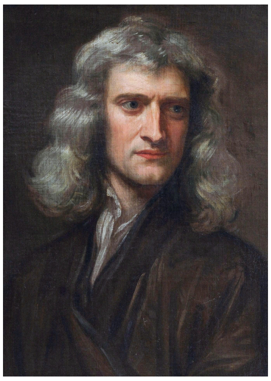
Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique)

Chapitre n°11 Lois de Newton



Isaac Newton (1643 - 1727) : physicien, mathématicien et philosophe anglais, surtout reconnu pour avoir fondé la mécanique classique, aussi appelée « mécanique newtonienne », à partir des trois lois universelles du mouvement et de la loi universelle de la gravitation.

Émilie du Châtelet (1706-1749) est une femme de lettres, mathématicienne et physicienne française, figure du Siècle des Lumières. Elle est renommée pour sa **traduction en français des Principia Mathematica de Newton**, qui fait encore autorité aujourd'hui. Elle refait aussi les calculs du scientifique ; elle ajoute à la suite de l'œuvre de Newton un commentaire décrivant le système planétaire, définissant les termes utilisés et citant différents scientifiques, puis adjoint au tout une partie scientifique inspirée des travaux de Clairaut avant de terminer avec un résumé des travaux de Daniel Bernoulli concernant les marées. Elle consacrera cinq ans à l'ensemble de ce travail. Au cours de ce travail, elle a aussi un regard critique sur ce qu'elle traduit et émet des hypothèses, qui seront plus tard confirmées par les travaux de Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), notamment concernant l'inclinaison de la Terre sur un point qu'avait omis Newton. Clairaut participe à la supervision de la traduction et des calculs.

Pré-requis

- Seconde : Thème Mouvement et interactions
  - Modélisation d'une action par une force. Caractéristiques d'une force. Exemples de forces : force d'interaction gravitationnelle ; poids ; force exercée par un support et par un fil.
  - Principe des actions réciproques.
  - Principe d'inertie.
- Première : Thème Mouvement et interactions
  - Interactions fondamentales et introduction à la notion de champ : Force de gravitation et champ de gravitation.
- Terminale : Thème Mouvement et interactions
  - Centre de masse d'un système. Référentiel galiléen. Équilibre d'un système.
  - Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme.
- PCSI : Thème Mouvement et interactions
  - Chapitre n°12 : Description et paramétrage du mouvement d'un point

Objectifs du chapitre

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à la cinématique, c'est-à-dire à la description du mouvement, sans se préoccuper des causes. Ce chapitre traite de la dynamique, qui fait le lien entre les causes du mouvement, les actions mécaniques exercées sur le système, et le mouvement du système.

— Énoncer les lois de Newton.

— Étudier différents mouvements.

Plan du cours

Ai-je bien appris mon cours ?

1 – 🙂 – ☹ – Définir le centre d'inertie.

2 – 🙂 – ☹ – Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points en fonction de la masse totale et du vecteur vitesse du centre d'inertie.

3 – 🙂 – ☹ – Définir référentiel galiléen – Énoncer le principe d'inertie.

4 – 🙂 – ☹ – Énoncer la 3^{e} loi de Newton.

5 – 🙂 – ☹ – Énoncer le principe fondamental de la dynamique.

6 – 🙂 – ☹ – Donner la méthode de résolution d'un exercice de mécanique.

7 – 🙂 – ☹ – Donner les expressions de la force gravitationnelle et du poids.

8 – 🙂 – ☹ – Étudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement : établir les équations horaires et l'équation de la trajectoire.

9 – 🙂 – ☹ – Étudier le mouvement d'un système soumis à une force de frottement fluide : établir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse, en déduire la vitesse limite. Établir une équation équation adimensionnée.

10 – 🙂 – ☹ – Modéliser le comportement élastique d'un matériau par la loi de Hooke. Donner les limites de cette loi.

11 – 🙂 – ☹ – À partir des lois de Coulomb sur le frottement, déterminer : une condition d'équilibre (sur une pente par exemple) ; une distance de freinage ; l'équation du mouvement.

12 – 🙂 – ☹ – Établir l'équation du mouvement du pendule simple.
Linéariser l'équation différentielle obtenue. Commenter.

I Cadre de l'étude et lois générales de la dynamique

I.1 Système

Les systèmes étudiés dans ce chapitre sont soit assimilés à des **points matériels** (de taille très petite par rapport aux obstacles rencontrés), soit des **solides en translation dont on décrira le mouvement du centre de masse**.

I.2 Référentiel galiléen et principe d'inertie

Capacité exigible : **Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.**

Définition

- Un **point matériel est isolé** s'il n'est soumis à aucune action mécanique extérieure.
- Un **point matériel est pseudo-isolé** s'il est soumis à des actions mécaniques extérieures qui se compensent, c'est-à-dire de résultante nulle.

Énoncé du principe d'inertie – définition des référentiels galiléens

Il existe une classe privilégiée de référentiels, appelés **référentiels galiléens**, dans lesquels un point matériel isolé ou pseudo-isolé persévère dans un mouvement rectiligne uniforme.

À retenir

Tous les référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

Exemples :

- Le **référentiel terrestre** peut être considéré comme galiléen pour des expériences de durées très petites devant 24 h et sur des distances très petites devant le rayon de la Terre. Il sera utilisé pour étudier le mouvement d'objets à la surface (ou à proximité) de la Terre.
- Le **référentiel géocentrique** peut être considéré comme galiléen pour des expériences de durées très petites devant 1 année. Il sera utilisé pour étudier le mouvement des satellites autour de la Terre. Le phénomène des marées s'explique par la nature non galiléenne du référentiel géocentrique.
- Le **référentiel héliocentrique** peut être considéré comme galiléen pour des expériences de durées allant jusqu'à plusieurs millions d'années. Pour l'instant, aucune expérience n'a mis en évidence le caractère non galiléen de ce référentiel.

I.3 Actions mécaniques

I.3.a) Actions mécaniques et forces

Définition : Actions mécaniques et forces

- Les **actions mécaniques** sont l'ensemble des causes subies par un système de la part d'autres systèmes pouvant modifier, provoquer ou empêcher son mouvement. Elles peuvent également déformer l'objet.
- Les actions mécaniques peuvent être à distance (poids, action exercée par un aimant) ou de contact (frottement, réaction du support).
- Les forces sont représentées mathématiquement par des **vecteurs**. Une force est donc caractérisée par son point d'application, sa direction, son sens et son intensité (la norme du vecteur). Elles s'expriment en Newton (N).
- Les **forces ne dépendent pas du référentiel** et sont additives, c'est-à-dire un système soumis à deux forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ est soumis à la résultante $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

I.3.b) Réaliser un bilan des actions mécaniques

<u>Capacité exigible :</u> **Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur une figure.**

Méthode

Après avoir **défini le système étudié et précisé le référentiel d'étude**, il est nécessaire de

— **réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures subies par le système étudié** ;

— **représenter les forces sur un schéma**, pour cela, prendre l'habitude de faire des GRANDS schémas avec des angles positifs, compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, et non égaux à $\frac{\pi}{4}$.

I.3.c) Principe des actions réciproques

À connaître : Principe des actions réciproques

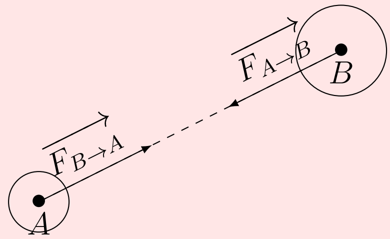
Soient deux corps A et B en interaction :

— le corps A exerce sur B la force $\overrightarrow{F_{A\to B}}$;

— le corps B exerce sur A la force $\overrightarrow{F_{B\to A}}$.

Les forces $\overrightarrow{F_{A\to B}}$ exercée par A sur B et $\overrightarrow{F_{B\to A}}$ exercée par B sur A sont :

- portées par la droite (AB) : $\overrightarrow{F_{B\to A}} \wedge \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$;
- opposées : $\overrightarrow{F_{B\to A}} = -\overrightarrow{F_{A\to B}}$



I.4 Masse et centre d'inertie

I.4.a) Masse

<u>Capacité exigible</u> : **Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé.**

En physique, la masse est une **grandeur physique positive intrinsèque d'un corps**. En physique newtonienne, qui est le cadre de notre étude, c'est une **grandeur extensive**, c'est-à-dire que la masse d'un corps formé de parties est la somme des masses de ces parties. Elle est **conservative**, c'est-à-dire qu'elle **reste constante pour un système fermé** n'échangeant pas de matière avec son environnement.

