Thème I. Ondes et signaux (Électricité)

TD n°9 Amplificateurs Linéaires Intégrés Filtres actifs — *Corrigé*

Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5
Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de fonctionnement en régime linéaire.	✎	✎	✎	✎	✎
Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur.			✎	✎	
Déterminer les impédances d'entrée de ces montages.				✎	
Mettre en œuvre un filtre actif.			✎	✎	✎
Tracer le diagramme de Bode (amplitude et phase) associé à une fonction de transfert d'ordre 1.				✎	
Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre en tant que moyenneur, intégrateur, ou dérivateur.			✎		
Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 (ou ses représentations graphiques) pour étudier la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique.				✎	

Parcours possibles

♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : exercices n°1, n°2, n°3 (sauf Q1) + cahier d'entraînement :

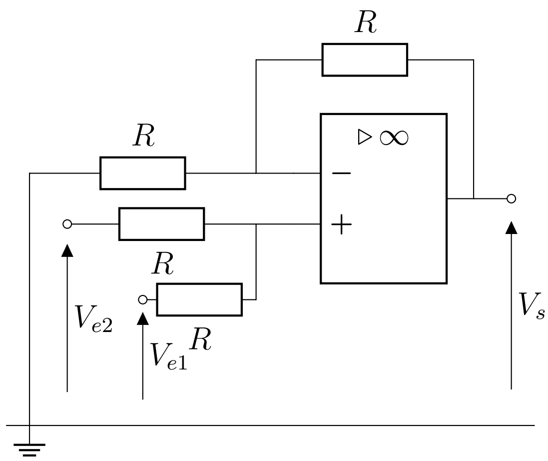
♪ ♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : exercices n°2, n°3, n°4.

♪ ♪ ♪ Si vous êtes à l'aise : exercices n°2, n°3, n°4, n°5.

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Sommateur *(Exercice résolu)*

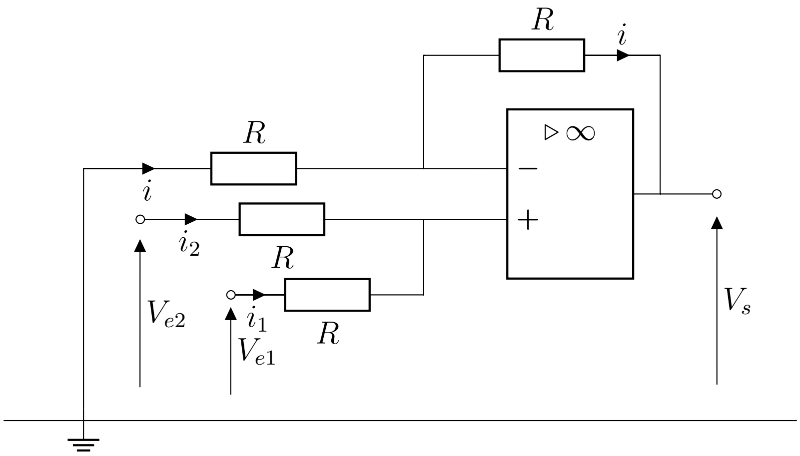
On étudie le montage ci-contre, où l'ALI est supposé idéal.



R1. Pourquoi le montage peut-il fonctionner en régime linéaire ?

> La présence de la rétroaction sur la borne inverseuse, sans rétroaction sur la borne non inverseuse, peut laisser supposer un fonctionnement en régime linéaire.

R2. Établir l'expression de V_s en fonction de V_{e1} et V_{e2}.



Au niveau de la borne inverseuse : $i = \dfrac{0 - V^-}{R} = \dfrac{V^- - V_s}{R}$, soit $V_s = 2V^-$

D'après la loi des nœuds en $\oplus$: $i_1 + i_2 = 0$

Or $i_1 = \dfrac{V_{e1} - V_+}{R}$ et $i_2 = \dfrac{V_{e2} - V_+}{R}$

Soit $\dfrac{V_{e1} - V_+}{R} + \dfrac{V_{e2} - V_+}{R} = 0$, soit $V_{e1} + V_{e2} = 2V_+$

Or $V^+ = V^-$, donc $\boxed{V_s = V_{e1} + V_{e2}}$

Questions d'analyse de solution –

(a) Quelles sont les hypothèses du modèle de l'ALI idéal ?

