

Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique) TD n°11 Lois de Newton





























Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n’aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l’énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail nvalade.pcsi@gmail.com.

Après la séance de TD :

- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l’exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

Exercice n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Capacités										
Établir un bilan des forces sur un système ou sur plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.										
Déterminer les équations du mouvement d’un point matériel ou du centre de masse d’un système fermé dans un référentiel galiléen.										
Étudier le mouvement d’un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l’absence de frottement.										
Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique.										
Établir l’équation du mouvement du pendule simple. Justifier l’analogie avec l’oscillateur harmonique dans le cadre de l’approximation linéaire.										
Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.										

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Bouchon de champagne

En 2022, un groupe de chercheurs français et indiens ont montré que le pop caractéristique d'un bouchon de champagne est dû au franchissement du mur du son du gaz s'échappant de la bouteille. Le bouchon de masse m est éjecté avec une vitesse initiale v_0 . Une acquisition par une caméra rapide permet de pointer la position du bouchon en fonction du temps.

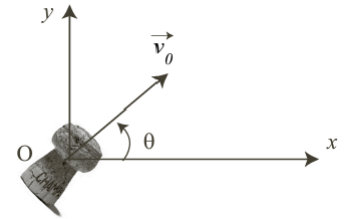
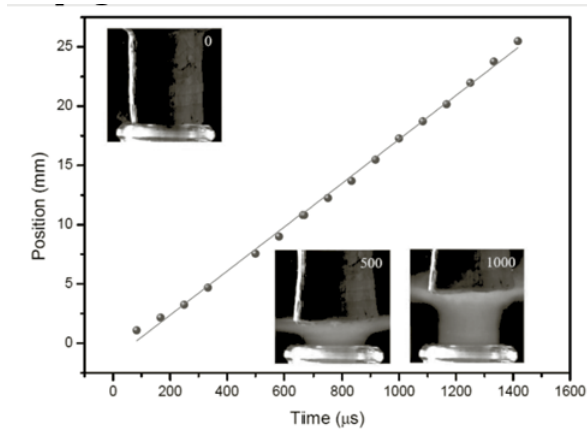


FIGURE 2

FIGURE 1 – Pointage vidéo, d'après *Computational fluid dynamic simulation of the supersonic CO₂ flow during champagne cork popping, Physics of Fluid (2022)*

Q1. À partir du pointage ci-dessus, déterminer la vitesse v_0 d'éjection d'un bouchon de champagne en $m \cdot s^{-1}$.

On considère que la bouteille forme un angle θ avec l'horizontale. La vitesse initiale du bouchon vaut \vec{v}_0 . On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère (Ox, Oy) (voir le schéma). On néglige les frottements.

Q2. Donner les expressions littérales des composantes horizontale v_{0x} et verticale v_{0y} du vecteur \vec{v}_0 en fonction de v_0 et θ .

Q3. Déterminer les deux composantes de l'accélération de M .

Q4. En déduire, compte tenu des conditions initiales, les composantes du vecteur vitesse.

Q5. En déduire, les équations horaires du mouvement : $x(t)$ et $y(t)$.

Q6. Déterminer l'équation cartésienne $y = f(x)$ de la trajectoire.

Q7. Exprimer la coordonnée y_s de son sommet S et la calculer pour $\theta = 80^\circ$. Commenter la valeur obtenue.

Exercice n°2 Descente à ski

La piste de kilomètre lancé de Chabrière dans le Queyras est d'une longueur de $L = 1400$ m pour une inclinaison de $\alpha = 45^\circ$.

Elle permet d'atteindre une vitesse de $v_L = 260$ km \cdot h⁻¹.

On considère un skieur de masse $m = 80$ kg s'élançant sans vitesse initiale du sommet O de la piste.

