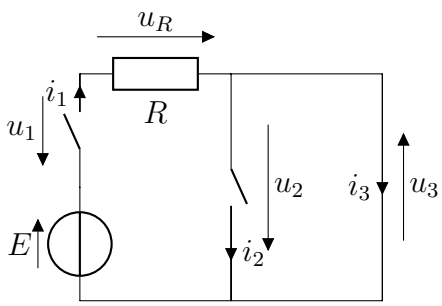
Solution: $i_2 = 0$.
La loi des nœuds donne : $i_1 = i_3$, donc les deux résistances sont en série.
D'après la relation du pont diviseur de tension : $U = \dfrac{R}{R+R}E = \dfrac{E}{2}$.

Exercice n°5 Tension et intensité ♪ ♪

R1. Rappeler la valeur de l'intensité à travers un interrupteur ouvert, et de la tension aux bornes d'un fil idéal. Peut-on dire quelque chose, a priori, sur la tension aux bornes d'un interrupteur ouvert, et l'intensité à travers un fil idéal ? Si oui, donner l'affirmation.

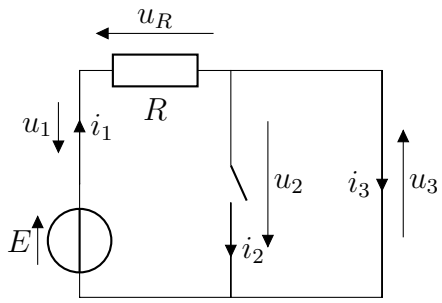
Solution:

R2. On étudie le circuit ci-contre.
(a) Lister toutes les grandeurs évidemment nulles.
(b) En déduire les valeurs de u_R, u_2, i_3.
(c) Enfin, en déduire u_1 en fonction de E.



Solution:
Tension aux bornes d'un fil : $u_3 = 0$;
Intensité à travers un circuit ouvert : $i_2 = 0$, $i_1 = 0$
Maille de droite : $u_2 = -u_3 = 0$
Loi d'Ohm : $u_R = 0$
Loi des nœuds : $i_3 = 0$.
Loi des mailles à gauche : $E - u_1 + u_R + u_2 = 0$, donc $u_1 = E$

R3. On étudie le circuit ci-contre.
(a) Lister toutes les grandeurs évidemment nulles.
(b) En déduire u_2 et u_R, puis i_1 et i_3.

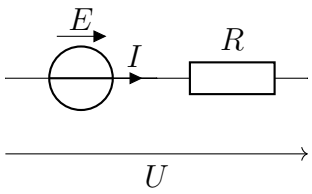


Solution:
Tension aux bornes d'un fil : $u_3 = 0$; $u_1 = 0$
Intensité à travers un circuit ouvert : $i_2 = 0$
Maille de droite : $u_2 = -u_3 = 0$
Loi des mailles à gauche : $E - u_1 + u_R + u_2 = 0$, donc $u_R = E$
Loi d'Ohm : $i_1 = \dfrac{E}{R}$
Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$, donc $i_3 = \dfrac{E}{R}$

Exercice n°6 Modèle de pile ♪

On mesure une tension de 3,0 V aux bornes d'une pile qui débite un courant de 0,10 A. La tension de la même pile tombe à 2,2 V lorsque l'intensité délivrée est de 0,20 A. On modélise la pile par un générateur de Thévenin.

R1. Que valent la résistance interne et la fem à vide ?



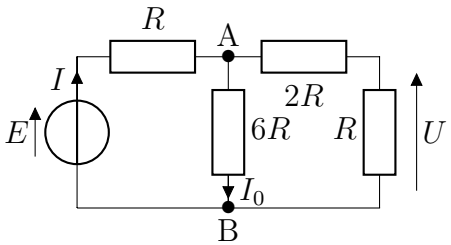
Solution:
Tension aux bornes de la pile : $U = E - RI$
On résout le système : $\begin{cases} 3 &= E - 0.1R \\ 2.2 &= E - 0.2R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.8 &= 0.1R \\ E &= 3 + 0.1R \end{cases}$
Soit $\boxed{R = 8\ \Omega ; E = 3,8\ \text{V}}$

R2. Lorsque la tension est de 3,0 V, calculer la puissance fournie par la pile au reste du circuit, ainsi que la puissance perdue dans la pile par effet Joule.

