Thème I. Ondes et signaux (Oscillateurs)
TD n°5 Oscillateurs mécaniques et électriques libres harmoniques — *Corrigé*

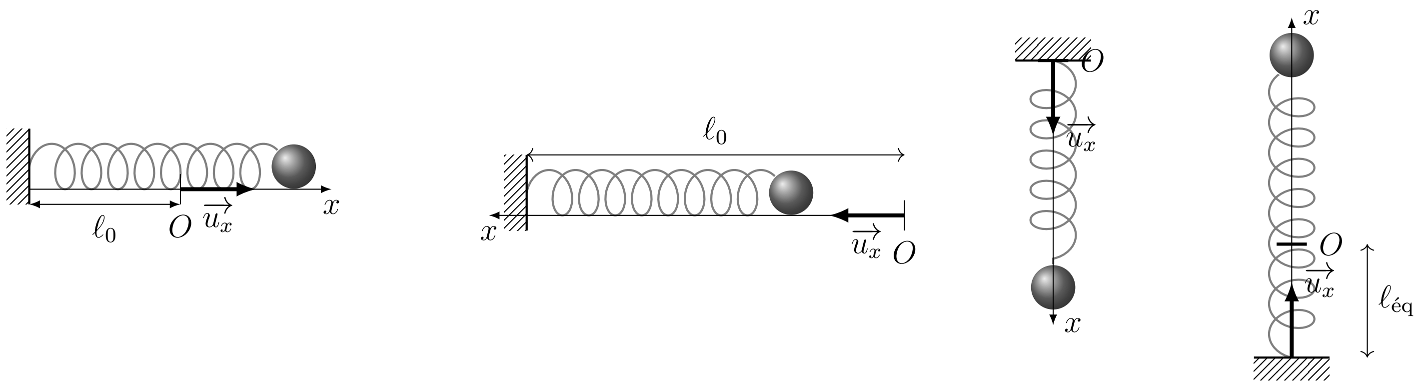
Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique.		✎	✎	✎	✎	✎	✎	✎
Résoudre l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique compte tenu des conditions initiales.		✎	✎	✎	✎	✎	✎	✎
Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.			✎	✎		✎	✎	✎
Réaliser un bilan énergétique.			✎		✎	✎		

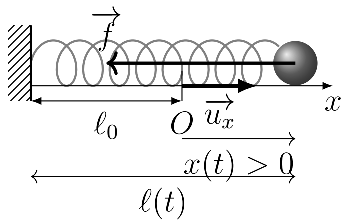
I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Forces de rappel élastique

Pour chaque situation ci-dessous, exprimer la force de rappel élastique en fonction de k, ℓ_0 (ou $\ell_{\text{éq}}$), x et $\overrightarrow{u_x}$.

⚠ On sera très vigilant à $\overrightarrow{u_{\text{ext}}}$ et à la relation entre ℓ et x (et si besoin d'autres constantes).





Solution:

a) $\overrightarrow{u_x}$ est dans le sens d'allongement du ressort, donc $\boxed{\overrightarrow{f} = -k(\ell(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}}$

b) Vérifions la cohérence :

Si $\ell(t) > \ell_0$, $\overrightarrow{f}$ doit être dirigé vers le point d'attache, donc $\overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{u_x} < 0$.

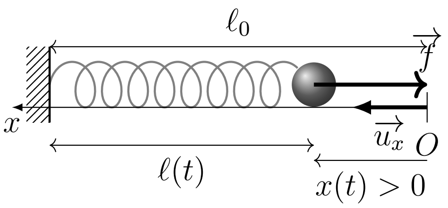
La formule proposée est bien cohérente avec cela, car pour $\ell(t) > \ell_0$, $(\ell(t) - \ell_0) > 0$, donc $-k(\ell(t) - \ell_0) < 0$.

c) D'après le schéma, on peut écrire que $\ell(t) = \ell_0 + x(t)$, avec sur la configuration représentée, $x(t) > 0$ et $\ell(t) > \ell_0$.