L'**unité de masse** est le **kilogramme** dans le Système international d'unités (SI).

I.4.b) Centre d'inertie d'un système de points

<u>Capacité exigible</u> : **Énoncer la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.**

Définition : centre d'inertie

On définit le <u>**centre d'inertie** G</u> d'un système de points $\mathcal{S} = \{M_i(m_i)\}_{i\in[1,n]}$ par :

$$\forall \text{ point } O \quad \left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n}\left(m_i\overrightarrow{OM_i}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{0} = \sum_{i=1}^{n}\left(m_i\overrightarrow{GM_i}\right)$$

G est le barycentre des points M_i affectés des coefficients m_i.

Activité n°1 –

Q1. Déterminer la position du centre d'inertie G d'un système de deux masse m_1 et m_2, avec $m_1 = m$ et $m_2 = 2m$.

Q2. Déterminer la position du centre d'inertie G d'une tige cylindrique de rayon R, de longueur L et de masse m répartie uniformément.

I.5 Quantité de mouvement et principe fondamental de la dynamique

I.5.a) Quantité de mouvement d'un point matériel

Définition : Quantité de mouvement d'un point matériel

La **quantité de mouvement** d'un point matériel M de masse m animé d'une vitesse $\overrightarrow{v(M/\mathscr{R})}$ dans le référentiel $\mathscr{R}$ est définie par :

$$\overrightarrow{p(M/\mathscr{R})} = m\,\overrightarrow{v(M/\mathscr{R})}$$

$\left\|\overrightarrow{p(M/\mathscr{R})}\right\|$ s'exprime en $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

I.5.b) Quantité de mouvement d'un système de points

Définition : Quantité de mouvement d'un système de points

La **quantité de mouvement d'un système $\mathcal{S}$ de points $\{M_i(m_i)\}_{i\in[1,n]}$ dans un référentiel $\mathscr{R}$** est la somme des quantités de mouvement de chaque point dans $\mathscr{R}$:

$$\overrightarrow{p(\mathcal{S}/\mathscr{R})} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{p(M_i/\mathscr{R})} = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\overrightarrow{v(M_i/\mathscr{R})}$$

Capacité exigible : Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système restreint au cas de deux points sous la forme $\vec{p} = m\overrightarrow{v(G/\mathscr{R})}$.

Démonstration à maîtriser n°2 – Quantité de mouvement d'un système de points

On considère un système constitué de deux points matériels $M_1(m_1)$ et $M_2(m_2)$.

Q1. Exprimer la quantité de mouvement du système en fonction des vecteurs positions $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$.

Démonstration :
Soit $\mathcal{S} = (M_1(m_1), M_2(m_2))$: $\vec{p}(\mathcal{S}/\mathscr{R}) = m_1\vec{v}(M_1/\mathscr{R}) + m_2\vec{v}(M_2/\mathscr{R})$

Q2. En utilisant la définition du centre d'inertie, établir que $\overrightarrow{p(\mathcal{S}/\mathscr{R})} = m\overrightarrow{v(G/\mathscr{R})}$, avec m la masse totale du système, soit $m = m_1 + m_2$.

Démonstration :

$$\begin{aligned}
\vec{p}(\mathcal{S}/\mathscr{R}) &= m_1\vec{v}(M_1/\mathscr{R}) + m_2\vec{v}(M_2/\mathscr{R}) \\
\vec{p}(\mathcal{S}/\mathscr{R}) &= m_1\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM_1}}{\mathrm{d}t} + m_2\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM_2}}{\mathrm{d}t} \\
\vec{p}(\mathcal{S}/\mathscr{R}) &= \frac{\mathrm{d}m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}}{\mathrm{d}t} \\
\text{or } (m_1+m_2)\overrightarrow{OG} &= m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}
\end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\vec{p}(\mathcal{S}/\mathscr{R}) = \dfrac{\mathrm{d}m\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t} = m\vec{v}(G/\mathscr{R})}$

À retenir : Quantité de mouvement d'un système de points

La **quantité de mouvement d'un système $\mathcal{S}$ de masse m et de centre d'inertie G** dans le référentiel $\mathscr{R}$ s'écrit

$$\overrightarrow{p(\mathcal{S}/\mathscr{R})} = m\,\overrightarrow{v(G/\mathscr{R})}$$

I.6 Principe fondamental de la dynamique

À retenir : Théorème de la quantité de mouvement

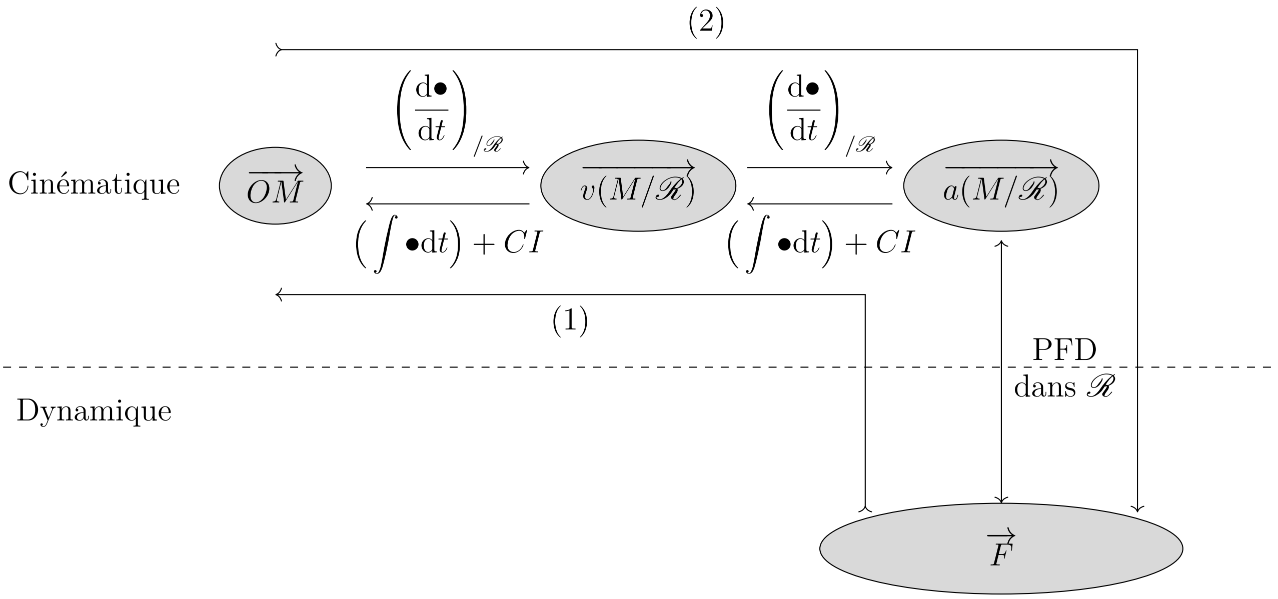
Soit un système $\mathcal{S}$, dont on étudie le mouvement dans un référentiel $\mathscr{R}$ galiléen.
Le **théorème de la quantité de mouvement** ou **Principe Fondamental de la Dynamique** exprime que la dérivée temporelle de la quantité de mouvement du système $\mathcal{S}$ dans le référentiel $\mathscr{R}$ galiléen est égale à la somme des forces extérieures s'exerçant sur le système :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{p(\mathcal{S}/\mathscr{R})}}{\mathrm{d}t}\right)_{/\mathscr{R}} = \sum\overrightarrow{F_{\text{ext}}} \quad\Leftrightarrow\quad \left(\frac{\mathrm{d}\left(m\,\overrightarrow{v(G/\mathscr{R})}\right)}{\mathrm{d}t}\right)_{/\mathscr{R}} = \sum\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$$

Pour un système $\mathcal{S}$ fermé, de masse m constante, on peut l'écrire sous la forme :

$$m\,\overrightarrow{a(G/\mathscr{R})} = \sum\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$$

avec $\overrightarrow{p(\mathcal{S}/\mathscr{R})}$ la quantité de mouvement du solide et $\sum\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ la résultante des forces extérieures au système.
La loi de la quantité de mouvement pour un solide permet de déterminer le mouvement de son centre d'inertie G, de la même façon qu'on étudiait le mouvement d'un point matériel.