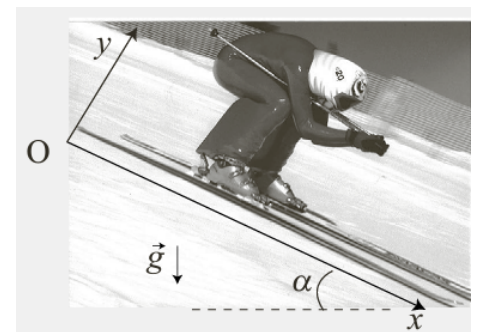
On modélise les frottements de l'air par une force de frottement $\vec{F} = -k\vec{v}$, où $k = 8,0$ uSI est un coefficient constant positif et \vec{v} la vitesse du skieur. La neige exerce sur le skieur une force de composante tangentielle \vec{R}_T et de composante normale \vec{R}_N , reliées par les lois de Coulomb de coefficient de frottement $f = 0,1$.

Q1. Déterminer l'unité du coefficient k .

Q2. En nommant le référentiel choisi, effectuer un bilan des forces sur le skieur.

Q3. Exprimer les forces \vec{R}_T et \vec{R}_N en fonction de f , m , g et α lorsque le skieur glisse.

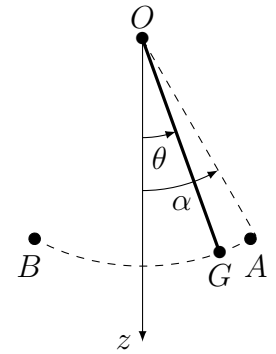
Q4. Déterminer la vitesse à partir de laquelle les frottements visqueux sont plus importants que les frottements solides.



- Q5. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer la vitesse limite atteinte par le skieur, et la calculer.
- Q6. Montrer que l'équation différentielle sur $v_x(t)$ peut se mettre sous la forme : $\frac{dv_x}{dt} + \frac{v_x}{\tau} = \frac{v_L}{\tau}$. Exprimer v_L et τ .
- Q7. Résoudre complètement l'équation différentielle.

Exercice n°3 Tarzan et Jane

La liane a été popularisée au cinéma comme moyen de locomotion très apprécié de Tarzan. Afin de retrouver Jane, celui-ci saisit l'extrémité d'une liane et se laisse penduler jusqu'à sa bien-aimée. La position du centre de masse G de Tarzan est repérée par l'angle θ que fait la liane avec l'axe (Oz) vertical descendant. Sa position initiale est notée A et est repérée par l'angle $\alpha = 30^\circ$. Jane se situe au point B défini par $\theta_B = -\alpha$. La masse de Tarzan, peau de bête comprise, est $m = 80$ kg, celle de Jane est $m' = 50$ kg. La longueur de la liane est $OG = L = 10$ m et sa masse est négligée. Nous négligeons tout frottement et prenons pour valeur de l'accélération de la pesanteur $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. La liane utilisée par Tarzan est usée et ne pourra résister à des tensions supérieures à $2,0$ kN.



Le but de cet exercice est de déterminer si Tarzan pourra retrouver Jane puis la ramener en A .

- Q1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à Tarzan dans le référentiel terrestre.
- Q2. En projetant sur la base polaire obtenir deux équations : l'équation différentielle du mouvement de Tarzan et l'une renseignant sur la tension T de la corde.
- Q3. Intégrer l'équation du mouvement après l'avoir multipliée par $\dot{\theta}$ pour obtenir une relation liant $\dot{\theta}$, θ et les données de l'énoncé.
- Q4. En déduire une expression de la tension de la corde en fonction de θ et des données de l'exercice. Conclure.

Exercice n°4 Pendule simple

On considère un pendule simple de longueur ℓ dont la masse m est soumise, en plus de son poids et de la tension du fil, à une force de frottement fluide de type $\vec{f} = -h\vec{v}$.

- Q1. Déterminer l'équation du mouvement sur la variable θ .
- Q2. Dans le cas où l'amplitude des oscillations est faible devant 1 radian, quelle équation connue retrouve-t-on ?
- Q3. À quelle condition sur m , ℓ , h et g le système peut-il présenter un mouvement pseudo-périodique ?
- Q4. Résoudre complètement l'équation différentielle dans le cas précédent si à $t = 0$, $\theta(0) = 0$ et $\theta(0) = \dot{\theta}_0 > 0$.
On pourra introduire une pseudo-pulsation Ω et une constante de temps τ .