Ainsi $\boxed{\overrightarrow{f} = -kx(t)\overrightarrow{u_x}}$

Vérifions la cohérence, sur le schéma, $x(t) > 0$ et la force est dans le sens opposé à $\overrightarrow{u_x}$.

D'après la formule, pour $x(t) > 0$, $\overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{u_x} < 0$, donc c'est bon !



a) $\overrightarrow{u_x}$ est dans le sens de compression du ressort, donc $\boxed{\overrightarrow{f} = -k(\ell(t) - \ell_0)(-\overrightarrow{u_x})}$,

donc $\boxed{\overrightarrow{f} = k(\ell(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}}$

b) Vérifions la cohérence :

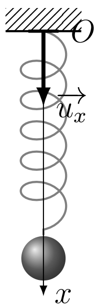
Sur le schéma, $\ell(t) < \ell_0$, $\overrightarrow{f}$ doit être dirigé dans le sens de l'allongement, d'après le schéma $\overrightarrow{f}$ est dans le sens opposé à $\overrightarrow{u_x}$ donc $\overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{u_x} < 0$.

La formule proposée est bien cohérente avec cela, car pour $\ell(t) < \ell_0$, $(\ell(t) - \ell_0) < 0$, donc $k(\ell(t) - \ell_0) < 0$.

c) D'après le schéma, on peut noter que $\ell(t) = \ell_0 - x(t)$ (avec $x(t) > 0$).

Ainsi $\overrightarrow{f} = k(\ell_0 - x(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}$, soit enfin $\boxed{\overrightarrow{f} = -kx(t)\overrightarrow{u_x}}$

Vérifions la cohérence, sur le schéma, $x(t) > 0$, et $\overrightarrow{f}$ dans le sens opposé à $\overrightarrow{u_x}$. OK !



a) $\overrightarrow{u_x}$ est dans le sens d'allongement du ressort, donc $\boxed{\overrightarrow{f} = -k(\ell(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}}$

b) Vérifions la cohérence :

Si $\ell(t) > \ell_0$, $\overrightarrow{f}$ doit être dirigé vers le point d'attache, donc est de sens opposé au vecteur $\overrightarrow{u_x}$, donc $\overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{u_x} < 0$.

La formule proposée est bien cohérente avec cela, car pour $\ell(t) > \ell_0$, $(\ell(t) - \ell_0) > 0$, donc $-k(\ell(t) - \ell_0) < 0$.

c) D'après le schéma, en notant que $x(t) > 0$ et $\ell(t) > 0$ on peut écrire que $\ell(t) = x(t)$.

Ainsi $\boxed{\overrightarrow{f} = -k(x(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}}$

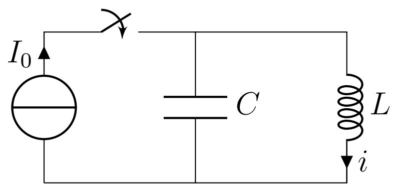
Cohérence vérifiée immédiatement avec le fait que $\ell(t) = x(t)$ et la vérification précédente.

Exercice n°2 Circuit LC

On étudie le circuit ci-contre.

Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et aucun courant ne circule dans le circuit.

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de courant en parallèle avec le condensateur et la bobine.



R1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i.

Solution:

Loi des nœuds : $I_0 = i_c + i$

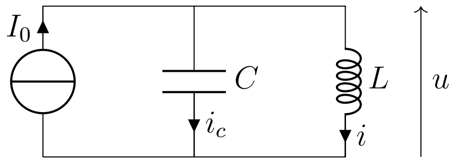
Relation de la bobine : $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

Relation du condensateur : $i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

Soit $i_C = LC\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2}$

Ainsi : $I_0 = LC\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + i$

Enfin $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{i}{LC} = \dfrac{I_0}{LC}}$



R2. Identifier la pulsation propre du circuit.

Solution: On reconnait l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$

R3. Déterminer les conditions initiales nécessaires pour résoudre complètement l'équation différentielle.