(1) : Si la résultante des forces exercées sur M est connue, on peut remonter au vecteur vitesse $\overrightarrow{a(M/\mathscr{R})}$, puis au vecteur position $\overrightarrow{OM}$

(2) : Si le mouvement est connu, c'est-à-dire $\overrightarrow{OM}$ ou $\overrightarrow{v(M/\mathscr{R})}$ ou $\overrightarrow{a(M/\mathscr{R})}$ connu, on peut déterminer la résultante des forces qui s'exercent sur M

I.7 Résolution d'un problème de mécanique

- *Données :*
  - Système étudié (objet dont on étudie le mouvement) : $M(m)$;
  - Conditions initiales : vecteurs position et vitesse initiaux (à l'instant $t = 0$ pris pour origine des temps)
  - Hypothèses sur le mouvement : frottements ...
- *But* : trouver le mouvement de M dans le référentiel $\mathscr{R}$ à tout instant t, ou déterminer l'expression d'une force « inconnue ».

Méthode

① Définir le **<u>système</u>** étudié (=l'objet dont on étudie le mouvement).

② Préciser le **<u>référentiel d'étude</u>** $\mathscr{R}_g$, ainsi que le repère cartésien $\left(O; \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}\right)$ lié au référentiel.
En 1ère année, ce référentiel sera supposé galiléen à l'échelle de l'expérience.

③ Choisir le **<u>système de coordonnées adapté</u>** à la description du mouvement.

④ Faire un **<u>SCHÉMA clair</u>** et de taille suffisante sur lequel vous représentez le système, le référentiel $\mathscr{R}_g$ et la base choisie. Introduire les notations nécessaires associées aux grandeurs utiles dont seules les valeurs sont fournies (par exemple : m pour la masse, v_0 pour la vitesse initiale).

⑤ Faire un **<u>bilan des actions mécaniques</u>** précis et complet : les nommer et en donner leurs expressions.

<u>Représenter toutes les forces</u> sur le schéma précédent.

⚠ Ne pas oublier les forces de liaison (réaction du support notamment).

⑥ Écrire « **<u>D'après le Principe Fondamental de la Dynamique</u>** au système dans le référentiel terrestre / du laboratoire galiléen ». *(D'autres méthodes seront vues dans la suite du cours de mécanique, on verra que certaines sont plus adaptées selon le problème posé.)*

⑦ **<u>Projeter les équations vectorielles</u>** dans la base associée au système de coordonnées choisi pour repérer M.

⑧ Déterminer l'**expression littérale** de la grandeur demandée (force, équations horaires, équation de la trajectoire...) en prenant garde à **vérifier l'homogénéité**.
On fait enfin l'éventuelle application numérique, sans omettre l'**unité**.

Méthode : Schémas

Les schémas doivent toujours :

- être grands ;
- avec la base de projection adaptée (cartésienne, polaire, cylindrique ou sphérique) représentée ;
- avec toutes les forces dont on connait les caractéristiques représentées dessus ;
- les angles doivent être :
  - positifs,
  - compris entre 0 et 90 ° ,
  - et très différents de 45 ° (sinon le cos et le sin ont la même valeur et vous risquez de les confondre lors des projections).

Attention

Même si vous avez des valeurs numériques dans un énoncé, il ne faut JAMAIS remplacer les grandeurs (m, v_0 ...) par leurs valeurs numériques dans le calcul (exclusivement à la fin pour l'A.N. : dernière ligne !)

II Mouvements dans le champ de pesanteur terrestre uniforme

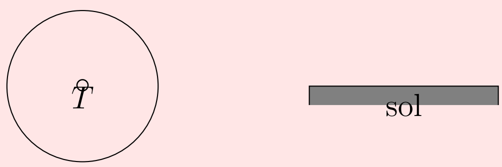
II.1 Interaction gravitationnelle et poids

À proximité de la Terre, un point M de masse m subit la force gravitationnelle exercée par la Terre : $\overrightarrow{F_{T\to M}} = -G\dfrac{mM_T}{TM^2}\dfrac{\overrightarrow{TM}}{TM}$, qui est portée par la droite (TM) passant par le centre de la Terre et est dirigée vers le centre de la Terre. En première approximation, et dans le cadre où le référentiel terrestre peut être considéré galiléen à l'échelle des expériences étudiées, nous pouvons **assimiler la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur l'objet au poids de l'objet** *(Cf cours de 2e année PC)*.

À connaître : le poids

Le poids de l'objet de masse m s'écrit $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$, avec $\overrightarrow{g}$ le vecteur champ de pesanteur terrestre. Le poids :

- s'exerce au centre d'inertie de l'objet ;
- est dirigé selon la verticale du lieu considéré ;
- est dirigé vers le centre de la Terre ;
- et est de norme mg, avec à la surface de la Terre, $g \approx 9,8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ (on peut considérer g uniforme jusqu'à des altitudes de quelques kilomètres).



Attention : Ne pas confondre g et G

- G est la constante universelle de gravitation, elle vaut $G = 6,67.10^{-11}\ \mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$, partout dans l'Univers (puisque universelle !)
- g est le champ de pesanteur dont la valeur dépend de l'astre sur lequel on se trouve et la distance à l'astre. Sur terre, g vaut environ $9,8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, mais elle varie d'un point à l'autre du globe (de $9,78\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ à l'équateur à $9,83\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ aux pôles) et avec l'altitude.

II.2 Chute libre

Capacité exigible : **Étudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.**

Exercice à maîtriser n°3 – Le mouvement parabolique

On étudie le mouvement d'une balle de tennis modélisée par un point matériel M de masse $m = 60$ g, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On choisit (Oz) la verticale ascendante et (Oxy) le plan horizontal.
À $t = 0$, la balle est située à une hauteur $h = 1,5$ m par rapport au sol, à la verticale de l'origine O du repère, située sur le sol. Elle est frappée par la raquette et a un vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ contenue dans le plan (Oxz) de norme $v_0 = 25$ m $\cdot$ s^{-1}, faisant un angle $\psi = 30°$ avec l'horizontale.
Tous les frottements sont négligés.

Q1. Schématiser la situation.

Q2. Au cours du mouvement, que peut-on dire du vecteur accélération ?

Q3. Par intégrations successives, établir les équations horaires du mouvement : $\begin{cases} x(t) & = \\ y(t) & = \\ z(t) & = \end{cases}$

Q4. Établir l'équation cartésienne $z(x)$ de la trajectoire. Dessiner l'allure de la trajectoire. Représenter dessus également le vecteur vitesse et le vecteur accélération à différents instants.

Q5. Comment peut-on caractériser le sommet de la trajectoire ?

Attention

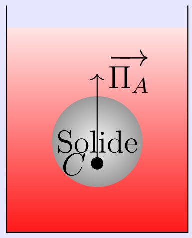
L'équation différentielle issue du PFD est du second ordre et son intégration conduit donc à l'introduction de deux constantes d'intégration.

II.3 Poussée d'Archimède

Définition : Poussée d'Archimède

Tout corps au repos ou en mouvement dans un fluide subit de la part de ce fluide une action mécanique, la **poussée d'Archimède** (qui est égale à la résultante des forces de pression s'exerçant dessus, *cf partie de statique des fluides en fin d'année*) qui possède les caractéristiques suivantes :

- point d'application : centre de masse du fluide déplacé C (centre de masse du fluide qui occuperait la place du corps s'il n'était pas là) ;
- direction : verticale du lieu considéré (droite passant par le point d'application et le centre de la Terre) ;
- sens : du centre de la Terre vers le point d'application (« vers le haut ») ;
- norme : égale au poids du fluide déplacé $\left\|\overrightarrow{\Pi_A}\right\| = m_{\text{fluide déplacé}}\, g$.



Ainsi la **poussée d'Archimède est opposée au poids du fluide déplacé** : $\overrightarrow{\Pi_A} = -m_{\text{fluide déplacé}}\,\overrightarrow{g}$.
Dans le cas où le fluide est homogène (corps uniquement dans l'eau, ou dans l'air, et pas entre deux fluides), la poussée d'Archimède s'écrit :

$$\overrightarrow{\Pi_A} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{fluide déplacé}}\, \overrightarrow{g}$$

Méthode : Prise en compte de la poussée d'Archimède ?

