Thème I. Ondes et signaux (Électricité)

TD n°4 Régime transitoire des circuits linéaires du premier ordre — *Corrigé*

Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5
Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.	✎	✎	✎	✎	✎
Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine, pour déterminer notamment les conditions initiales.	✎	✎	✎	✎	✎
Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.	✎	✎	✎	✎	✎
Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon.	✎	✎	✎	✎	✎
Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.		✎			
Réaliser un bilan énergétique.	✎				✎

Parcours possibles

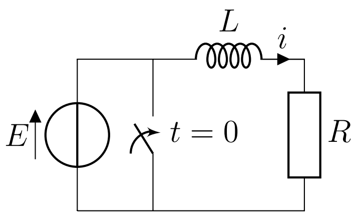
♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : exercices n°1 et n°2 (+ cahier d'entraînement : 4.1, 4.5, 4.7, 4.9, 4.10, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 6.13).

♪ ♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : exercices n°2, n°3, n°4.

♪ ♪ ♪ Si vous êtes à l'aise : exercices n°3, n°4, n°5 et n°6.

I Exercices d'application directe du cours

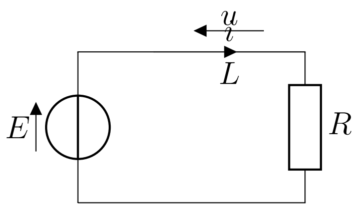
Exercice n°1 Décharge d'une bobine ♪



On considère le circuit ci-contre, où E est la fem constante du générateur idéal de tension.
Pour $t < 0$ l'interrupteur est ouvert depuis un temps très long.

R1. Déterminer la valeur de la tension aux bornes de la bobine, et de l'intensité, lorsque $t < 0$.

Solution: En régime permanent, avec l'interrupteur ouvert :



u est la tension aux bornes d'un fil : $u(t < 0) = 0$

La loi des mailles et d'Ohm donnent $i(t < 0) = \dfrac{E}{R}$

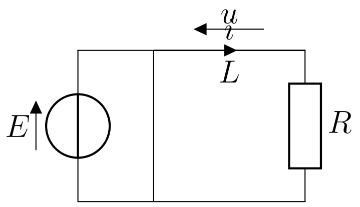
À $t = 0$ on ferme l'interrupteur, la source de tension est alors court-circuitée et n'intervient plus.

R2. Que vaut $i(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur ?

Solution: $i(t<0)=\dfrac{E}{R}$, or l'intensité à travers la bobine ne peut pas subir de discontinuité, donc $i(0^+)=\dfrac{E}{R}$ Donc $i(0^+)=K=\dfrac{E}{R}$

R3. Déterminer la valeur de la tension aux bornes de la bobine, et de l'intensité, au bout d'un temps très long (donc une fois le régime permanent atteint) pour $t>0$.

Solution: En régime permanent, après fermeture de l'interrupteur :

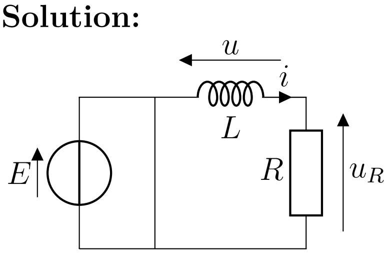


u est la tension aux bornes d'un fil : $u(\infty)=0$

La loi des mailles et d'Ohm donnent $i(\infty)=0$

R4. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité traversant la bobine, pour $t>0$.

Solution:



Loi des mailles : $u+u_R=0$, avec $u=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et $u_R=Ri$.

Ainsi : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+\dfrac{R}{L}i=0}$

On peut introduire $\tau=\dfrac{L}{R}$

R5. Résoudre complètement cette équation différentielle*.