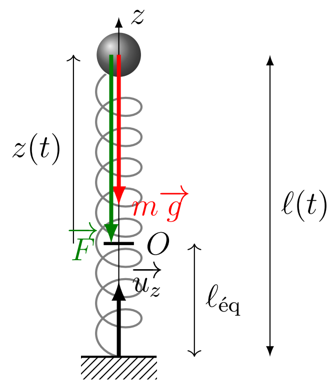
Solution:
Pour $t < 0$ aucun courant ne circule, donc $i(0^-) = 0$. Or l'intensité du courant à travers la bobine ne peut pas subir de discontinuité, donc $i(0^+) = i(0^-) = 0$.
Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé, donc $u_(0^-) = 0$. Or la tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, donc $u(0^+) = u(0^-) = 0$.
Or $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, donc $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+) = \dfrac{u(0^+)}{L} = 0}$

R4. La résoudre compte tenu des conditions initiales.

Solution: Solution générale : $i(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + I_0$
D'après les CI : $i(0^+) = 0 = A + I_0$
et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+) = B\omega_0 = 0$
Ainsi $\boxed{i(t) = I_0(1 - \cos(\omega_0 t))}$

Exercice n°3 Ressort vertical

On considère le système ci-dessous, une masse m est suspendue à un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.
L'axe (Oz) est choisi vertical descendant et son origine est située à la position d'équilibre de la masse.



R1. Établir l'expression de la longueur du ressort à l'équilibre $\ell_{éq}$ en fonction de k, m, ℓ_0 et g. Comparer $\ell_{éq}$ et ℓ_0.

Solution:

- Système étudié : Masse $M(m)$
- Référentiel d'étude : Référentiel du laboratoire (terrestre) considéré galiléen à l'échelle de l'expérience
- Bilan des forces :
  poids $m\vec{g} = -mg\vec{u_z}$;
  force de rappel élastique $\vec{F} = -k(\ell(t) - \ell_0)\vec{u_z}$

À l'équilibre la résultante des forces est nulle :
$m\vec{g} + \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow -mg\vec{u_z} - k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)\vec{u_z} = \vec{0}$, soit $\boxed{\ell_{\text{éq}} = \ell_0 - \dfrac{mg}{k}}$

On vérifie que $\ell_{\text{éq}} < \ell_0$, car à l'équilibre, la masse comprime le ressort.

R2. Exprimer la force de rappel élastique en fonction de k, z, ℓ_{eq}, ℓ_0 et $\vec{u_z}$.

Solution: La force de rappel élastique s'écrit $\vec{F} = -k(\ell(t) - \ell_0)\vec{u_z}$, or $\ell(t) = \ell_{\text{éq}} + z(t)$, donc
$\boxed{\vec{F} = -k(z(t) + \ell_{\text{éq}} - \ell_0)\vec{u_z} = -k\left(z(t) - \dfrac{mg}{k}\right)\vec{u_z}}$

R3. Établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par z et la mettre sous forme canonique. Exprimer la pulsation propre ω_0.

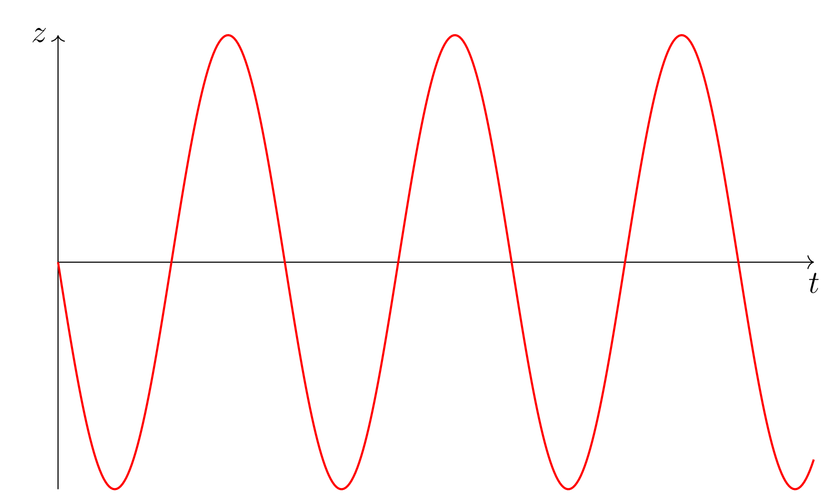
Solution:
Pour établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par z, appliquons le PFD : $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}$
En projection selon Oz : $m\ddot{z} = -mg - k\left(z(t) - \dfrac{mg}{k}\right) \Leftrightarrow \boxed{\ddot{z} + \dfrac{k}{m}z = 0}$, qui est bien l'équation d'un oscillateur harmonique $\boxed{\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0}$, de pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}}$