- La **poussée d'Archimède peut être négligée** pour un solide plein dans l'air.
- La **poussée d'Archimède ne peut pas être négligée**, pour un solide vide (par ex. ballon de baudruche) dans l'air ou un solide quelconque dans un liquide.

II.4 Frottements fluides

Capacité exigible : Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique. Écrire une équation adimensionnée.

II.4.a) Modèles

Un corps en mouvement dans un fluide subit la force de trainée, ou force de frottement fluide. La trainée a pour direction celle du mouvement, elle est opposée au mouvement et est d'autant plus importante que la vitesse du corps est importante.
Il n'existe pas de « formule théorique » pour la force de frottement fluide. Des études expérimentales ont conduit à deux expressions pour la force de frottement fluide selon la vitesse du corps :

- à « faible vitesse » : $\overrightarrow{f} = -k_1\overrightarrow{v}$, avec $k_1 > 0$;
- à « vitesse élevée » : $\overrightarrow{f} = -k_2\left\|\overrightarrow{v}\right\|\overrightarrow{v}$, avec $k_2 > 0$.

Les coefficients k_1 et k_2 sont déterminés expérimentalement ; ils dépendent du fluide et de l'objet en mouvement (forme et matière).
Le cadre d'utilisation de chaque expression sera précisé en 2ème année dans le cours de mécanique des fluides.

II.4.b) Frottements fluides linéaires

Exercice à maîtriser n°4 – Viscosimètre à bille

Dans un viscosimètre à bille, une bille en acier de rayon $R = 3,0$ mm est lâchée dans un cylindre rempli d'huile (de masse volumique ρ_h).
La mesure du temps de chute Δt entre deux repères distants de d permet d'obtenir la viscosité du liquide.
Pour une sphère de rayon R dans un fluide de viscosité η, la force de frottement fluide est modélisée par la formule de Stokes : $\overrightarrow{f} = -6\pi R\eta\overrightarrow{v}$.
On choisit l'axe (Oz) vertical descendant.

Q1. Effectuer un bilan des forces, on prendra en compte la poussée d'Archimède.

Q2. Établir l'équation différentielle vérifiée par v_z.

Q3. Déterminer la vitesse limite atteinte par la bille.

Q4. Mettre l'équation différentielle précédente sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}v_z = \frac{v_{\lim}}{\tau}$$

où on explicitera les expressions de τ et $v_{\lim}$.

Q5. On suppose que la bille a atteint sa vitesse limite avant les deux repères. On mesure $\Delta t = 4,0$ s pour $d = 20$ cm. En déduire la viscosité de l'huile.

Q6. Calculer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire et commenter (cf Figure 1).

Données :

- masse volumique de l'huile $\rho_h = 0,90$ kg · m^{-3} ;
- masse volumique de l'acier $\rho_a = 7,8 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} ;
- accélération de la pesanteur : $g = 9,81$ m · s^{-2}.

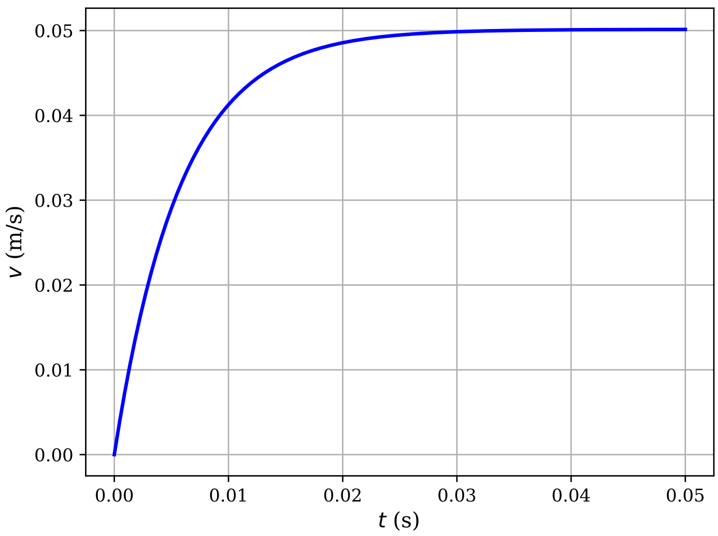


FIGURE 1 – Mouvement en présence de frottements linéaires

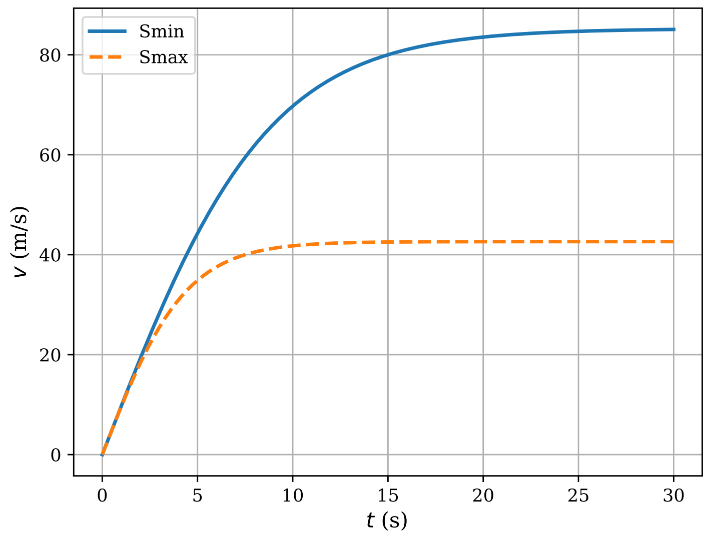


FIGURE 2 – Mouvement en présence de frottements quadratiques

II.4.c) Frottements fluides quadratiques

Exercice à maîtriser n°5 – Parachutisme

Pour les mouvements dans l'air, à des vitesses plus élevées, le modèle linéaire ne permet pas de rendre compte des observations expérimentales. Dans ce cas, on utilise le modèle quadratique :

$$\overrightarrow{f} = -\frac{1}{2}\rho C_x S v \overrightarrow{v}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, S l'aire du solide selon la direction perpendiculaire au déplacement. Le coefficient C_x, appelé coefficient de traînée dépend principalement de la forme de l'objet.
Les parachutistes ($m = 80$ kg) peuvent changer leur vitesse en chute libre en changeant la position de leur corps.
On choisit l'axe (Oz) vertical descendant.

Q1. Déterminer l'équation vérifiée par v_z.

Q2. Exprimer la vitesse limite atteinte par le parachutiste.

Q3. En assimilant le parachutiste à un pavé, calculer sa vitesse limite lorsqu'il se place horizontalement, puis lorsqu'il se place verticalement.

Q4. **Il n'est pas possible d'identifier la constante de temps τ dans ce cas.**
Pour cela, on peut établir une équation différentielle adimensionnée vérifiée par $V^* = \dfrac{v_z}{v_{\text{lim}}}$ (vitesse adimensionnée) et avec pour variable $t^* = \dfrac{t}{\tau}$ (temps adimensionné).
Établir l'équation différentielle adimensionnée, vérifiée par V^* et la mettre sous la forme :

$$\tau\frac{\mathrm{d}V^*}{\mathrm{d}t} + (V^*)^2 = 1$$

En déduire l'expression et la valeur de la constante de temps τ. Faire l'application numérique. Commenter (cf Figure 2).

Données :

- masse volumique de l'air : $\rho = 1,2$ kg · m^{-3} ;
- Coefficient de pénétration dans l'air : $C_x = 0,9$
- Surface du corps : $S_{\text{max}} = 0,8$ m^2 et $S_{\text{min}} = 0,2$ m^2.

III Le pendule simple

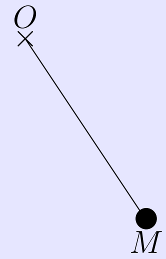
III.1 Tension d'un fil

Définition : Tension du fil

Un fil, infiniment souple, tendu, exerce sur un objet accroché à une de ses extrémités une force de contact, appelée **tension du fil** et notée $\overrightarrow{T}$, dont les caractéristiques sont :

- Direction : celle du fil ;
- Sens : d'une extrémité du fil vers l'autre ;
- Norme : T dépend des autres forces mises en jeu et du mouvement, on la détermine a posteriori une fois le mouvement déterminé.

  Pour un fil idéal, inextensible et de masse négligeable, la norme $\left\|\overrightarrow{T}\right\|$ est uniforme le long du fil.



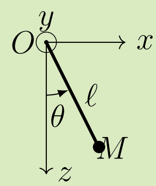
Si le fil n'est pas tendu, la tension est nulle.