Solution: La puissance fournie par la pile au reste du circuit vaut $\mathscr{P}_{\text{fournie}} = UI = 0,3$ W
La puissance perde par effet Joule dans la pile vaut $\mathscr{P}_J = RI^2 = 0,08$ W

Exercice n°7 Circuits à deux mailles ♪ ♪

On étudie le circuit ci-contre. Les études seront menées uniquement avec les ponts diviseurs et les associations de résistances.
Application numérique avec $E = 3,0$ V et $R = 1,5$ kΩ.



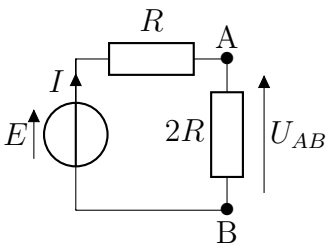
R1. Exprimer I_0 en fonction de I uniquement.

R2. Exprimer U_{AB} en fonction de E uniquement.

Solution:

Résistance équivalente :

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{AB}} &= \frac{1}{6R}+\frac{1}{R+2R}\\ \frac{1}{R_{AB}} &= \frac{1}{6R}+\frac{1}{3R}\\ \frac{1}{R_{AB}} &= \frac{1}{2R}\\ R_{AB} &= 2R\end{aligned}$$



Pont diviseur de tension : $U_{AB} = \dfrac{2R}{2R+R}E$, soit $\boxed{U_{AB} = \dfrac{2E}{3}}$

R3. Exprimer U en fonction de U_{AB} uniquement, puis U en fonction de E uniquement.

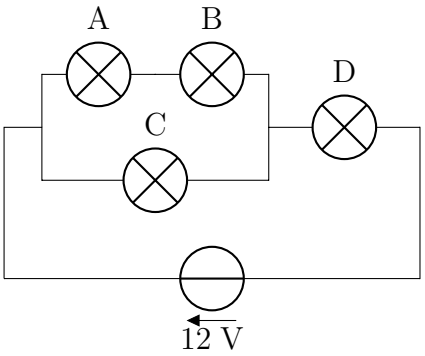
Solution: PDT à droite sur le circuit de départ : $U = \dfrac{R}{R+2R}U_{AB}$, soit $\boxed{U = \dfrac{1}{3}U_{AB}}$

Ainsi $\boxed{U = \dfrac{2E}{9}}$

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°8 Et si une ampoule grillait ? ♪ ♪

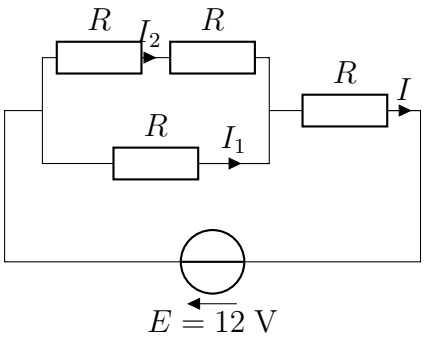
Quatre ampoules identiques A, B, C, D de résistance $R = 40\ \Omega$, sont connectées comme l'indique le schéma ci-contre.



R1. Déterminer la puissance consommée par chacune des quatre ampoules.

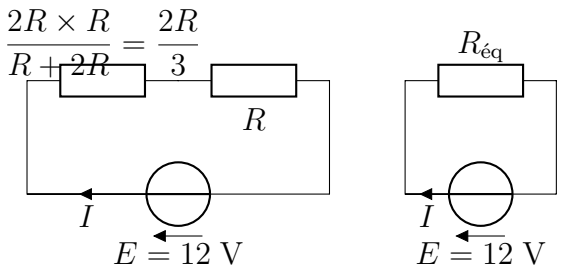
Solution:

Chaque ampoule est assimilée à une résistance $R = 40\ \Omega$,
donc $\mathscr{P}_A = \mathscr{P}_B = RI_2^2$, $\mathscr{P}_C = RI_1^2$ et $\mathscr{P}_D = RI^2$
Pour déterminer les puissances il est donc nécessaire de déterminer les intensités.
Les relations de pont diviseur de courant s'écrivent :
$I_2 = \dfrac{1/R}{1/R+1/2R}I = \dfrac{2I}{3}$ et $I_1 = \dfrac{I}{3}$.