R4. Résoudre l'équation du mouvement avec les conditions initiales suivantes : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = -v_0 < 0$ et tracer $z(t)$.

Solution: La solution générale de l'équation différentielle s'écrit : $\boxed{z(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)}$
Exprimons z à l'instant $t = 0$: $z(0) = 0 = A$
Exprimons la vitesse : $\dot{z}(t) = B\omega_0\cos(\omega_0 t)$, donc $\dot{z}(0) = -v_0 = B\omega_0 \Leftrightarrow B = \dfrac{v_0}{\omega_0}$
Ainsi $\boxed{z(t) = -\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$

R5. Représenter l'allure de $z(t)$.

Solution:



R6. Établir l'expression de l'énergie cinétique pour le jeu de conditions initiales précédent.

Solution: Énergie cinétique : $\mathscr{E}_c = \dfrac{1}{2}mv^2$, or le mouvement a lieu uniquement selon l'axe (Oz), donc $\overrightarrow{v} = \dot{z}\overrightarrow{u_z}$, donc $v^2 = \|\overrightarrow{v}\|^2 = \dot{z}^2$

Avec $\dot{z}(t) = v_0 \cos(\omega_0 t)$, on trouve $\boxed{\mathscr{E}_c = \dfrac{1}{2}mv_0^2\cos^2(\omega_0 t)}$

R7. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie potentille élastique, puis l'énergie potentielle de M totale en fonction de m, g, k, v_0, ω_0 et t.

Solution: Énergie potentielle de pesanteur : $\boxed{\mathscr{E}_{pp} = +mgz = -mg\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$

Énergie potentielle élastique : $\mathscr{E}_{p,\text{élastique}} = \dfrac{1}{2}k(\ell(t) - \ell_0)^2$, or $\ell(t) = z(t) + \ell_{\text{éq}}$

Donc $\boxed{\mathscr{E}_{p,\text{élastique}} = \dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + \dfrac{mg}{k}\right)^2}$

L'énergie potentielle s'écrit donc $\boxed{\mathscr{E}_p = \mathscr{E}_{pp} + \mathscr{E}_{p,\text{élastique}} = -mg\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + \dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + \dfrac{mg}{k}\right)^2}$

R8. Exprimer l'énergie mécanique en fonction de v_0, m, g et k. Commenter.

Solution: Calculons maintenant l'énergie mécanique :

$\mathscr{E}_m = \mathscr{E}_c + \mathscr{E}_p = \dfrac{1}{2}mv_0^2\cos^2(\omega_0 t) - mg\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + \dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + \dfrac{mg}{k}\right)^2$

Soit $\mathscr{E}_m = \dfrac{1}{2}mv_0^2\cos^2(\omega_0 t) - mg\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + \dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{v_0^2}{\omega_0^2}\sin^2(\omega_0 t) + \dfrac{(mg)^2}{k^2} + 2\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) \times \dfrac{mg}{k}\right)$

Avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

On a $\mathscr{E}_m = \dfrac{1}{2}mv_0^2\cos^2(\omega_0 t) \cancel{- mg\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)} + \dfrac{1}{2}mv_0^2\sin^2(\omega_0 t) + \dfrac{(mg)^2}{2k} \cancel{+ mg\dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$

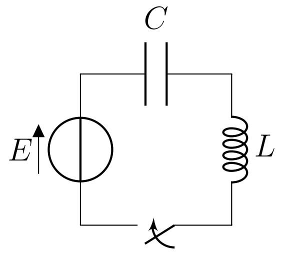
Avec : $\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t) = 1$

On obtient $\boxed{\mathscr{E}_m = \dfrac{1}{2}mv_0^2 + \dfrac{(mg)^2}{2k}}$: l'énergie mécanique se conserve.