III.2 Mouvement du pendule simple

Capacité exigible : **Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.**

Exercice à maîtriser n°6 — Le pendule simple

On considère un pendule simple constitué d'un point M de masse m accroché à l'extrémité d'un fil inextensible, sans masse et sans rigidité, dont l'autre extrémité O est fixe dans le référentiel $\mathscr{R}$ du laboratoire galiléen.
On néglige les frottements dus à l'air.



Q1. Quel est le mouvement du point M ? Quel est le système de coordonnées adapté ? Le représenter sur un schéma.

Q2. Faire le bilan des forces et représenter les forces sur le schéma précédent.

Q3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique.

Q4. Sur quel vecteur de la base choisie faut-il projeter le PFD afin d'en déduire l'équation différentielle du mouvement ?
Établir l'équation différentielle du mouvement. Quelle est la nature de cette équation différentielle ?

On se place, dans la suite, dans le cadre des mouvements de petite amplitude : θ reste petit devant 1 rad.

Q5. Linéariser l'équation différentielle dans ce cas. À quel type de système déjà étudié cette année l'équation différentielle correspond-elle ?

Q6. La résoudre avec les conditions initiales suivantes : $\theta(0) = \theta_0$ et $\overrightarrow{v}(0) = \overrightarrow{0}$.

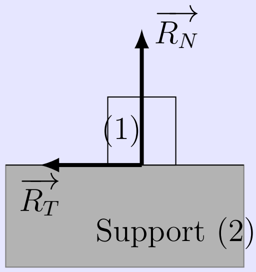
IV Mouvements sur un support solide

IV.1 Réaction du support

Définition : Réaction du support

Lorsque le système étudié repose sur un support solide, le support exerce sur lui une action mécanique, appelée **réaction du support**, que l'on décompose en deux composantes :

- la **réaction normale**, notée $\overrightarrow{R_N}$:
  - de direction : orthogonale au support ;
  - de sens : dirigée du support vers le système ;
  - de point d'application : le point de contact ;
  - de norme : $\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$, qui dépend des autres actions mécaniques en jeu (cf § suivant).
- la **réaction tangentielle (= force de frottement solide)**, notée $\overrightarrow{R_T}$:
  - de direction : tangente au support ;
  - de sens : qui dépend du mouvement du système par rapport à celui du support (cf § suivant) ;
  - de point d'application : le point de contact ;
  - de norme : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\|$,qui dépend des autres actions mécaniques en jeu et du mouvement (cf § suivant).



IV.2 Lois de Coulomb sur le frottement solide

Définition : Vitesse de glissement

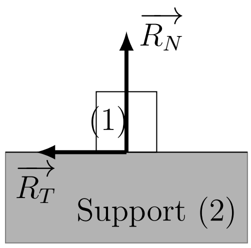
On considère un système (1) en translation en contact avec un support (2).

On définit la **vitesse de glissement** du système 1 par rapport au support 2 : $\boxed{\overrightarrow{v_g(1/2)} = \overrightarrow{v(1/\mathscr{R})} - \overrightarrow{v(2/\mathscr{R})}}$

Les **lois de Coulomb du frottement solide** (lois phénoménologiques : obtenues expérimentalement) fournissent une relation entre les composantes tangentielle et normale de la réaction du support.
Elles vous seront systématiquement fournies, vous devez savoir les exploiter.

On considère un système (1) en translation en contact avec un support (2).

La réaction normale $\overrightarrow{R_N}$ et la réaction tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ exercées par le support sur le système sont reliées par les <u>**lois de Coulomb du frottement**</u> :



- <u>**S'il n'y a pas glissement**</u> : $\overrightarrow{v(1/\mathscr{R})} = \overrightarrow{v(2/\mathscr{R})} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_g(1/2)} = \vec{0}$, alors $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$, avec f_s le **coefficient de frottement statique** [sans dimension, sans unité].
- <u>**S'il y a glissement du système sur le support**</u> : $\overrightarrow{v(1/\mathscr{R})} \neq \overrightarrow{v(2/\mathscr{R})} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_g(1/2)} \neq \vec{0}$, alors :
  - $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{R_T} \text{ colinéaire à } \overrightarrow{v_g(1/2)} \\ \overrightarrow{R_T} \cdot \overrightarrow{v_g(1/2)} < 0\end{array}\right\}$ $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement
  - $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$ avec f_d le **coefficient de frottement dynamique** [sans dimension, sans unité].

$\boxed{f_d < f_s}$, mais comme souvent les deux ne sont pas très différents, nous les confondrons la plupart du temps.

REMARQUES

- Un **contact sans frottement**, c'est-à-dire avec un coefficient de frottement $f = 0$, impose une **réaction purement normale**.
- Lorsqu'on cherche à montrer que le contact entre le système et son support est rompu, on peut le déterminer par le fait que $\boxed{\overrightarrow{R} = \overrightarrow{0}\ \textbf{lorsqu'il n'y a plus de contact}}$.

Quelques valeurs de f_d et f_s :

Matériaux	pneus/béton sec	pneus/béton mouillé	bois/bois	Corde/bois	chaussure/glace
f_s	1	0,7	0,5	0,5	0,1
f_d	0,7-0,8	0,5	0,3	0,3	0,05

Attention — Erreur à ne pas commettre

Attention à « poids et réaction du support se compensent » ou « poids et réaction normale du support se compensent » : ceci est faux dans la plupart des cas !

IV.3 Exploitation des lois de Coulomb

<u>Capacité exigible :</u> **Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.**

Exercice à maîtriser n°7 — Freinage en présence de frottement solide

On étudie le mouvement d'une pierre de curling, lancée, à l'instant $t = 0$, à la vitesse $v_0 = 3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Elle décrit un mouvement rectiligne horizontal.
Les frottements dûs à la glace sont modélisés par les lois de Coulomb sur le frottement solide de coefficient de frottement $f = 0,015$.

Q1. Réaliser un schéma de la situation, y placer les axes nécessaires.

Q2. Effectuer un bilan des forces. Les représenter sur le schéma.

Q3. Par application du PFD, puis projection, exprimer la norme de la réaction normale.
En déduire la norme $\|\overrightarrow{R_T}\|$ de la réaction tangentielle, puis l'expression du vecteur $\overrightarrow{R_T}$.

Q4. Obtenir l'équation du mouvement, puis l'intégrer deux fois pour obtenir l'équation horaire qui donne la position de la pierre en fonction du temps.

Q5. Déterminer l'instant t_f d'arrêt de la pierre, puis la distance parcourue avant son arrêt.

Exercice à maîtriser n°8 — Équilibre en présence de frottements solides

Le petit Gabriel, presque 5 ans, est assis sur sa luge, en haut d'une descente. On souhaite répondre à la question : « à quelle condition sur l'angle par rapport à l'horizontal l'ensemble {luge + Gabriel} peut rester en équilibre et ne pas glisser ? »

Q1. Réaliser un schéma du problème, sur lequel on indiquera la base adaptée judicieusement placée.

Q2. Après avoir effectué un bilan des forces, écrire la conséquence de l'équilibre.

Q3. En déduire les expressions des composantes des réactions normale et tangentielle.

Q4. En exploitant la loi de Coulomb, déterminer la condition sur l'angle pour que la luge puisse ne pas glisser.
Vérifier la cohérence physique de la relation obtenue.

Méthode

La mise en œuvre des lois de Coulomb nécessite souvent de faire une hypothèse concernant la présence ou l'absence de glissement, que l'on traduit par une équation assortie d'une condition de validité.