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°5 Volcan

Le Stromboli, volcan italien encore actif, culmine à 924 m. Il crache régulièrement des bombes volcaniques issues du magma. On note \vec{v}_0 la vitesse d'éjection de ces bombes, inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontal. On néglige les frottements.

On note (Ox) l'axe horizontal et (Oy) l'axe vertical ascendant.



- Q1. Déterminer les équations horaires du mouvement de M : $x(t)$ et $y(t)$, en tenant compte des conditions initiales $x(0) = 0$ et $y(0) = h$.
- Q2. Déterminer l'équation cartésienne $y = f(x)$ de la trajectoire.
- Q3. En utilisant $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$, écrire l'équation cartésienne de la trajectoire sous la forme

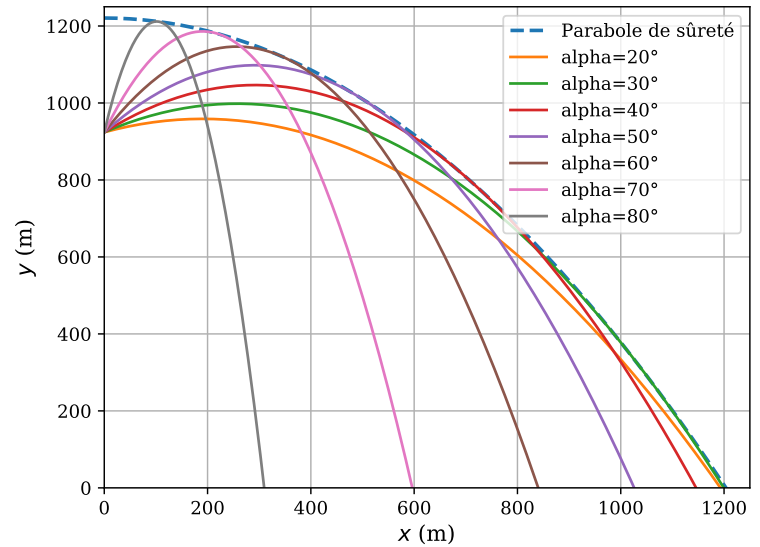
$$\tan^2 \alpha - \frac{2v_0^2}{gx} \tan \alpha + \left(1 + \frac{2v_0^2(y-h)}{gx^2}\right) = 0$$

Q4. En considérant cette trajectoire comme une équation du second degré en $\tan \alpha$, établir qu'elle n'admet aucune solution réelle si

$$y > h + \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

Vérifier l'homogénéité de cette expression.

La courbe d'équation $y = h + \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$ est appelée parabole de sûreté car tout point situé au-delà n'est pas accessible par les bombes volcaniques, quel que soit l'angle d'éjection. Elle est représentée sur la figure ci-contre.



Q5. Établir et calculer que le périmètre de sécurité au sol est tel que

$$x > \sqrt{\frac{2v_0^2 h}{g} + \frac{v_0^4}{g^2}}$$

Données : $m = 0,28 \text{ kg}$; $v_0 = 76,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 50^\circ = 0,873 \text{ rad}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $h = 924 \text{ m}$;

Exercice n°6 Avalanche

Il est possible de modéliser une avalanche par un glissement avec frottement solide d'une plaque de neige sur le sol. On notera f le coefficient de frottement solide, on supposera l'égalité entre le coefficient statique et dynamique.

La plaque de neige est accélérée sur 150 m puis freinée sur 250 m.