(b) Pourquoi les deux résistances R connectées à la borne inverseuse sont-elles parcourues par le même courant ?

(c) Que traduisent (d'où viennent-elles ?) les relations $\dfrac{0 - V^-}{R}$ et $\dfrac{V^- - V_s}{R}$? D'où vient le « 0 » dans $0 - V^-$?

(d) Pourquoi la loi des nœuds en $\oplus$ s'écrit $i_1 + i_2 = 0$ alors qu'il y a trois branches ?

(e) Pourquoi peut-on écrire $V^+ = V^-$?

(f) Pourquoi V^+ et V^- ne sont pas nuls ?

(g) Pourquoi n'a-t-on pas écrit de loi des nœuds au niveau de la sortie de l'ALI ?

R3. Justifier le nom donné au montage.

Solution: La sortie est la somme des deux tensions d'entrée, d'où le nom de montage sommateur.

R1. Pourquoi le montage peut-il fonctionner en régime linéaire ?

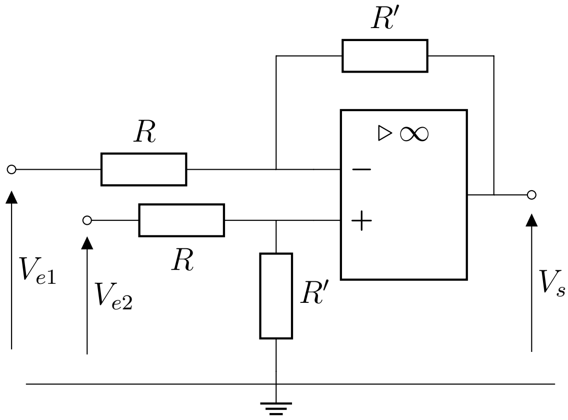
Solution: La présence de la rétroaction sur la borne inverseuse, sans rétroaction sur la borne non inverseuse, peut laisser supposer un fonctionnement en régime linéaire.

R2. Établir l'expression de V_s en fonction de V_{e1} et V_{e2}.

R3. Justifier le nom donné au montage.

Exercice n°2 Soustracteur ♪

On étudie le montage ci-contre, où l'ALI est supposé idéal.



R1. Pourquoi le montage peut-il fonctionner en régime linéaire ?

> **Solution:**

R2. Établir l'expression de V_s en fonction de V_{e1} et V_{e2}.

> **Solution:**

R3. Justifier le nom donné au montage.

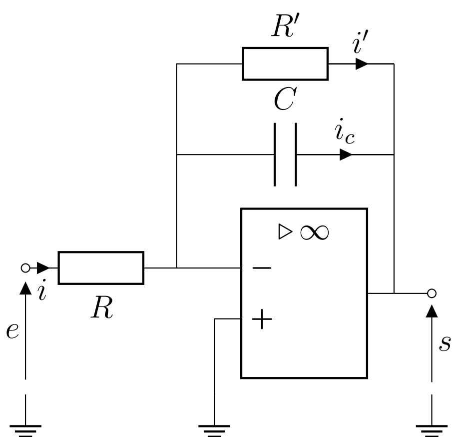
> **Solution:**

Exercice n°3 Montage pseudo-intégrateur ♪ ♪

R1. ♪ ♪ ♪ Pour le montage intégrateur du cours, nous avons établi que $s(t) - s(0) = -\dfrac{1}{RC}\displaystyle\int_0^t e(t')\mathrm{d}t'$
Exprimer le signal de sortie si le signal d'entrée est de la forme $e(t) = E_0 + E\cos(\omega t)$. Que va-t-il se passer ?