- **Je fais l'hypothèse de non glissement** :
  1. Je connais le mouvement du système : $\overrightarrow{v(M/\mathscr{R})} = \overrightarrow{v(\text{support}/\mathscr{R})}$ ($= \overrightarrow{0}$ si le support est fixe dans le référentiel d'étude).
  2. En appliquant le PFD, j'en déduis l'expression des forces $\overrightarrow{R_N}$ et $\overrightarrow{R_T}$ (en effet je connais $\overrightarrow{a}(M/\mathscr{R})$, puisque je connais le vecteur vitesse).
  3. Je vérifie l'hypothèse en comparant $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\|$ et $f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$:
     - Si $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$, l'hypothèse est vérifiée : le système ne glisse pas ;
     - Sinon, l'hypothèse n'est pas vérifiée, et il faut supposer que le système glisse sur le support.
- **Je fais l'hypothèse de glissement** :
  1. Je connais la relation entre $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$ grâce à la loi de Coulomb : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$.
     Le sens de $\overrightarrow{R_T}$ est opposé au sens de la vitesse de glissement :
     - Si le support est fixe et que le sens du mouvement est connu, le sens de $\overrightarrow{R_T}$ est connu.
     - Si le support est mobile et/ou que le sens du mouvement est inconnu, il en est de même pour $\overrightarrow{R_T}$, et donc il ne faut rien supposer ; le sens de $\overrightarrow{R_T}$ sera déduit de la vérification de l'hypothèse.
  2. En appliquant le PFD, j'en déduis l'expression du vecteur vitesse et du vecteur position.
  3. Je vérifie l'hypothèse en contrôlant que :
     - la vitesse de glissement n'est pas nulle ;
     - et $\overrightarrow{R_T} \cdot \overrightarrow{v_g(1/2)} < 0$, ce qui permet par ailleurs de déterminer le sens de $\overrightarrow{R_T}$ si cela n'était pas possible avant.

Activité n°9 – Tirer une luge ?

Le petit Alex, 1 an 1/2 (15 kg), souhaite faire de la luge. Après sa première descente en luge, il souhaite en refaire une. Petit, il a encore du mal à marcher dans la neige, Louise, sa grande cousine propose de tirer sa luge pour remonter la pente enneigée. Elle tire sur la corde à laquelle est attachée la luge avec une force $\overrightarrow{F}$.

La pente est inclinée de 15 % par rapport à l'horizontale.

Les frottements solides entre la luge et la neige sont modélisés selon les lois de Coulomb du frottement solide de coefficient $f = 0,1$..

Le but de cet exercice est de déterminer si Louise pourra remonter le petit Alex ou non, en exerçant une force de 40 N.

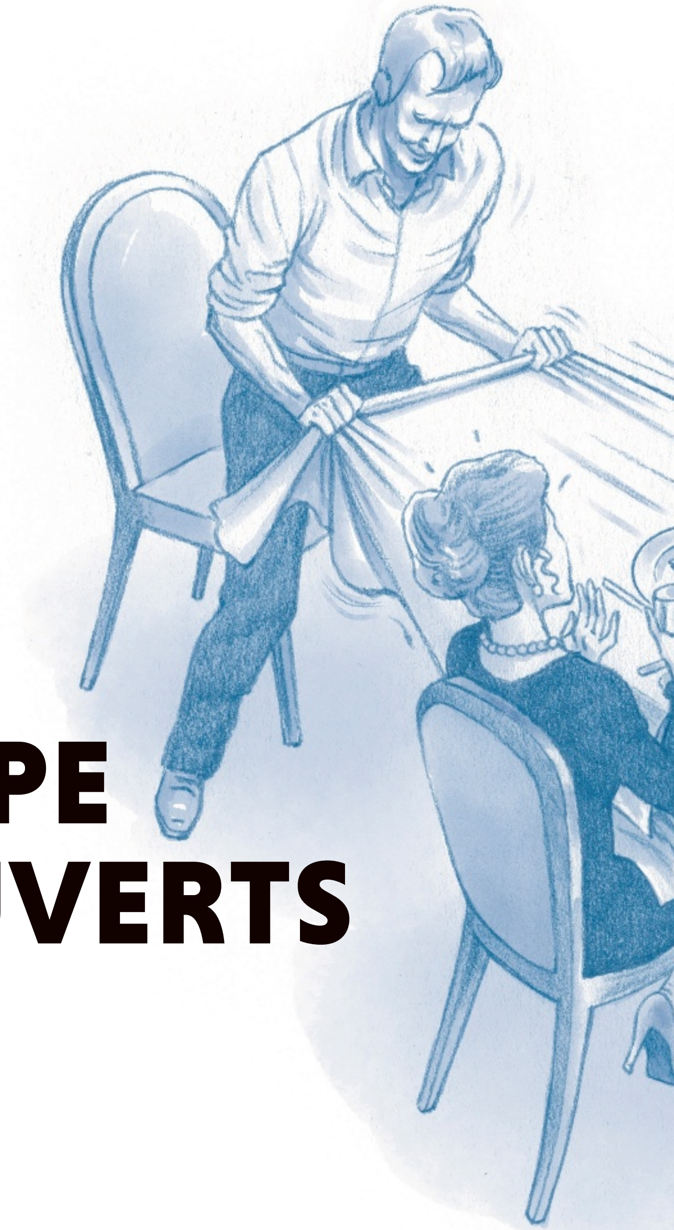
Q1. Est-ce que la luge peut-être à l'équilibre ?

Q2. Supposer que Louise parvient à faire glisser la luge et à la tirer vers le haut.
Exprimer le vecteur vitesse de la luge. Son sens est-il compatible avec l'hypothèse ?

Q3. Sinon, supposer que Louise ne parvient pas à tirer la luge vers le haut et que cette dernière glisse vers le bas de la pente.

LES AUTEURS

JEAN-MICHEL COURTY ET ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris



Attention, un tour spectaculaire, et néanmoins facile, mais pour lequel un peu d'entraînement peut s'avérer nécessaire…

TIRER LA NAPPE SOUS LES COUVERTS

Comment retirer une nappe d'une table dressée sans casser de vaisselle? Trucs et astuces pour un tour spectaculaire plus facile qu'il n'y paraît.

L'une des applications de la physique, et non des moindres, est de briller dans les dîners en ville… surtout si l'on s'en prend à la table de ce même dîner! En effet, l'un des plus spectaculaires «tours de physique» consiste à retirer une nappe d'une table dressée en y laissant assiettes, verres, couverts… quasiment à la même place. Difficile? Non, cette prouesse est bien plus facile à réaliser qu'il n'y paraît. Découvrons les lois de la physique qui rendent possible ce tour et les astuces qui garantissent de le réussir sans risque pour le service en cristal et la porcelaine.

Cette expérience et ses variantes sont couramment utilisées pour illustrer la notion d'inertie. C'est effectivement l'inertie de tous les objets présents sur la table qui explique qu'ils restent en place lorsqu'on tire la nappe d'un geste rapide. Elle se manifeste ici de façon nette parce que la force de frottement qu'exerce la nappe en mouvement sur la base des objets n'augmente pas avec sa vitesse.

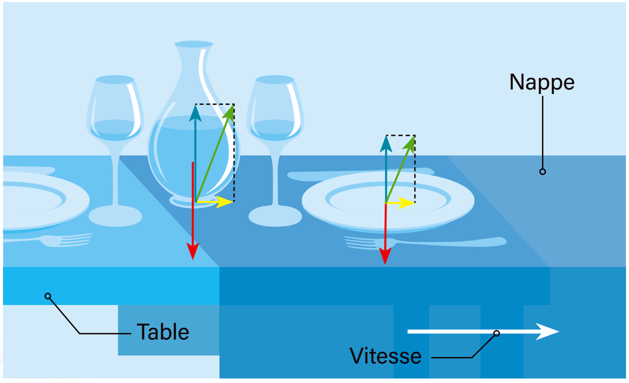
FROTTEMENTS ET VITESSE

C'est l'une des propriétés du frottement entre solides: lors d'un glissement de l'un sur l'autre, la force de frottement entre les deux est presque constante. De plus, la valeur de cette dernière ne dépend pas de la taille de l'aire de contact entre les solides. Elle est proportionnelle à la force qui presse un solide contre l'autre et qui, ici, n'est rien d'autre que le poids des objets disposés sur la nappe. Le coefficient de proportionnalité, ou plutôt le coefficient de frottement dynamique, vaut typiquement 0,3 entre une assiette et une nappe. Les amateurs de physique le vérifieront facilement en scotchant un smartphone sur une assiette, en faisant glisser cette dernière sur la nappe et en mesurant sa décélération avec une application spécifique, comme «phyphox». Durant toute la phase de ralentissement, la décélération mesurée est constante et vaut typiquement 3 mètres par seconde carrée ($3\ m.s^{-2}$), soit 0,3 fois l'accélération de la pesanteur.