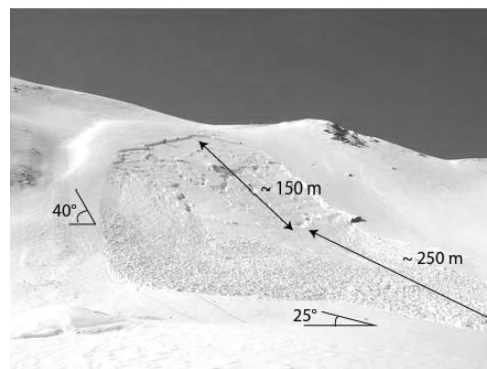


FIGURE 3 – Avalanche de plaque de neige le 18 mars 2006 au Hanengretji au-dessus de Davos (Suisse). D'après P. Weilenmann, 18.03.2006

- Q1. En notant α l'angle de la piste, exprimer la norme de la force de frottement exercée sur la plaque de neige en fonction de sa masse m , de g , de f et de l'angle α .
- Q2. Établir l'expression de la composante du vecteur accélération dans la direction de la pente.
- Q3. À quelle condition sur α et f la plaque accélère-t-elle ? ralentit-elle ?
- Q4. À partir des pentes mesurées sur le cliché, donner un encadrement de la valeur du coefficient de frottement f .
- Q5. Sachant qu'en bas de la pente la plaque est immobile, en déduire la valeur de f .

Exercice n°7 Phénomène du stick-slip

Dans le référentiel \mathcal{R} lié au support, on considère un système masse-ressort représenté sur la figure suivante. Une masse m est accrochée à un ressort de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 dont l'extrémité I animée d'un mouvement rectiligne et uniforme à la vitesse $\vec{V}_I = V_0 \vec{u}_x$.

L'action du support sur la masse est modélisée par une force de frottement solide de coefficient f .

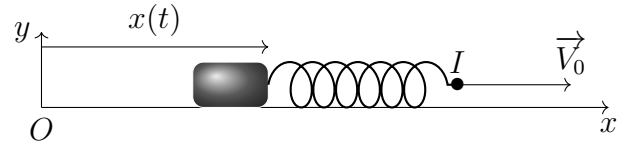


FIGURE 4 – Modélisation d'un système « stick-slip ».

- Q1. Le référentiel $\mathcal{R}(Ixyz)$ lié au point I peut-il être considéré comme galiléen ?
- Q2. À l'instant $t = 0$, on a $x(0) = 0$ et $\ell(0) = \ell_0$. Exprimer la longueur $\ell(t)$ du ressort pour $t > 0$, en fonction de ℓ_0 , V_0 , $x(t)$ et t .
- Q3. On suppose de plus que $\dot{x}_L(0) = 0$. Montrer que l'évolution du système pour $t > 0$ commence nécessairement par une phase de non-glissement. Déterminer à quel instant t_0 se termine cette phase.
- Q4. Établir l'équation du mouvement de la masse m lors de la phase de glissement. Identifier la pulsation propre ω_0 du système.
- Q5. La solution de l'équation précédente s'écrit sous la forme :

$$x(t') = C_1 \cos(\omega_0 t') + C_2 \sin(\omega_0 t') + V_0 t' \quad \text{avec} \quad t' = t - t_0$$

Déterminer les expressions des constantes C_1 et C_2 correspondant à cette phase du mouvement.

Une simulation numérique permet de représenter l'évolution de la solution mathématique $x(t')$.

Les paramètres choisis pour réaliser cette simulation sont $\omega_0 = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $V_0 = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\ell_0 = 1 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $f = 0,5$.

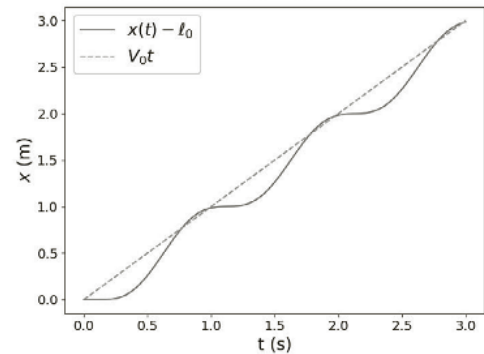


FIGURE 5 – Simulation de $x(t)$

- Q6. Faire apparaître, le point représentatif de l'instant $t' = 0$.
- Q7. En justifiant votre raisonnement par des considérations graphiques précises, indiquer si la phase de glissement perdure indéfiniment.