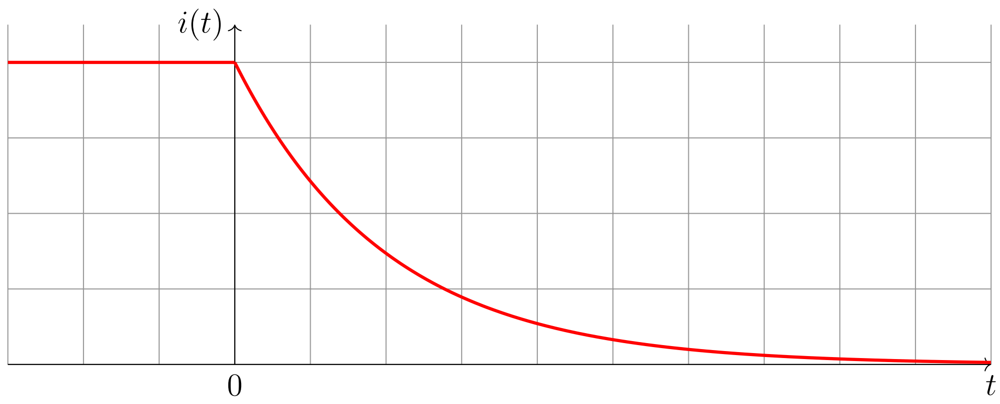
R6. Tracer l'allure de i en fonction du temps.

Solution:

Solution générale : $i(t)=Ke^{-\frac{t}{\tau}}$

Ainsi $\boxed{i(t)=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$

*. solution générale, puis détermination de la constante d'intégration, puis conclusion



R7. Quel est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire ? On prendra $L = 0,1$ H et $R = 1$ kΩ.

Solution:
Le régime transitoire a une durée d'environ $5\tau = \dfrac{5L}{R} = 5.10^{-4}$ s

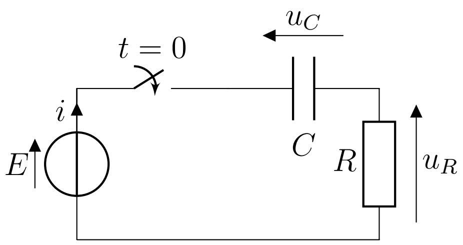
R8. Faire un bilan de puissance pour $t > 0$. Interpréter alors chacun des termes comme puissance reçue ou cédée.

Solution: Bilan de puissance, à partir de la loi des mailles :

$$\begin{aligned} u + u_R &= 0 \\ u \times i + u_R \times i &= 0 \\ L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \times i + Ri^2 &= 0 \\ -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}R^2\right) &= Ri^2 \end{aligned}$$

La bobine reçoit algébriquement la puissance $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}R^2\right)$, négative, donc la bobine fournit réellement de la puissance $-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}R^2\right)$ au circuit. Cette puissance est entièrement reçue par la résistance (Ri^2) qui la convertit en puissance thermique par effet Joule.

Exercice n°2 Charge du condensateur ♪



On considère le circuit ci-contre, où E est la force électromotrice constante du générateur idéal de tension.
Pour $t < 0$ l'interrupteur est ouvert depuis un temps très long, et le condensateur est déchargé.
À $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

R1. Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur et de la résistance, lorsque $t < 0$.

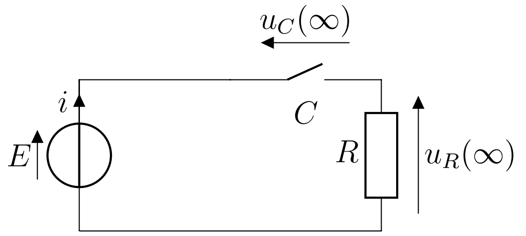
Solution: L'interrupteur est ouvert, donc $i(t < 0) = 0$, la loi d'Ohm donne donc $u_R(t < 0) = 0$.
Le condensateur est déchargé donc $u_C(t < 0) = 0$.

R2. Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur et de la résistance juste après la fermeture de l'interrupteur (à $t = 0^+$).