Pour déterminer I, on peut associer toutes les résistances entre elles et obtenir le circuit ci-contre, avec $R_{\text{éq}} = R + \dfrac{2R}{3} = \dfrac{5R}{3}$

Alors $I = \dfrac{E}{R_{\text{éq}}} = \dfrac{3E}{5R}$, $I_2 = \dfrac{2E}{5R}$, $I_1 = \dfrac{E}{5R}$.

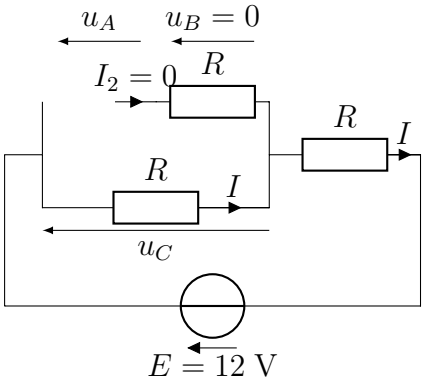


On en déduit $\boxed{\mathscr{P}_A = \mathscr{P}_B = \dfrac{4E^2}{25R} = 0,58 \text{ W}}$; $\boxed{\mathscr{P}_C = \dfrac{E^2}{25R} = 0,14 \text{ W}}$; $\boxed{\mathscr{P} = \dfrac{9E^2}{25R} = 1,3 \text{ W}}$

R2. L'ampoule A grille brutalement. Déterminer alors la puissance consommée par les trois ampoules restantes, ainsi que la tension aux bornes de l'ampoule grillée A.

Solution:

Les lampes C et D sont alors en série et parcourues par le même courant $\boxed{I = \dfrac{E}{2R} = 0,15 \text{ A}}$ et elles consomment la même puissance $\boxed{\mathscr{P}_C = \mathscr{P}_D = \dfrac{E^2}{4R} = 0,90 \text{ W}}$



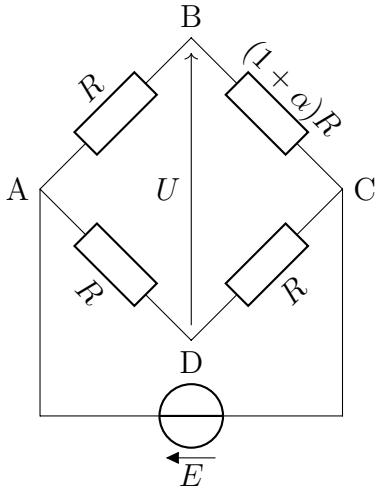
On a $u_A = u_C$ car $u_B = 0$ puisque la lampe B est traversée par un courant d'intensité nulle.
Les lampes C et D sont en série, donc nous pouvons (devons devrais-je dire !) utiliser une relation de pont diviseur de tension pour déterminer la tension aux bornes de C qui est égale à celle aux bornes de A : $\boxed{u_A = u_C = \dfrac{E}{2} = 6,0 \text{ V}}$

R3. Dans les guirlandes des sapins de Noël, est-il préférable de mettre les différentes ampoules en série ou en parallèle ?

Solution: Dans les guirlandes des sapins de Noël, il est préférable de mettre les différentes ampoules en parallèle, car si l'une d'elle grille les autres peuvent continuer à fonctionner, tandis que si toutes les ampoules sont en série si l'une d'elle grille plus aucun courant ne circule, plus aucune ampoule n'éclaire ... ☹☹☹

Exercice n°9 Capteur ♪ ♪ ♪

On considère le montage ci-contre, qui comporte trois résistances identiques, et un capteur équivalent à une résistance $(1+\alpha) \times R$ avec α un paramètre sans dimension qui varie en fonction de la sortie du capteur.
On mesure la tension U.