III Résolution de problèmes

Exercice n°8 Bobby et sa fronde

Bobby s'est fabriqué une fronde en accrochant un caillou au bout d'une ficelle. Le bras tendu au dessus de sa tête, il fait tourner la fronde (dans un plan horizontal) à la vitesse angulaire $\omega = 120$ tours/minute) puis la lâche. À quelle distance de Bobby le caillou va-t-il atterrir ?

Exercice n°9 Tennis

Les grands joueurs de tennis peuvent frapper la balle en coup droit à plus de $240 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. On considère que la balle est frappée à cette vitesse depuis le fond de cours à une hauteur de $h = 1,0 \text{ m}$. À quelle condition la balle touche l'autre extrémité du terrain sans toucher le filet de hauteur H .

Données :

- longueur du terrain : $L = 24 \text{ m}$
- hauteur du filet : $H = 1,1 \text{ m}$.
- $\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$

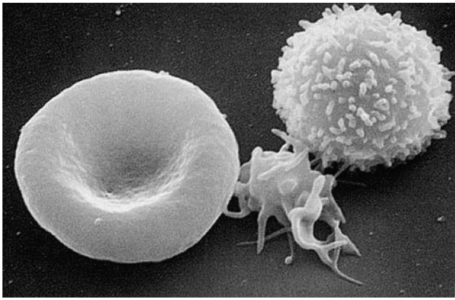
Exercice n°10 Vitesse de sédimentation du plasma sanguin

La Vitesse de Sédimentation fait partie des examens de routine effectués au cours d'un bilan sanguin permettant de détecter des phénomènes inflammatoires ou infectieux.

La Vitesse de Sédimentation à la première heure correspond à la **hauteur** (exprimée en millimètres) de globules rouges ayant sédimenté en une heure au fond d'un tube à essai, le sang ayant été rendu incoagulable.

Déterminer la fourchette dans laquelle doit se trouver la vitesse de sédimentation à la première heure d'un sang sain.

Doc. 1 Aspect, en microscopie électronique à balayage, des cellules du sang : de gauche à droite, érythrocyte, plaquette et leucocyte (source Wikipedia)



Doc 2. Caractéristique des cellules du sang

Cellules	Dimension	Numération ($10^3 / \text{mm}^3$)
Erythrocytes (globules rouges)	De $6,8 \mu\text{m}$ à $7,3 \mu\text{m}$	De 4500 à 6000
Thrombocytes (plaquettes)	De $2 \mu\text{m}$ à $4 \mu\text{m}$	De 150 à 450
Leucocytes (globules blancs)	De $4 \mu\text{m}$ à $12 \mu\text{m}$	De 4 à 10

Les globules rouges peuvent être considérés cylindriques de hauteur égale à $1/5^{\text{ème}}$ de son diamètre.

Doc 3. Forces de frottement

Un objet sphérique en mouvement à vitesse de norme v dans un fluide subit une force de frottement fluide. On propose deux modèles de frottement fluide :

- le modèle de Stokes, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$
- le modèle quadratique, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\vec{f} = -\frac{1}{2}\rho\pi R^2 C_x v \vec{v}$

Dans ces expressions, R est le rayon de l'objet, ρ la masse volumique du fluide dans lequel se déplace l'objet, η la viscosité du fluide dans lequel se déplace l'objet, C_x le coefficient de traînée, de valeur $C_x = 0,5$ pour une sphère.

Doc 4. Nombre de Reynolds R_e

L'adéquation à l'une ou l'autre des deux forces de frottement proposées dans le **doc.3** peut être testée en considérant le nombre de Reynolds, grandeur adimensionnée d'expression : $R_e = \frac{\rho L v}{\eta}$, avec L est une grandeur caractéristique des dimensions de l'objet, ρ la masse volumique du fluide, η la viscosité du fluide, v la norme de la vitesse de l'objet.