> **Solution:**
>
> $$\begin{aligned} s(t) &= s(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t e(t')\mathrm{d}t' \\ &= s(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t (E_0 + E\cos(\omega t')\mathrm{d}t' \\ &= s(0) - \frac{1}{RC}\left(E_0 t + \frac{E\sin(\omega t)}{\omega}\right) \\ &= s(0) - E_0\frac{t}{RC} - \frac{E}{\omega RC}\sin(\omega t) \end{aligned}$$
>
> Ce signal va décroître au cours du temps (à cause du $-t$), et va donc rapidement devenir inférieur à $-V_{\text{sat}}$, le montage va alors saturer et ne fonctionnera plus du tout en tant qu'intégrateur.

En pratique, le montage intégrateur du cours ne peut pas être utilisé comme intégrateur, qui va finir par saturer, à cause des courants de polarisation qui ne sont pas rigoureusement nuls, et de l'offset existant. On utilise le montage dit « pseudo-intégrateur » ci-contre.



R2. Pourquoi le montage peut-il fonctionner en régime linéaire ?

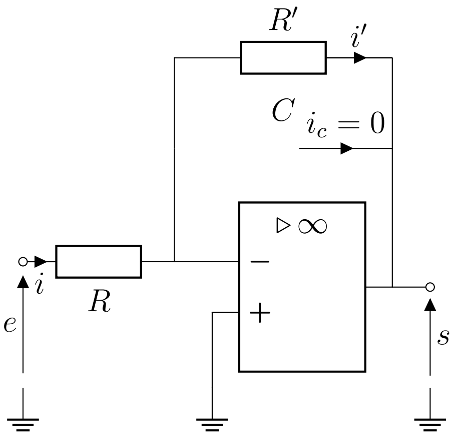
R3. Nature du filtre ?

(a) Reproduire l'équivalent du circuit à basse fréquence. Quel montage reconnaissez-vous ? **Établir** la relation entre s et e (et R et R') à basse fréquence.

(b) Reproduire l'équivalent du circuit à haute fréquence. Que peut-on dire de s par rapport à $v-$? Conclure sur la valeur de s.

(c) **Conclure** sur la nature du filtre.

Solution:
À basse fréquence :

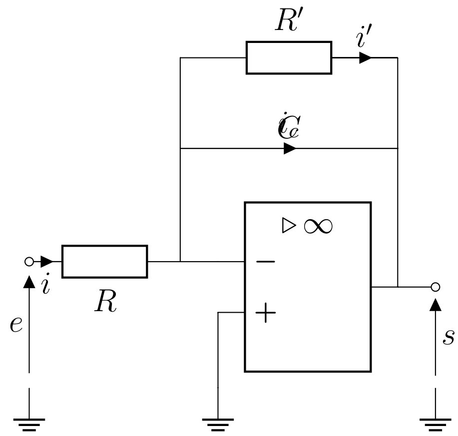


Les deux résistances sont en série :

$$\begin{aligned} i &= i' \\ \frac{e-0}{R} &= \frac{0-s}{R'} \\ s &= -\frac{R'}{R}e \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'un filtre passe-bas.

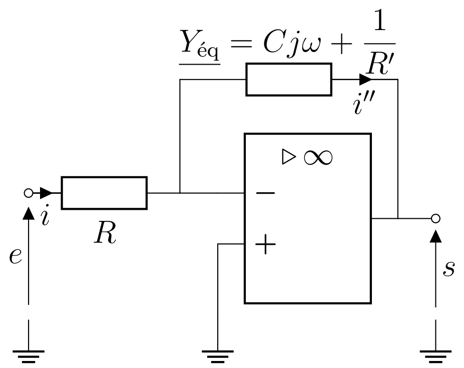
À haute fréquence :



La sortie est reliée à la borne inverseuse, qui a même potentiel que la borne non inverseuse qui est reliée à la masse, ainsi $\boxed{s = 0}$

R4. **Établir** la fonction de transfert de ce montage.