> **Solution:** La tension aux bornes du condensateur est continue, donc $u_C(0^+) = u_C(t<0) = 0$
> Loi des mailles à $t = 0^+$, une fois l'interrupteur fermé : $u_C(0^+) + u_R(0^+) = E$, soit $u_R(0^+) = E \neq u_R(t < 0)$

R3. Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur et de la résistance pour $t > 0$ au bout d'un temps très long (donc une fois le régime permanent atteint).

> **Solution:** En régime permanent, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert : $i(\infty) = 0$
> La loi des mailles et la loi d'Ohm donnent $\boxed{u_R(\infty) = E}$



On visualise à l'écran de l'oscilloscope l'une des tensions du circuit.

R4. Identifier, en justifiant, la tension représentée[†].

> **Solution:** La tension aux bornes du générateur est constante, ce n'est donc pas elle.
> La tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, ce n'est donc pas elle.
> On en déduit qu'il s'agit de la tension aux bornes de la résistance. On y reconnait la discontinuité déterminée précédemment.

R5. Établir l'équation différentielle portant sur la tension aux bornes de la résistance.

> **Solution:**
> Loi des mailles : $u_R + u_C = E$
> Lois d'Ohm et du condensateur : $u_R = Ri$ puis $u_R = RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$
> Or $u_C = E - u_R$, donc $u_R = RC\dfrac{\mathrm{d}(E-u_R)}{\mathrm{d}t}$
> Soit $u_R = -RC\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}$, et enfin $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_R}{RC} = 0}$
> On peut poser $\boxed{\tau = RC}$

R6. Résoudre complètement cette équation différentielle[‡].

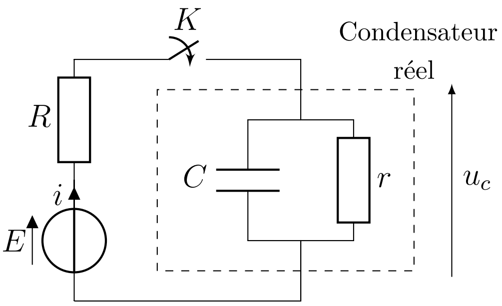
†. u_c ou u_R ? pourquoi ?
‡. solution générale, constante d'intégration, conclusion

Solution:
Solution générale : $u_R(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$
Or $u_R(0^+) = E = K$, ainsi $\boxed{u_R(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°3 Charge d'un condensateur réel ♪ ♪

Un condensateur réel est modélisé par l'association parallèle d'un condensateur idéal de capacité C et d'une résistance r dite « de fuite ».
Le condensateur réel est chargé par un générateur idéal de fem E, à travers une résistance R.
Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert et le condensateur déchargé.
À $t = 0$, on ferme K.



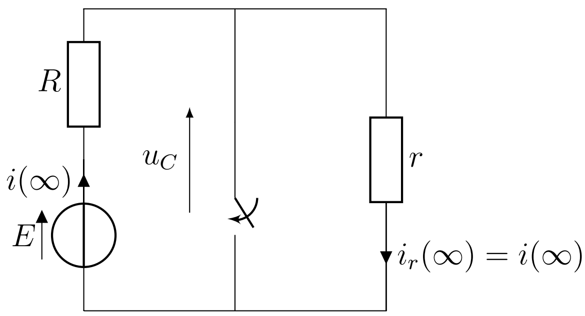
R1. Recopier le circuit pour $t > 0$, et nommer dessus les grandeurs électriques manquantes. *Deux intensités et une tension doivent être ajoutées, pas moins, pas plus.*

R2. Que vaut la tension $u_c(t = 0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur ?

Solution: Le condensateur est initialement déchargé, donc $u_c(0^-) = 0$ V.
La tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, donc $\boxed{u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0 \text{ V}}$.