On admettra que le modèle de Stokes reste acceptable si le nombre de Reynolds R_e est au maximum de l'ordre de quelques dizaines, et que le modèle quadratique est acceptable pour un nombre de Reynolds supérieur à 1000.

Doc 5. Valeurs numériques

- Hauteur d'un tube à essais 70 mm
- Diamètre d'un tube à essais 12 mm
- Accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse volumique du plasma $\rho_p = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique des globules rouges $\rho_g = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Viscosité dynamique du plasma $\eta = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ uSI}$

IV Extrait du cahier d'entraînement de physique-chimie

Pour commencer

Entraînement 11.1 — Une relation algébrique. ●●●●

La vitesse v (en régime permanent) d'un mobile vérifie l'équation

$$m_1(v - v_1) + m_2(v - v_2) = p.$$

Donner l'expression de v (en fonction de m_1, m_2, v_1, v_2 et p)

Entraînement 11.2 — Un système de deux équations. ●●●●

Un problème de mécanique fait intervenir une force d'intensité F et un angle $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. En projetant la seconde loi de Newton sur deux axes, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} T + F \sin \alpha = mR\omega^2 \\ F \cos \alpha = mg. \end{cases}$$

a) Déterminer F en fonction des données T, m, R, ω et g

b) Déterminer α en fonction des données T, m, R, ω et g

Entraînement 11.3 — Quelques équations différentielles. ●●●●

Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que $v = 0$ à $t = t_0$, et que les paramètres a_0 et k sont des constantes.

a) $\frac{dv}{dt} = a_0$

b) $\frac{dv}{dt} = -kv$

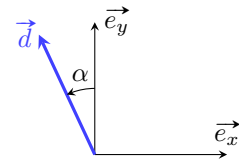
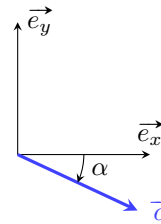
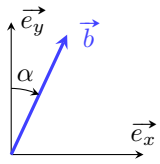
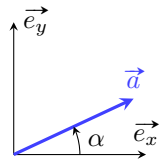
c) $\frac{dv}{dt} = -kv + a_0$

Décomposition de vecteurs

Entraînement 11.4 — Des projections.



On considère les vecteurs suivants :



Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) les vecteurs :

a) \vec{a}

c) \vec{c}

b) \vec{b}

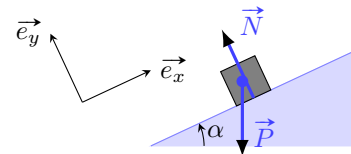
d) \vec{d}

Entraînement 11.5 — Sur un plan incliné.



On considère la situation représentée ci-contre.

Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) les vecteurs suivants.



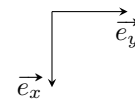
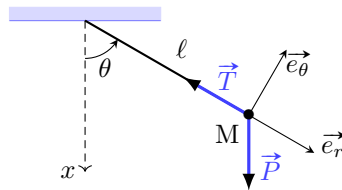
a) \vec{P}

b) \vec{N}

Entraînement 11.6 — Avec un pendule simple.



On considère la situation



Décomposer dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ les vecteurs suivants :

a) \vec{P}

c) $\vec{P} + \vec{T}$

b) \vec{T}

Entraînement 11.7 — Avec un pendule simple (suite).



On se place dans la même situation que ci-dessus. Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) :

a) \vec{P}

c) $\vec{P} + \vec{T}$

b) \vec{T}

Étude de systèmes en équilibre

Entraînement 11.13 — Tension d'un fil.

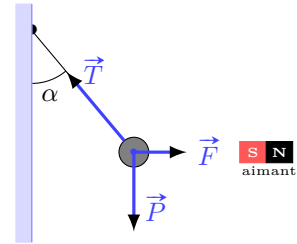


Une bille d'acier de poids $P = 2,0\text{ N}$, fixée à l'extrémité d'un fil de longueur $\ell = 50\text{ cm}$ est attirée par un aimant exerçant une force $F = 1,0\text{ N}$. À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle α et l'on a

$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0},$$

où \vec{T} est la tension exercée par le fil.