Établir l'expression de la tension U en fonction de E et α. On passera par l'application de deux relations du pont diviseur de tension bien choisies.

Solution:

D'après la relation du PDT : $u_{BC} = \dfrac{(1+\alpha)R}{(1+\alpha)R+R}u_{AC} = \dfrac{1+\alpha}{2+\alpha}E$, avec $u_{AC} = E$.

D'après la relation du PDT : $u_{CD} = \dfrac{R}{R+R}u_{CA} = -\dfrac{E}{2}$, avec $u_{CA} = -E$.

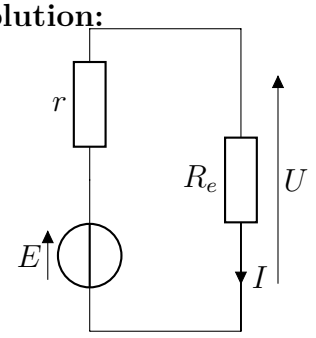
$$\begin{aligned} U &= u_{BD} \\ &= u_{BC} + u_{CD} \\ &= \frac{1+\alpha}{2+\alpha}E - \frac{E}{2} \\ &= \frac{2+2\alpha-(2+\alpha)}{2(2+\alpha)}E \\ &= \frac{\alpha}{2(2+\alpha)}E \end{aligned}$$

Exercice n°10 Résistance d'entrée d'un oscilloscope ♪ ♪ ♪

En régime continu, l'étage électronique d'entrée d'un oscilloscope peut se modéliser par sa seule résistance d'entrée $R_e = 1$ MΩ. On connecte un générateur de résistance interne $r = 50\ \Omega$ sur l'entrée de l'oscilloscope.

Quelle erreur relative commet-on en confondant la f.é.m. E du générateur et la tension U mesurée par l'oscilloscope ? Conclure.

Solution:



La tension mesurée par l'oscilloscope est U. D'après la relation du pont diviseur de tension, on peut l'exprimer en fonction de E par : $U = \dfrac{R_e}{R_e+r}E$

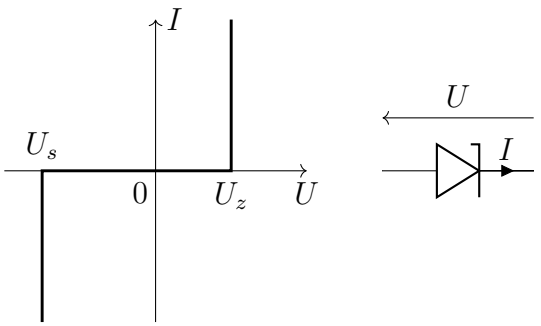
Calculons l'écart relatif entre U et E :

$$\begin{aligned} \frac{E-U}{E} &= \frac{E - \frac{R_e}{R_e+r}E}{E} \\ &= \frac{R_e+r-R_e}{R_e+r} \\ &= \frac{r}{R_e+r} \\ &\approx 5.10^{-5} \end{aligned}$$

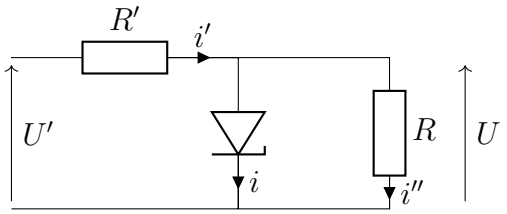
Soit une erreur de 0,005 % !

Exercice n°11 Stabilisation de tension avec une diode Zéner ♪ ♪ ♪

Une diode Zener (ou diode régulatrice de tension) est un composant électronique possédant la caractéristique idéalisée ci-dessous.



On souhaite stabiliser la tension U aux bornes de la résistance $R = 150\ \Omega$, au moyen du montage indiqué ci-dessous.



R1. Quelle valeur doit-on donner à R' pour que la tension U reste égale à $U_z = 7,1$ V quand U' varie de 10 à 15 V ?