C'est cette même accélération constante que subira l'assiette – et en fait tous les objets qui l'accompagnent sur la table – quand on tirera la nappe, quelle que soit la vitesse de cette dernière. Des mesures (toujours avec smartphone) faites par les auteurs montrent qu'on tire environ 50 centimètres de nappe en un dixième de seconde. Cela signifie d'abord que la vitesse de tirage est typiquement de 5 mètres par

UN TOUR DE FORCES

Lorsqu'on tire une nappe d'une table dressée, quelles sont les forces en présence ? Le poids des différents objets *(en rouge)*, les forces de frottement *(en jaune)* et enfin la réaction de la table *(en bleu)*. Précisons que plus la nappe va vite, plus les objets bougeront lentement, car plus la durée d'action de la force de frottement sera brève.



seconde. Ensuite, un objet près du bord verra l'intégralité du bout de nappe défiler sous lui : il sera donc accéléré à 3 m.s^{-2} pendant 0,1 seconde.

Pour un physicien, c'est l'analogue d'une petite chute libre : il en déduira que la vitesse acquise par l'objet sera de 30 centimètres par seconde et qu'il se sera avancé de 1,5 centimètre. Attention, une fois la nappe passée, l'objet se retrouve avec une certaine vitesse sur la table nue où il décélère.

Comme le coefficient de frottement entre les objets et la table est du même ordre que celui que l'on compte entre les objets et la nappe, il s'arrête sur une distance de 1,5 centimètre : cela fait un déplacement total de 3 centimètres. C'est un maximum. Les objets plus éloignés du bord ont moins de surface de nappe qui glisse sous eux et bougent donc proportionnellement moins.

UNE VOITURE DE COURSE

Si l'on souhaite tirer plus de nappe, disons 3 mètres, il faut gagner en vitesse. En effet, si on tire toujours à 5 mètres par seconde, 6 fois plus de temps est nécessaire et le déplacement d'un objet sera multiplié par 36, correspondant donc à plus de 1 mètre dans l'exemple précédent ! Pour envisager des expériences plus « grand format » comme on peut le voir sur certaines vidéos, où une nappe est tirée sous une grande tablée de 16 convives, mieux vaut utiliser à la place des mains… une voiture de course. C'est ce qui a été réalisé dans l'émission « Street Science » en tirant à une vitesse de 160 kilomètres par heure la nappe accrochée par un câble à un tel bolide. Une astuce a toutefois été indispensable pour assurer la réussite. Après une première tentative infructueuse, avec verres et assiettes chamboulés, les expérimentateurs ont placé des feuilles de plastique entre les objets et la nappe. Ainsi, en réduisant encore drastiquement le coefficient de frottement, rien n'a bougé à la seconde tentative.

Sans aller dans de telles extrémités, quelques considérations pratiques vous aideront à réussir avec une plus petite tablée. D'abord le choix de la nappe est primordial ! Elle doit être lisse et glissante,

Les auteurs ont notamment publié : En avant la physique !, une sélection de leurs chroniques (Belin, 2017).

donc sans broderies. Pas la peine d'avoir une nappe en soie, la grande majorité des textiles synthétiques suffiront. Point important, aucun ourlet n'est permis: celui-ci entraînerait les objets au passage. En pratique, le plus simple est de couper une nappe en deux par le milieu (que ne ferait-on pas pour épater ses amis!).

Quant aux objets à déposer sur la nappe, aucune contrainte tant que l'objet n'est pas susceptible de l'accrocher! Cela interdit pour les fourchettes, le dressage à la française, c'est-à-dire pointes vers le bas, et impose, hélas, la tradition anglaise, avec les pointes perfidement orientées vers le haut. Pour plus d'effet, nous conseillons des verres à pied, ça n'augmente pas le risque et c'est bien plus impressionnant. Les remplir d'un peu de boisson colorée, comme du vin, ajoute encore au spectacle.

Ensuite, il importe de bien se positionner par rapport à la table. Deux choix sont possibles: de face ou de profil. La seconde option autorise dans la limite des contraintes exposées précédemment, de plus grandes nappes, car le corps ne gêne pas. Le mouvement est en revanche plus délicat à maîtriser et nécessite beaucoup d'entraînement.

La position de face est quant à elle plus simple. Dans cette position, avec un peu de concentration, il est tout à fait possible de réussir la manipulation du premier coup sans aucun entraînement. Positionnez-vous de sorte que si vous inclinez un peu le buste vers l'avant, bras tendus, vous touchiez juste le bord de la table avec le bout des doigts (80 centimètres environ). La longueur de nappe à pouvoir passer sous les objets est alors la distance entre le corps et la table moins une trentaine de centimètres.

BIEN SAISIR LA NAPPE

La façon de se saisir de la nappe est très importante. Il est essentiel qu'aucun pli n'apparaisse sur la nappe lorsqu'on la tire. Un réflexe commun consiste à saisir la nappe avec les mains écartées puis à les rapprocher l'une de l'autre. Le résultat est la formation d'une poche durant le mouvement qui entraîne tout ce qui se trouve sur la table. L'écartement idéal des mains correspond à la largeur des épaules. De plus une fois la nappe tenue, elle doit rester bien tendue dans le sens perpendiculaire au mouvement à venir en tirant avec ses mains vers les côtés. Cette tension sera maintenue jusqu'à la fin de l'expérience.

En ce qui concerne la longueur, prenez le bord de la nappe et froncez-le dans les mains de sorte qu'il reste une trentaine de centimètres de nappe entre la table et les mains. Rapprochez ensuite les mains vers la table. Ces 30 centimètres de jeu vous permettront d'accélérer les mains avant que la nappe ne commence à glisser. Lorsque ce sera le cas, sa vitesse sera presque maximale et vous minimiserez la durée du glissement sous les objets.

Dernière recommandation: tirer horizontalement. Le plus sûr et le plus simple est de penser au point d'arrivée final des mains: la partie du corps qui est au niveau de la table, en général la ceinture. Vient ensuite le moment crucial où il vous faut tirer le plus rapidement possible, sans hésiter. En ajoutant un mouvement de rabat des poignets durant ce mouvement, vous obtiendrez une vitesse de nappe encore plus grande. À vous de jouer.

Avec beaucoup d'entraînement, peut-être arriverez-vous même à remettre la nappe sous les couverts comme le fait Mat Ricardo dans «Tablecloth 2.0», voire à transférer la nappe d'une table à une autre, dans «Tablecloth 3.0». Tenté? Prenez alors comme lui la précaution de placer l'intégralité des objets situés sur la table sur des plateaux avec un rebord courbé vers le haut: la nappe glissera mieux.

Précision importante: les auteurs déclinent toute responsabilité concernant une éventuelle casse de vaisselle. ■

À VOS MARQUES, PRÊT, TIREZ !

De face, à environ 80 centimètres de la table, inclinez un peu le buste vers l'avant en gardant les bras tendus. Tenez également la nappe tendue sans créer de pli ou de poches, et, quand vous tirez, veillez à garder constant l'écart entre vos bras jusqu'à la fin. Et hop, le tour est joué !

BIBLIOGRAPHIE

M. Françon, Expériences de physique, *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 1963.

Plusieurs vidéos

Le principe d'inertie : youtu.be/z2HxzZkCFIA

Passer une nappe d'une table à l'autre : youtu.be/o94Pm-Cty3M

Tirer une nappe avec une voiture de course : youtu.be/IB7oTNuPg_M

Le gond et le violon

Tant les grincements que les sons mélodieux d'un violon résultent de la combinaison de frottements solides et d'élasticité.

La voiture s'arrête en un crissement de freins… Le détective écoute… Un violon pleure au loin dans la maison isolée… Le détective pousse la grille qui grince… Ces sons, qui ajoutent au frisson des films d'angoisse et contribuent à l'agrément des concerts, ont une même cause : l'action combinée des frottements solides et d'un comportement élastique.

La raison première des grincements est une propriété de la force de frottement solide qui s'exerce entre deux surfaces sèches en contact : l'intensité de cette force diminue quand la vitesse relative entre les surfaces augmente. Nous en avons tous fait l'expérience en faisant glisser une caisse ou un meuble sur le sol. Pour mettre la caisse en mouvement, il faut pousser horizontalement en exerçant une force minimale. Cette force est égale au produit du poids de la caisse par un coefficient, appelé coefficient de frottement statique, de valeur comprise entre 0,5 et 1. Le mouvement amorcé, la force nécessaire à la poursuite du mouvement est plus faible, car la friction entre la caisse et le sol a diminué. Elle est toujours proportionnelle au poids, mais le facteur de proportionnalité, appelé coefficient de frottement dynamique, est de l'ordre de 25 pour cent plus faible que le coefficient statique.