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°4 Circuit LC

On étudie le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de fem E constante au condensateur et à la bobine.



R1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans le circuit.

Solution:
Loi des mailles : $u_c + u_L = E$

Relation du condensateur : $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$

Relation de la bobine : $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

Ainsi $u_c + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = E$

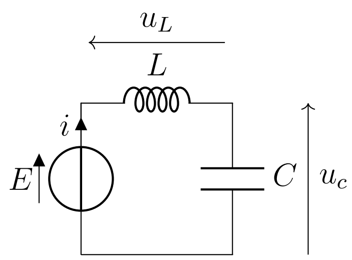
On dérive par rapport au temps : $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + L\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} = 0$

Avec la relation du condensateur : $\dfrac{i}{C} + L\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} = 0$

Enfin $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{i}{LC} = 0}$

Que l'on identifie avec $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 i =}$

Pour $t > 0$:



R2. Identifier la pulsation propre du circuit.

Solution: On reconnaît l'équation différentielle d'un $\boxed{\text{oscillateur harmonique}}$ de pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$

R3. La résoudre compte tenu des conditions initiales.

Solution:
La solution générale s'écrit $i(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ dont les constantes d'intégration se déterminent à l'aide des conditions initiales.
Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé, donc $u_c(0^-) = 0$. Or la tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, donc $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0$.
Pour $t < 0$ aucun courant ne circule, donc $i(0^-) = 0$. Or l'intensité du courant à travers la bobine ne peut pas subir de discontinuité, donc $i(0^+) = i(0^-) = 0$.
$i(0^+) = A = 0$

Loi des mailles à $t = 0$: $u_L(0^+) + u_C(0^+) = E$, soit $L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+) + 0 = E$

Enfin : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+) = \dfrac{E}{L} = B\omega_0$

Soit $\boxed{i(t) = \dfrac{E}{L\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$

R4. En déduire l'expression de la tension aux bornes du condensateur.

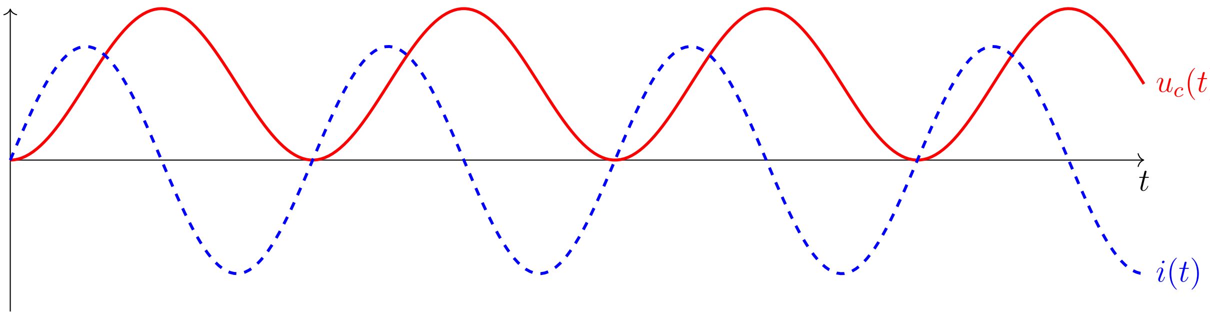
Solution: Loi des mailles :

$$\begin{aligned} u_c(t) &= E - u_L(t) \\ &= E - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \\ &= E - L\frac{E}{L\omega_0}\omega_0\cos(\omega_0 t) \\ &= E - E\cos(\omega_0 t) \end{aligned}$$

Soit $\boxed{u_c(t) = E(1-\cos(\omega_0 t))}$

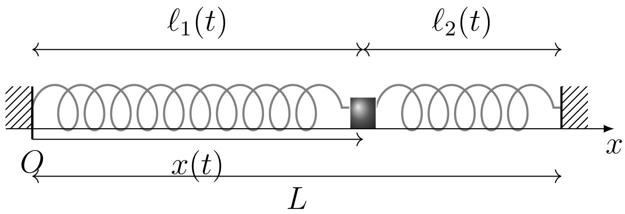
R5. Représenter les allures de $u_c(t)$ et $i(t)$.