R3. Déterminer la valeur finale $u_c(\infty)$ atteinte par u_c à la fin du régime transitoire en utilisant le comportement des composants en régime permanent.

Solution:
En régime permanent, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.
Comme il n'y a plus qu'une seule maille : $i(\infty) = i_r(\infty)$
Loi des mailles : $E - Ri(\infty) = ri(\infty) \Leftrightarrow i(\infty) = \dfrac{E}{R+r}$
Loi d'Ohm : $\boxed{u_c(\infty) = ri(\infty) = r\dfrac{E}{R+r}}$

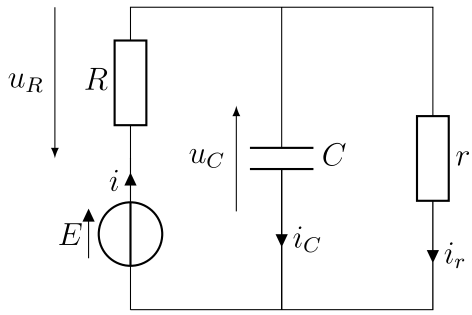


R4. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ et l'écrire sous forme canonique. Identifier τ §.

Solution:
Nommer toutes les intensités et les tensions AVANT de commencer

§. Méthode :
1. Il y a 5 grandeurs électriques variables inconnues, il faut donc ... équations : les écrire.
2. Exprimer les intensités à travers r et C en fonction de u_c, puis i en fonction de u_c.
3. Exploiter la loi des mailles.
4. En déduire que l'équation différentielle s'écrit : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)u_c(t) = \frac{E}{RC}$

5 inconnues => 5 équations indépendantes



1. Loi des nœuds : $i = i_r + i_c$
2. Relation du condensateur : $i_c = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$;
3. Loi d'Ohm à r : $i_r = \dfrac{u_C}{r}$
4. Loi d'Ohm à R : $u_R = Ri$
5. Loi des mailles : $u_C + u_R - E = 0$

Ainsi e) dans d) : $i = \dfrac{u_R}{R} = \dfrac{E - u_C}{R}$ d')

b), c) et d') dans la loi des nœuds : $\dfrac{E-u_C}{R} = \dfrac{u_c}{r} + C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$

Sous forme canonique : $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{C}\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{r}\right)u_c(t) = \dfrac{E}{RC}$ que l'on peut identifier avec $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_c}{\tau} = \dfrac{u_c(\infty)}{\tau}$,
avec la constante de temps τ du circuit tel que $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{C}\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{r}\right) \Leftrightarrow \boxed{\tau = \dfrac{rRC}{r+R}}$

et $\dfrac{u_c(\infty)}{\tau} = \dfrac{Er}{r+R} \times \dfrac{r+R}{rRC} = \dfrac{E}{RC}$

Rq : $\dfrac{1}{\tau} > \dfrac{1}{RC} \Leftrightarrow \tau < RC$: la constante de temps du circuit est plus faible lorsque l'on prend en compte la résistance de fuite.

R5. Résoudre complètement l'équation différentielle précédente, en prenant en compte les conditions initiales.

Solution:
La solution générale de l'équation différentielle précédente s'écrit $u_c(t) = u_{c,h}(t) + u_{c,p}$, avec :

- $u_{c,h}$ est la solution générale de l'équation homogène : $\dfrac{\mathrm{d}u_{c,h}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_{c,h}}{\tau} = 0$, donc $u_{c,h} = Ke^{-t/\tau}$, avec K un réel.
- $u_{c,p}$ est une solution particulière recherchée sous la forme du second membre, c'est-à-dire constante ici :
  $u_{c,p} = \dfrac{E}{RC}\tau = \dfrac{r}{r+R}E$