Solution:
On peut commencer par associer les deux dipôles en parallèle :



R et en série avec $\underline{Y_{éq}}$:

$$\begin{aligned}
\underline{i} &= \underline{i''}\\
\frac{\underline{e}-0}{R} &= \underline{Y_{éq}}(0-\underline{s})\\
\underline{s} &= -\frac{1}{R\underline{Y_{éq}}}\underline{e}\\
\underline{s} &= -\frac{1}{R\left(Cj\omega+\frac{1}{R'}\right)}\underline{e}\\
\underline{s} &= -\frac{1}{\frac{R}{R'}\left(R'Cj\omega+1\right)}\underline{e}\\
\frac{\underline{s}}{\underline{e}} &= -\frac{\frac{R'}{R}}{1+R'Cj\omega}
\end{aligned}$$

Soit $\boxed{\underline{H}=-\frac{\frac{R'}{R}}{1+R'Cj\omega}}$

On reconnaît la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre de pulsation de coupure $\omega_c=\dfrac{1}{R'C}$.

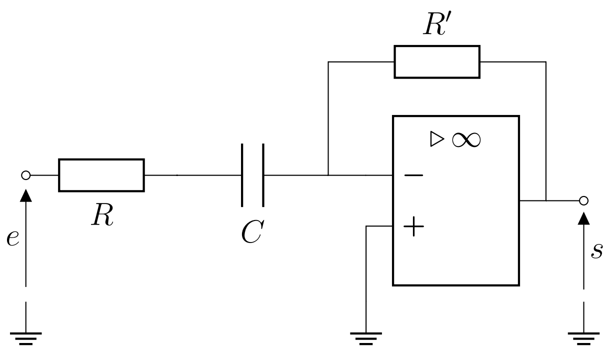
R5. À quelle condition sur la pulsation, ce montage réalise-t-il une intégration ?

Solution: Ce montage réalise une intégration à haute fréquence, pour $R'C\omega \gg 1$, soit $\boxed{\omega \gg \dfrac{1}{R'C}}$

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°4 Filtre actif amplificateur ♪ ♪ ♪

On étudie le montage ci-contre, où l'ALI est supposé idéal.



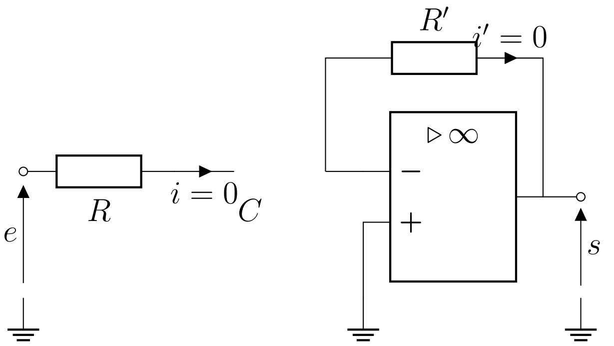
R1. Pourquoi le montage peut-il fonctionner en régime linéaire ?

Solution: L'ALI peut fonctionner en régime linéaire grâce à la rétroaction sur la borne inverseuse.

R2. Reproduire le circuit à basse et haute fréquence en utilisant les comportements asymptotiques du condensateur. En déduire l'expression de s en fonction de e, à basse et haute fréquence.
Quelle est la nature du filtre ?

Solution:

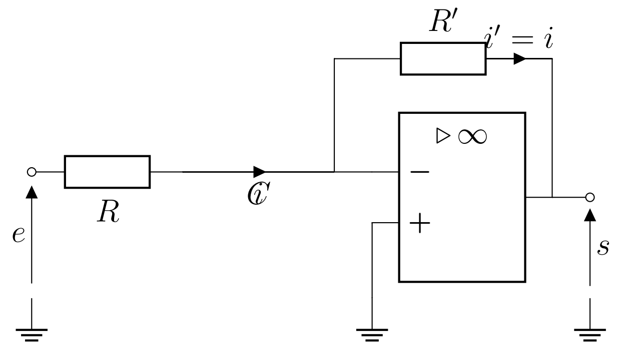
À basse fréquence :



La tension aux bornes de R' est donc nulle, comme le potentiel V^- est nul, alors $\boxed{s = 0}$

Il s'agit donc d'un filtre passe-haut.