Solution:



Exercice n°5 Deux ressorts

Un point matériel M, de masse m, peut se déplacer sur une tige horizontale parallèle à l'axe Ox.
Il est relié à deux ressorts identiques de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.
La distance entre les deux points d'attache est $L = 2\ell_0$.



R1. Exprimer, **en étant très vigilant aux longueurs et aux sens**, les deux forces de rappel élastique qui s'exercent sur $M(m)$. On commencera par les exprimer en fonction des longueurs instantanées $\ell_1(t)$ et $\ell_2(t)$ de chaque ressort, puis en fonction de $x(t)$ et L.

Solution: Système : point matériel $M(m)$
Référentiel : terrestre considéré galiléen à l'échelle de l'expérience
Bilan des actions mécaniques :

— poids $m\overrightarrow{g}$

— réaction du support $\overrightarrow{R_N}$

— force de rappel élastique 1 : $\overrightarrow{f_1} = -k(\ell_1(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}$

or $\ell_1(t) = x(t)$, donc $\boxed{\overrightarrow{f_1} = -k(x(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}}$

— force de rappel élastique 1 : $\overrightarrow{f_2} = -k(\ell_2(t) - \ell_0)(-\overrightarrow{u_x})$

or $\ell_2(t) = L - x(t)$, donc $\boxed{\overrightarrow{f_2} = k(L - x(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_x}}$

R2. Déterminer la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$ de la masse M.

Solution: À l'équilibre : $m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{f_1} + \overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{0}$

soit, selon $\overrightarrow{u_x}$: $-k(x_{éq}-\ell_0)+k(L-x_{éq}-\ell_0)=0 \Leftrightarrow -2kx_{éq}+kL=0$

Soit $\boxed{x_{éq}=\dfrac{L}{2}}$

R3. Établir l'équation différentielle vérifiée par x et la mettre sous la forme canonique $\ddot{x}+\omega_0^2x=\omega_0^2x_{éq}$. Identifier l'expression de la la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur. Vérifier l'expression de $x_{éq}$ avec l'expression déterminée à la question précédente.

Solution: PFD à $M(m)$ dans le référentiel terrestre : $m\overrightarrow{a}=m\overrightarrow{g}+\overrightarrow{R_N}+\overrightarrow{f_1}+\overrightarrow{f_2}$

Selon $\overrightarrow{u_x}$: $m\ddot{x}=-k(\ell_1(t)-\ell_0)+k(\ell_2(t)-\ell_0)$

Or $\ell_1(t)=x(t)$ et $\ell_2(t)=L-\ell_1(t)=L-x(t)$

Ainsi $m\ddot{x}=-k(x(t)-\ell_0)+k(L-x(t)-\ell_0)$

soit $\boxed{\ddot{x}+\dfrac{2k}{m}x(t)=\dfrac{k}{m}L}$

On reconnait l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\boxed{\omega_0=\sqrt{\dfrac{2k}{m}}}$

Et on reconnaît : $\dfrac{k}{m}L=\dfrac{2k}{m}\times\dfrac{L}{2}=\omega_0^2x_{éq}$

R4. La résoudre si la passe M est lâchée sans vitesse initiale depuis $x(0)=\dfrac{L}{2}+x_0$.
Représenter les allures de $x(t)$ et de $\dot{x}(t)$.