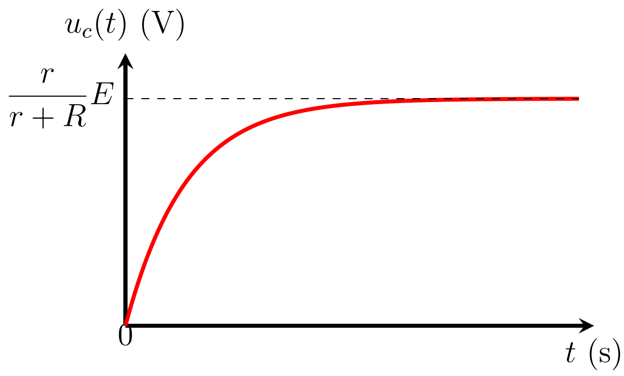
Ainsi : $\boxed{u_c(t) = Ke^{-t/\tau} + \dfrac{r}{r+R}E}$

Or d'après les conditions initiales : $u_c(0^+) = 0 = K + \dfrac{r}{r+R}E$,

Ainsi $\boxed{u_c(t) = \dfrac{r}{r+R}E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

R6. Tracer le graphe de $u_c(t)$. Quelle est la tension finale aux bornes du condensateur ?

Solution: $\boxed{\lim\limits_{t\to\infty} u_c(t) = \dfrac{r}{r+R}E}$

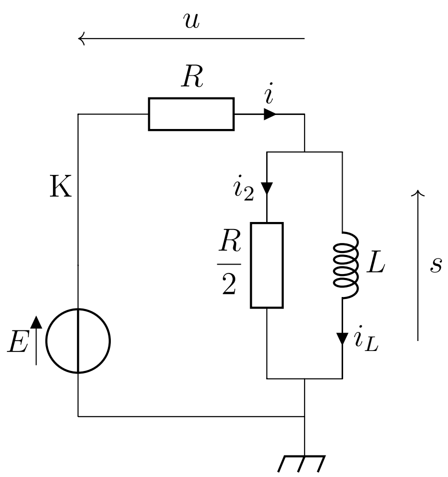


R7. On appelle temps de réponse t_r à 5% le temps que met la tension pour atteindre la valeur finale à 5% près : c'est le temps t_r tel que $|u_C(t_r) - u_{C,\text{finale}}| = 0,05|u_{C,\text{finale}}|$. Déterminer ce temps de réponse à 5% .

Solution:
$|u_C(t_r) - u_{C,\text{finale}}| = \left|\frac{r}{R+r}E\left(1 - e^{-\frac{t_r}{\tau}}\right) - \frac{r}{R+r}E\right| = \frac{r}{R+r}e^{-\frac{t_r}{\tau}}$
t_r est tel que $\frac{r}{R+r}e^{-\frac{t_r}{\tau}} = 0,05 \times \frac{r}{R+r}$
Soit $e^{-\frac{t_r}{\tau}} = 0,05$, soit $\boxed{t_r = -\tau \ln(0,05)}$

Exercice n°4 Étude d'un circuit RL ♪ ♪

On étudie le circuit ci-contre.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, qui était ouvert depuis très longtemps.
Aucun courant ne circule dans le circuit pour $t < 0$.



R1. Recopier le circuit pour $t > 0$, et nommer dessus les grandeurs électriques manquantes. *Deux intensités et une tension doivent être ajoutées, pas moins, pas plus.*

R2. Quelle grandeur électrique ne peut pas subir de discontinuité dans ce circuit ? En déduire sa valeur à $t = 0^+$.

Solution: Pour $t < 0$, aucun courant ne circule, donc $i_L(0^-) = 0$
L'intensité du courant à travers la bobine ne peut pas subir de discontinuité, donc $i_L(0^+) = i_L(0^-)$
Ainsi $\boxed{i_L(0^+) = 0}$

R3. L'intensité du courant i traversant la résistance R est-elle continue en $t = 0$? Sinon, donner les valeurs en $t = 0^-$ et $t = 0^+$.
Même question pour la tension s.