À haute fréquence :



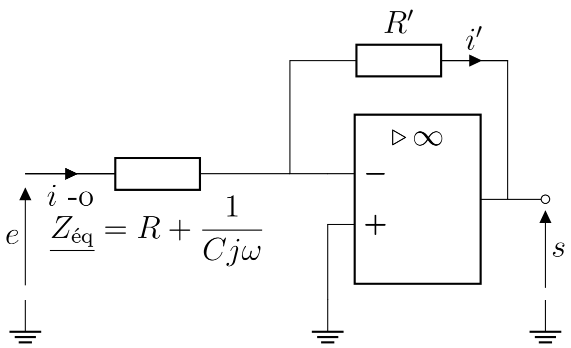
Les deux résistances sont en série :

$$\begin{aligned} i &= i' \\ \frac{e-0}{R} &= \frac{0-s}{R'} \\ s &= \frac{-R'}{R}e \end{aligned}$$

R3. Établir la fonction de transfert du montage et la mettre sous forme canonique : $\underline{H} = \dfrac{\underline{H_0}}{1 - j\dfrac{\omega_c}{\omega}}$

Identifier les expressions de ω_c et $\underline{H_0}$.

Solution:
On commence par associer R et C en série :



$$\begin{aligned} \underline{i} &= \underline{i'} \\ \frac{\underline{e}-0}{\underline{Z_{\text{éq}}}} &= \frac{0-\underline{s}}{R'} \\ \frac{\underline{s}}{\underline{e}} &= -\frac{R'}{\underline{Z_{\text{éq}}}} \\ \underline{H} &= -\frac{R'}{R + \dfrac{1}{Cj\omega}} \\ &= -\frac{\dfrac{R'}{R}}{1 - j\dfrac{1}{RC\omega}} \end{aligned}$$

Qui est bien de la forme demandée en identifiant $\boxed{\omega_c = \dfrac{1}{RC}}$

R4. On souhaite une pulsation de coupure $\omega_c = 1.10^4$ rad $\cdot$ s^{-1} et un gain de 20 dB en haute fréquence. Déterminer les valeurs à donner à R' et C pour $R = 1$ kΩ.

Solution: $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$, soit $\boxed{C = \dfrac{1}{R\omega_c} = 10^{-7}\text{ F}}$

à haute fréquence : $\underline{H} \approx -\dfrac{R'}{R}$

Le gain en dB vaut 20 dB, si le gain vaut 10, puisque $G_{\text{dB}} = 20\log(G)$.

On veut donc avoir $\dfrac{R'}{R} = 10$, soit $\boxed{R' = 10\text{ k}\Omega}$

R5. Tracer le diagramme de Bode du filtre.

Solution:

— À haute fréquence, le diagramme de Bode en gain présente une asymptote horizontale à 20 dB. $\phi = \pm\pi$

Or $\underline{H} = \dfrac{R'}{R\left(1+\dfrac{1}{(RC\omega)^2}\right)}\left(-1 - j\dfrac{1}{RC\omega}\right)$, donc $\phi \in [-\pi, -\pi/2]$ puisque la partie réelle et la partie imaginaire sont négatives (quart inférieur gauche du plan complexe).

donc, à haute fréquence : $\phi = -\pi$

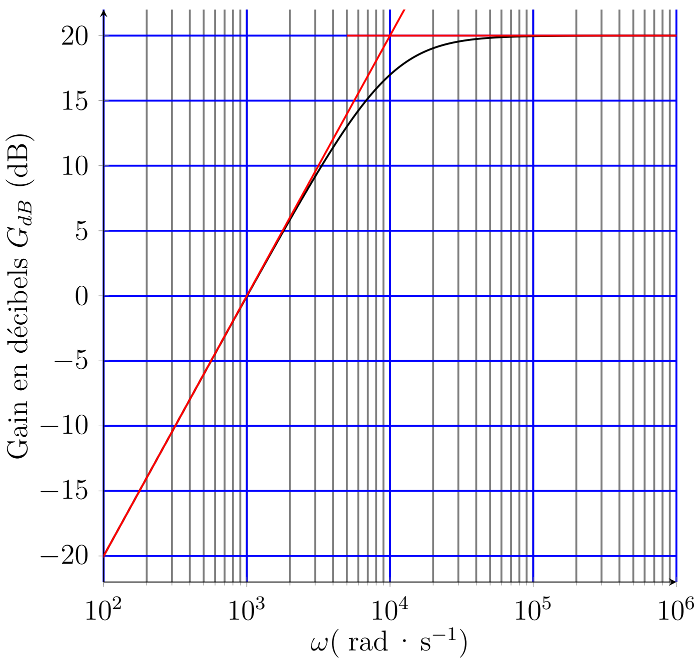
— À basse fréquence : $\underline{H} \approx \dfrac{-\dfrac{R'}{R}}{-j\dfrac{\omega_c}{\omega}}$