Solution:

Solution homogène : $x_H(t)=A\cos(\omega_0t)+B\sin(\omega_0t$

Solution particulière : $x_P=x_{éq}=\dfrac{L}{2}$

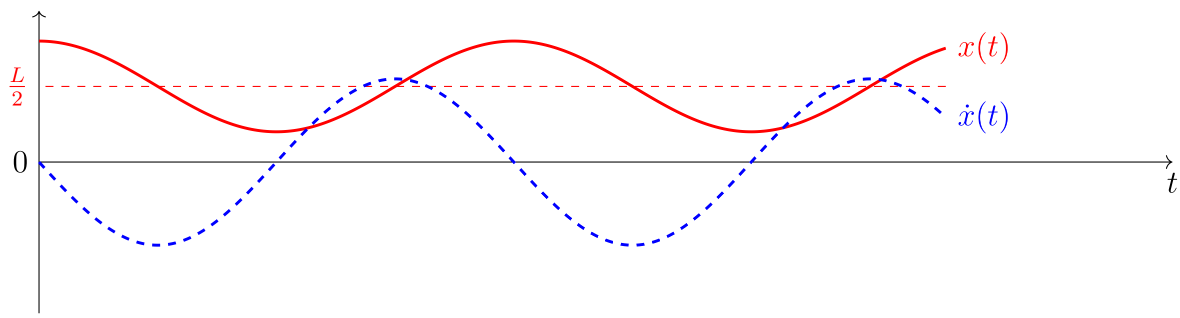
Solution générale : $x(t)=A\cos(\omega_0t)+B\sin(\omega_0t)+\dfrac{L}{2}$

Avec $x(0)=A+\dfrac{L}{2}=x_0+\dfrac{L}{2}$, donc $A=x_0$

Et $\dot{x}(0)=B\omega_0=0$

Ainsi $\boxed{x(t)=x_0\cos(\omega_0t)+\dfrac{L}{2}}$

donc $\boxed{\dot{x}(t)=-x_0\omega_0\sin(\omega_0t)}$



R5. Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique des deux ressorts, de l'énergie cinétique du mobile, et de l'énergie mécanique totale $\mathscr{E}_m(t)$ en fonction de k, x_0, v_0, ω_0, L, ℓ_0, t.

Exercice n°6 Oscillations dans un cristal

Dans un cristal, un atome de masse 1.10^{-26} kg effectue des oscillations harmoniques autour de sa position d'équilibre. La fréquence est égale à $f_0=1,0.10^{12}$ Hz et l'amplitude à $X_m=0,05$ nm. Déterminer :

R1. La norme de la vitesse maximale.

R2. Son énergie mécanique.

R3. La norme de son accélération maximale

R4. La constante de rappel du ressort modélisant les oscillations.

III Résolution de problèmes

Exercice n°7 Ressort inconnu

On considère un ressort dont les caractéristiques (constante de raideur k et longueur à vide ℓ_0) sont inconnues. On accroche une extrémité du ressort à un point fixe et on accroche une masse m, dont on ne connaît pas la valeur, à l'autre extrémité, le ressort s'allonge alors de 10 cm.
Prévoir la valeur de la période propre des oscillations libres de ce système.

Solution:

Idées :

— En l'absence de la masse, le ressort fait une longueur ℓ_0

— Une fois la masse accrochée au ressort vertical, le ressort fait une longueur $\ell_{\text{éq}} = \ell_0 + 10$ cm.

— La longueur à l'équilibre est à établir (cf exercices 3 et 4) : $\ell_{\text{éq}} = \ell_0 + \dfrac{mg}{k}$, on en déduit $\dfrac{m}{k} = \dfrac{\ell_{\text{éq}} - \ell_0}{g}$

— En établissant l'équation différentielle du mouvement, on établit la pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, et donc la période propre : $\boxed{T_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$

Il n'y a plus qu'à faire le calcul !

Exercice n°8 Nid de poule

Une voiture ayant une masse de 1,30 tonne est assemblée de façon telle que son châssis s'appuie sur 4 ressorts de suspension. La constante de raideur de chaque ressort est $2,00.10^4$ kg $\cdot$ s^{-2}.

Deux personnes assises dans la voiture ont une masse totale de 160 kg.

Déterminer la fréquence de vibration de la voiture après son passage sur un nid-de-poule.