Solution:
La loi des nœuds s'écrit à $t = 0^+$: $i(0^+) = i_2(0^+)$.
La loi des mailles $s(0^+) + u(0^+) = E$, donc $Ri_2(0^+) + \frac{R}{2}i(0^+) = E$,

donc $\boxed{i(0^+) = i_2(0^+) = \dfrac{2E}{3R} \neq i(0^-) = 0}$

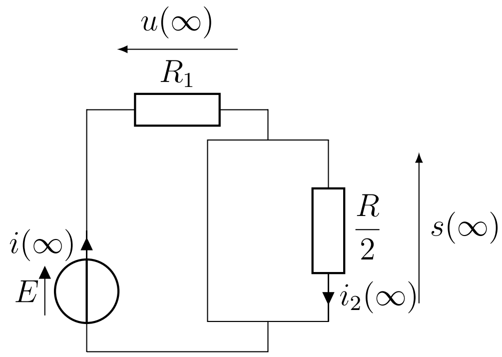
$\boxed{s(0^+) = \dfrac{R}{2} i_2(0^+) = \dfrac{E}{3}}$

R4. Que vaut $s(t)$ lorsque t tend vers l'infini ?

Solution:

En régime permanent la bobine se comporte comme un fil conducteur. Ainsi la tension s est la tension aux bornes d'un fil, donc $\boxed{s(\infty) = 0}$

La loi des mailles donne alors $s(\infty) + u(\infty) = E$, soit $\boxed{u(\infty) = E}$



R5. Établir l'équation différentielle vérifiée par s ¶.

R6. En déduire l'expression de s (=résoudre complètement l'équation différentielle précédente). Tracer son allure.

Solution: Bien distinguer : « établir l'équation différentielle » et « en déduire l'expression de s (c'est-à-dire résoudre l'équation différentielle établie précédemment) »

Établissement de l'équation différentielle

Il y a 5 inconnues : i, i_L, i_2, s, u, il faut donc écrire 5 équations indépendantes :

Lois d'Ohm : $u = Ri$ (1) et $s = \dfrac{R}{2} i_R$ (2)

Loi des nœuds : $i = i_L + i_2$ (3)

Loi des mailles : $u + s = E$ (4)

Relation de la bobine : $s = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$ (5)

(3) dans (5) : $s = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - L\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ (5')

(2) et (1) dans (5') : $s = \dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} - \dfrac{L}{\frac{R}{2}}\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ (5")

(4) dans (5") : $s = \dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}(E-s)}{\mathrm{d}t} - \dfrac{2L}{R}\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

Alors $s = -L\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{2}{R}\right)\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow \boxed{\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R}{3L}s = 0}$ que l'on peut identifier avec $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \dfrac{s}{\tau} = 0}$ avec $\boxed{\tau = \dfrac{3L}{R}}$ la constante de temps du circuit étudié.

Résolution

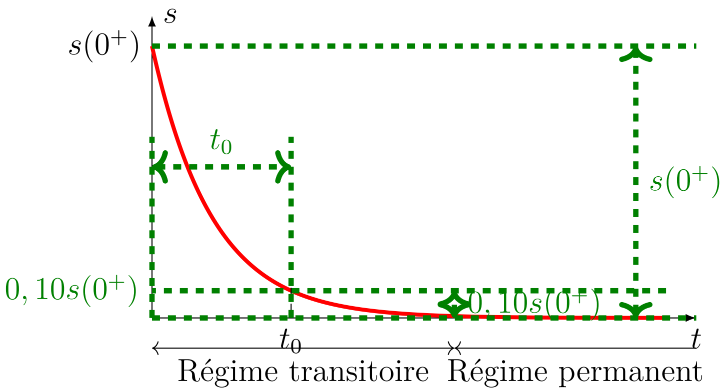
Solution générale de l'équation différentielle (sans second membre) : $s(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$

¶. Méthode :

1. Écrire les 5 équations : loi des mailles, des nœuds et les 3 relations courant/tension.
2. Exprimer les différentes grandeurs électriques en fonction de s.
3. En déduire l'équation différentielle en fonction de $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{3L}s = 0$.
4. Identifier la constante de temps τ.