Ajoutons maintenant de l'élasticité à cet exemple en tirant la caisse avec une corde élastique, par exemple un tendeur. Partant d'une situation où le tendeur n'exerce aucune force sur la caisse, tirons-le lentement à vitesse constante. À mesure que le tendeur s'allonge, sa tension et la force qu'il exerce sur la caisse augmentent. La caisse reste cependant immobile jusqu'à ce que cette force dépasse la force de frottement statique ; elle se met alors en mouvement et la force de frottement diminue de 25 pour cent. Tant que l'allongement du tendeur n'a pas diminué de 25 pour cent, la force qu'il exerce sur la caisse reste supérieure à la force de frottement dynamique et la caisse accélère. Ensuite, la caisse, freinée, ralentit, puis s'arrête.

Fixe-glisse

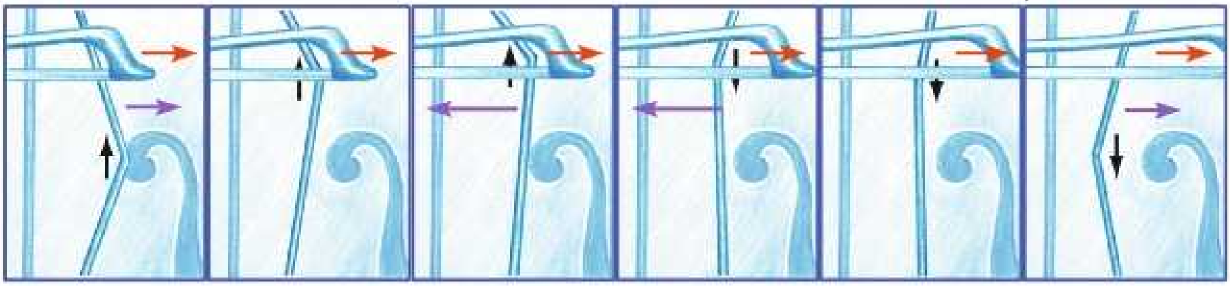
Pour remettre la caisse en mouvement, le frottement étant redevenu statique, il faut de nouveau allonger le tendeur, et ainsi de suite. Ce comportement est dénommé mouvement de fixe-glisse (*stick-slip* en anglais). C'est l'alternance d'une phase statique durant laquelle l'énergie fournie par l'opérateur est stockée sous forme élastique (ici dans le tendeur) et d'une phase de glissement pendant laquelle cette énergie est brutalement libérée sous forme d'énergie cinétique et dissipée par en chaleur le frottement.

Les mouvements saccadés caractéristiques du fixe-glisse ne sont pas toujours visibles à l'œil nu, mais ils peuvent s'entendre quand leur fréquence devient suffisante : c'est une porte qui grince, des freins qui couinent, des pneus qui crissent, et un doigt mouillé qui fait vibrer le verre à la fin des repas de famille. L'élasticité est toujours présente même si elle est parfois bien cachée : ainsi, quand on ouvre une porte, la lame de métal qui relie le cadre de la porte aux gonds, et donc au mur, se plie et agit comme un ressort tant que les frottements empêchent les deux parties du gond de glisser l'une sur l'autre. Lorsque la force exercée est suffisante, les

a *b* *c*

Dessins de Bruno Vacaro

La caisse reste immobile tant que la force de traction est inférieure à la friction statique *(a)*. Lorsque la caisse se met en mouvement, la force de frottement diminue *(b)*. La caisse accélère, rattrape le marcheur, puis s'arrête *(c)*. L'élastique n'étant plus tendu, le cycle de fixe-glisse recommence.



Le « fixe-glisse » de l'archet sur la corde. Lors de la phase « fixe » du régime fixe-glisse, l'archet qui se déplace vers la droite *(flèche rouge)* entraîne la corde (*a*). L'arrivée de la déformation *(flèche noire)* décroche la corde qui se met à glisser sur l'archet (*b*) indépendamment du mouvement de celui-ci : c'est une phase glisse. La déformation se propage vers le chevalet (*c*), s'y réfléchit et revient vers l'archet (*d*). L'arrivée de la déformation sur l'archet réaccroche la corde sur celui-ci (*e*). Tandis que l'archet entraîne la corde, la déformation va vers le sillet (*f*). Après s'y être réfléchie, la déformation revient vers l'archet (*a*) et le cycle recommence. Les mouvements d'ensemble de la corde sont indiqués par les flèches bleues.

deux surfaces glissent d'un coup l'une sur l'autre, la lame reprend sa forme initiale et le cycle recommence.

Comment supprimer le grincement ? Reprenons notre modèle de la caisse. Pour éviter l'arrêt et la répétition des cycles fixe-glisse, il faut que la tension dans le tendeur ne diminue pas trop lorsque la caisse se met en mouvement, c'est-à-dire que la vitesse de la caisse ne soit pas trop supérieure à la vitesse à laquelle on tire sur le tendeur. Une première solution est de diminuer l'énergie élastique stockée et de tirer la valise par une tige quasi inélastique. Une seconde possibilité est de tirer rapidement. C'est cette solution que nous utilisons pour éviter de faire grincer une porte en attendant de graisser les gonds : nous ouvrons la porte d'un coup.

Grincements harmonieux

Au lieu d'éliminer les grincements, nous pouvons aussi les embellir en associant le mouvement de fixe-glisse à un système qui présente naturellement un mouvement périodique comme une corde de violon. En effet, une petite déformation transverse qui s'y propage est réfléchie par chacune des extrémités de la corde : quelle que soit sa forme, elle effectue des allers-retours périodiques, de période égale au double de la longueur de la corde divisé par la vitesse de propagation.

Que se passe-t-il lorsque l'on frotte un archet sur une telle corde vibrante ? Les crins de l'archet, enduits de colophane, augmentent le coefficient de frottement statique et l'archet « mord » la corde. Au début de son mouvement, lors de l'attaque de la note, l'archet entraîne la corde. Celle-ci fait un coude et, telle une corde d'arc, elle exerce une force de plus en plus grande sur l'archet. Quand cette force dépasse une valeur limite, la corde « décroche » et se met à glisser dans le sens opposé au mouvement de l'archet. La déformation créée se propage le long de la corde jusqu'au chevalet, s'y réfléchit, s'inverse et revient au niveau de l'archet. Ce premier passage donne à la corde une petite secousse qui la « réaccroche » à l'archet, lequel l'entraîne à nouveau. Pendant ce temps, le coude continue son chemin, est réfléchi par le sillet ou par le doigt du musicien, revient au niveau de l'archet et décroche la corde qui se remet à glisser, et ainsi de suite.

Ainsi, sauf lors de l'attaque d'une note, ce n'est pas l'élasticité de la corde qui déclenche glissement et recollement, mais l'arrivée périodique d'une déformation. Le fixe-glisse n'est plus spontané, mais contrôlé ! La hauteur du son est fixée par la période du mouvement qui dépend de la longueur de la corde (éventuellement modifiée par la position du doigt) et de sa tension (qui détermine la vitesse de propagation de la déformation).

Le musicien, qui veut produire un beau son, s'assure que l'accrochage et le décrochage de la corde ne se produisent pas spontanément, mais seulement au passage de la déformation. Il veille à maintenir une pression, suffisante pour que l'archet ne glisse pas intempestivement, mais pas trop importante pour que la secousse, provoquée par le passage du coude puisse décrocher la corde. Quand il y parvient, la position et la vitesse de déplacement de l'archet n'ont plus aucun effet sur la hauteur du son. En revanche, comme cette dernière détermine la vitesse d'entraînement de la corde lors des phases de « fixe », c'est-à-dire de corde entraînée, elle détermine l'amplitude de la déformation, donc le volume du son : plus le musicien déplace rapidement l'archet, plus le son est intense.

Un débutant qui contrôle mal la pression de son archet appuiera trop ou trop peu, il ne laissera pas la corde chanter et produira des sons désagréables. La connaissance des lois physiques n'est certes pas synonyme de virtuosité, mais si vous ne jouez pas bien, au moins vous saurez pourquoi…

D. E. HALL, *Musical acoustics*, Brooks/Cole Publishing Company, 1990.

F. HESLOT et al. *Crepp, stick-slip, and dry friction dynamics : experiments and a heuristic model*, in *Phys. Rev.* E 49, p. 4973, 1994.