Solution:
Loi des mailles : $U' = U + R'i'$ (1)
Loi d'Ohm pour R : $U = Ri''$ (2)
Loi des nœuds : $i' = i + i''$ (3)
(2) dans (3) puis dans (1) : $U' = U + R'\left(i + \dfrac{U}{R}\right)$
Soit $i = \dfrac{U' - U}{R'} - \dfrac{U}{R}$
On souhaite que la tension $U = U_z$. D'après la caractéristique fournie, il faut que $i > 0$.
Ainsi on cherche $\dfrac{U' - U_z}{R'} - \dfrac{U_z}{R} > 0$
Soit $R' < R\left(\dfrac{U'}{U_z} - 1\right)$
Il faut choisir la valeur de R' telle que pour n'importe quelle valeur de U' ça fonctionne, y compris pour la plus petite.
Il faut donc choisir $\underline{R' < 150 \times \left(\dfrac{10}{7,1} - 1\right) = 61\ \Omega}$

R2. Le courant traversant la diode Zener reste-t-il alors compatible avec la valeur maximale acceptable définie par la puissance maximale $\mathscr{P}_{\max} = 700$ mW ?

Solution:
La puissance reçue par la diode s'exprime selon $\mathscr{P} = U \times i = U_z \times i$ (puisqu'ici $U = U_z$). Calculons i pour répondre au problème.
$i = i' - i''$, avec $i'' = \dfrac{U_z}{R}$ et $i' = \dfrac{U' - U_z}{R'}$ (d'après (1)).
Soit $\boxed{i = \dfrac{U' - U_z}{R'} - \dfrac{U_z}{R}}$
Pour $R' = 61\ \Omega$ et $U' = 15$ V (valeur maximale qui rendra i maximal), on trouve $i = 82$ mA
Soit $\mathscr{P} = 5,8.10^{-1}$ W : c'est bon !

III Résolution de problèmes

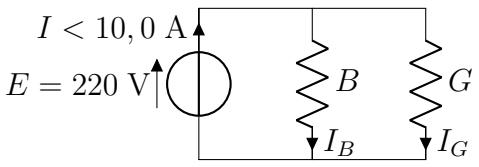
Exercice n°12 Petit-déjeuner ♪ ♪ ♪

Peu satisfait.e du petit-déjeuner proposé par le réfectoire du lycée, un.e pensionnaire de l'internat installe dans sa chambre une bouilloire et un grille-pain. Il.elle branche les deux appareils sur une seule multiprise, qui est protégée par un fusible de 10 A. Les puissances consommées respectivement par la bouilloire et le grille pain sont 1300 W et 1100 W.

Peut-il.elle utiliser le grille-pain et la bouilloire en même temps ?

Solution:
Calculons l'intensité du courant qui sort de la prise : $I = I_B + I_G$, or la puissance reçue par la bouilloire $\mathscr{P}_B = E \times I_B = 1300$ W et la puissance reçue par le grille pain $\mathscr{P}_G = E \times I_G = 1000$ W.

Soit $\boxed{I = \dfrac{\mathscr{P}_B + \mathscr{P}_G}{E} = \dfrac{2300}{220} > 10,0 \text{ A}}$: la bouilloire et le grille-pain ne peuvent pas être utilisés en même temps.



Exercice n°13 Lampe de poche ♪ ♪ ♪

Les anciennes lampes de poches contenaient une pile plate à languette de 4,5 V , 3000 mAh qui alimentait une ampoule à incandescence de 4,5 V , 500 mW.
Estimer l'autonomie de la lampe de poche.

Solution: *élément de corrigé*
L'information donnée 3000 mAh est homogène à une intensité multipliée par un temps, c'est donc une charge. C'est la charge disponible.
Énergie disponible : $\mathscr{E}_{\text{dispo}} = U \times I \times \Delta t = U \times Q = 4,5 \times 3000.10^{-3} \times 3600 = 4,86.10^4$ J
Or l'ampoule consomme une puissance de $\mathscr{P}$ =500 mW.
Ainsi l'autonomie de la pile est donnée par $\tau = \dfrac{\mathscr{E}_{\text{dispo}}}{\mathscr{P}} = 97200 \text{ s} = 27 \text{ h}$