Or $s(0^+) = \dfrac{E}{3}$, donc $K = \dfrac{E}{3}$.

Ainsi $\boxed{s(t) = \dfrac{E}{3} e^{-\frac{t}{\tau}}}$



R7. Exprimer en fonction de L et R, le temps t_0 au bout duquel la tension s a été divisée par 10.

Solution:
t_0 est tel que $s(t_0) = \dfrac{s(0^+)}{10}$
$\Leftrightarrow \dfrac{E}{3} e^{-t_0/\tau} = \dfrac{E}{30} \Leftrightarrow e^{-t_0/\tau} = \dfrac{1}{10}$
$\Leftrightarrow \boxed{t_0 = \tau \ln(10) = \dfrac{3L}{R} \ln(10)}$

R8. On mesure $t_0 = 3,0$ µs pour $R = 1000\ \Omega$. En déduire la valeur de L. On donne $1/\ln(10) \approx 0,43$.

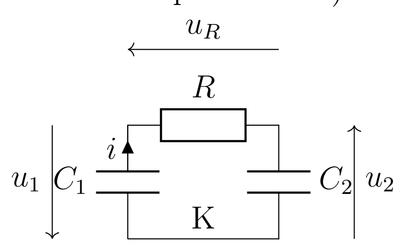
Solution:
$\boxed{L = \dfrac{t_0 R}{3\ln(10)}}$

A.N. : $L = \dfrac{3.10^{-6} \times 10^3}{3\ln(10)} = \dfrac{1}{\ln(10)} \times 10^{-3}$, soit avec l'indication numérique : $\underline{L = 0,43 \text{ mH}}$

Exercice n°5 Décharge d'un condensateur dans un autre ♪ ♪ ♪

On étudie le circuit représenté ci-contre.
Initialement, le condensateur de capacité C_1 est chargé (tension U_0), tandis que le condensateur de capacité C_2 est déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.
On considère que les deux condensateurs sont de même capacité : $C_1 = C_2$.

Pour $t > 0$ (une fois l'interrupteur fermé)



R1. Montrer que $\forall t$, $u_2(t) = u_1(t) - U_0$.

Solution: $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = C\dfrac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t}$, soit $u_1(t) = u_2(t) + A$, avec A une constante d'intégration.
Or à $t = 0$, compte tenu des CI et de la non discontinuité des tensions aux bornes des condensateurs : $U_0 = 0 + A$
ainsi, $\boxed{u_2(t) = u_1(t) - U_0}$

R2. Déterminer u_1 et u_2 au bout d'un temps long.

Solution: Au bout d'un temps très long les deux condensateurs sont équivalents à un interrupteur ouvert, donc $i(\infty) = 0$, et $u_R(\infty) = 0$.
Alors, la loi des mailles donne $u_1(\infty) = -u_2(\infty)$

D'après la question précédente, on en déduit que $\boxed{u_1(\infty) = \dfrac{U_0}{2} = -u_2(\infty)}$

R3. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_1 s'écrit

$$\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{u_1}{\tau} = \frac{U_0}{2\tau}$$

où τ est une constante dont on identifiera l'expression.
Retrouver la valeur de $u_1(\infty)$.