Calculer les valeurs numériques de :



- a) la tension T du fil
- b) l'angle α (en radian)

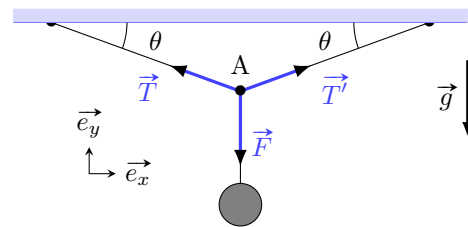
Entraînement 11.14 — Masse suspendue.



Un objet qui pèse 800 N est suspendu en équilibre à l'aide de deux cordes symétriques qui font un angle $\theta = 20^\circ$ avec la direction horizontale.

Le point A est soumis à trois forces :

$$\vec{T}, \vec{T}' \text{ et } \vec{F}.$$



On note \vec{R} la résultante des forces.

- a) Exprimer la composante horizontale R_x en fonction de T , T' et θ
- b) Exprimer la composante verticale R_y en fonction de T , T' , F et θ
- c) Déterminer la tension T en résolvant l'équation $\vec{R} = \vec{0}$

Mouvements rectilignes

Entraînement 11.15 — Chute avec frottement.



Un corps de masse $m = 2\text{ kg}$ tombe verticalement avec une accélération de $a = 9\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Lors de sa chute il subit la force de pesanteur ainsi qu'une force de frottement due à l'air.

On prendra $g = 9,8\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de la force de frottement?

Entraînement 11.16 — Contact dans un ascenseur.



Un homme de masse $m = 80 \text{ kg}$ est dans un ascenseur qui monte avec une accélération $a = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. On note \vec{F} la force exercée par l'homme sur le plancher de l'ascenseur.

On prendra $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de \vec{F} ?

Entraînement 11.17 — Calcul d'une action de contact.

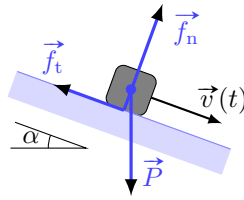


Un bloc de masse m , de poids \vec{P} glisse à une vitesse $v(t)$, variable au cours du temps, sur un support plan qui exerce une action de contact.

Celle-ci se décompose en deux actions :

- une action normale à la surface \vec{f}_n ;
- une action de frottement \vec{f}_t opposée à la vitesse de glissement.

Le plan est incliné d'un angle α , comme figuré ci-dessous.



Déterminer (en fonction d'au moins une des données P , $v(t)$, m et α) :

a) l'intensité de l'action normale f_n

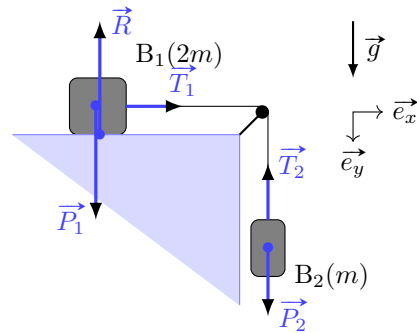
b) l'intensité du frottement f_t

Entraînement 11.18 — Calcul d'une accélération.



Deux blocs B_1 et B_2 de masse respective $2m$ et m sont reliés par un fil. On passe le fil dans la gorge d'une poulie, puis on maintient le bloc B_1 sur la table alors que l'autre est suspendu dans l'air. On libère le bloc B_1 qui glisse alors sur la table. On note T_1 et T_2 les tensions exercées par le fil sur les blocs, a_1 et a_2 les accélérations respectives des blocs B_1 et B_2 , et g le champ de pesanteur.

Les frottements sont négligeables.



a) Exprimer a_1 en fonction de m et T_1

b) Exprimer l'accélération a_2 de B_2 en fonction de m , g et T_2

Le fil étant inextensible et sans masse on a $a_1 = a_2$ et $T_1 = T_2$.

c) En déduire l'accélération en fonction uniquement de g