Solution:

$$\begin{aligned}
u_1 + u_2 + Ri &= 0 \\
u_1 + u_1 - U_0 + RC\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} &= 0 \\
RC\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + 2u_1 &= U_0 \\
\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{2}{RC}u_1 &= \frac{U_0}{RC}
\end{aligned}$$

Devant u_1, on identifie τ tel que $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{2}{RC}$, soit $\boxed{\tau = \dfrac{RC}{2}}$

En RP, au bout d'un temps très long, $\dfrac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = 0$, et on retrouve bien $u_1(\infty) = \dfrac{U_0}{2}$

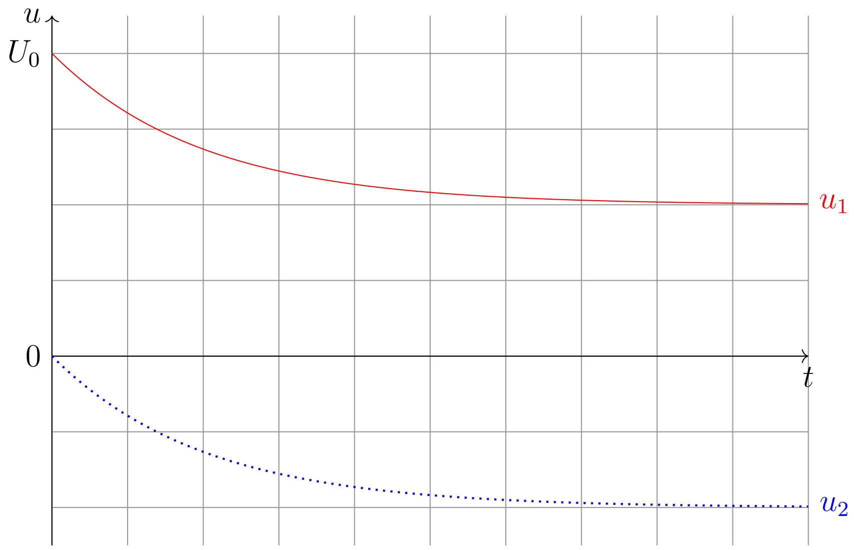
R4. Résoudre l'équation différentielle et en déduire les expressions de $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

R5. Représenter l'allure de u_1 et u_2 au cours du temps sur le même graphe.

Solution:
Solution générale : $u_1(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \dfrac{U_0}{2}$

Or à $t = 0$, $u_1(0) = U_0 = K + \dfrac{U_0}{2}$, soit $\boxed{u_1(t) = \dfrac{U_0}{2}\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

On en déduit $\boxed{u_2(t) = \dfrac{U_0}{2}\left(-1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$



R6. Aspect énergétique
  (a) Déterminer l'énergie initiale stockée dans le circuit.
  (b) Déterminer l'énergie finale stockée dans le circuit.
  (c) Exprimer l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la décharge.
  (d) Effectuer un bilan énergétique.

Solution:

— Énergie initiale dans les 2 condensateurs : $\mathscr{E}_{\text{stockée}}(0) = \frac{1}{2}Cu_1(0)^2 + \frac{1}{2}Cu_2(0)^2 = \frac{1}{2}CU_0^2$

— Énergie finale dans les 2 condensateurs : $\mathscr{E}_{\text{stockée}}(\infty) = \frac{1}{2}Cu_1(\infty)^2 + \frac{1}{2}Cu_2(\infty)^2 = \frac{1}{2}C(U_0/2)^2 + \frac{1}{2}C(-U_0/2)^2 = \frac{CU_0^2}{4}$

— L'énergie $\frac{CU_0^2}{4}$ a été perdue : elle a été reçue et dissipée par effet Joule dans la résistance.

Exercice n°6 Charge par paliers d'un condensateur ♪ ♪ ♪

Un condensateur est chargé via un circuit RC série jusqu'à une tension E par N paliers successifs d'amplitude E/N.

On suppose chaque palier suffisamment long pour que la charge soit complète.

On définit le rendement énergétique comme le rapport de l'énergie reçue par le condensateur divisée par l'énergie fournie par le générateur de fem E au cours de l'évolution complète.

R1. Calculer en fonction de N le rendement énergétique ρ de cette charge.

R2. Combien de paliers sont nécessaires pour avoir $\rho > 90\%$?