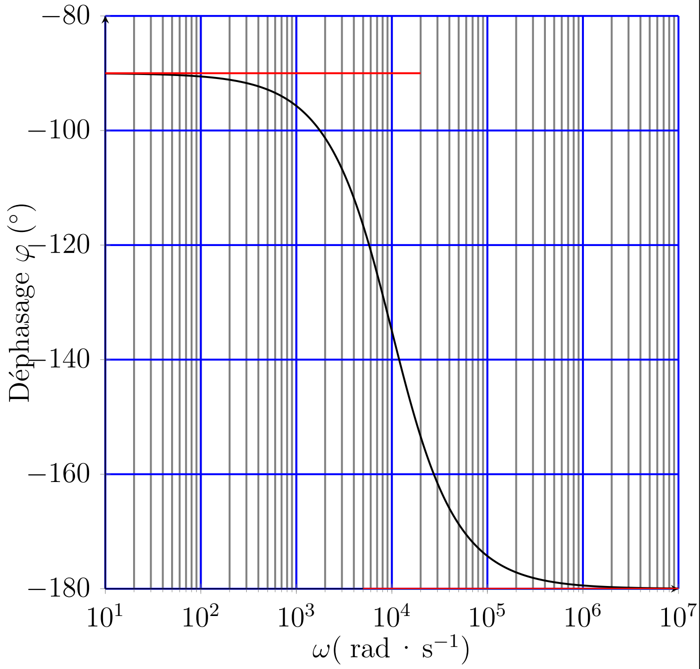
Soit $\underline{H} \approx \dfrac{R'}{R\omega_c}(-j\omega)$

Le gain en décibels s'écrit : $G_{\text{dB}} = 20\log\left(\dfrac{R'}{R}\right) + 20\log\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)$

Il s'agit de l'équation d'une asymptote oblique de pente +20 dB/dec.

La phase présente une asymptote horizontale à $-\dfrac{\pi}{2}$.



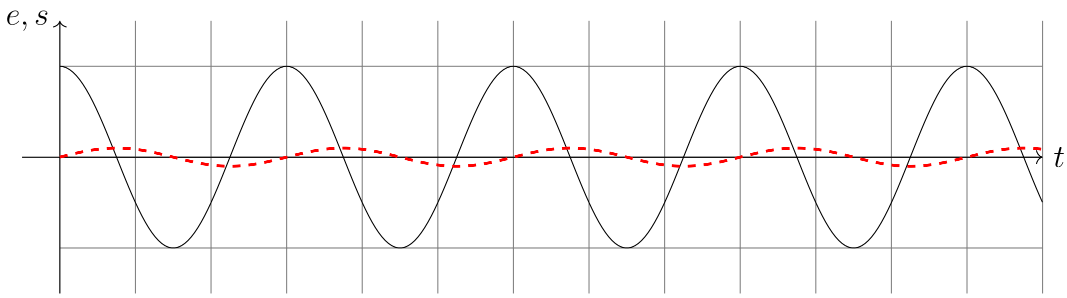


R6. On envoie en entrée du filtre une tension sinusoïdale $e(t) = E_0\cos(\omega t)$. Donner l'allure de la tension de sortie et de son spectre dans les quatre cas suivants :

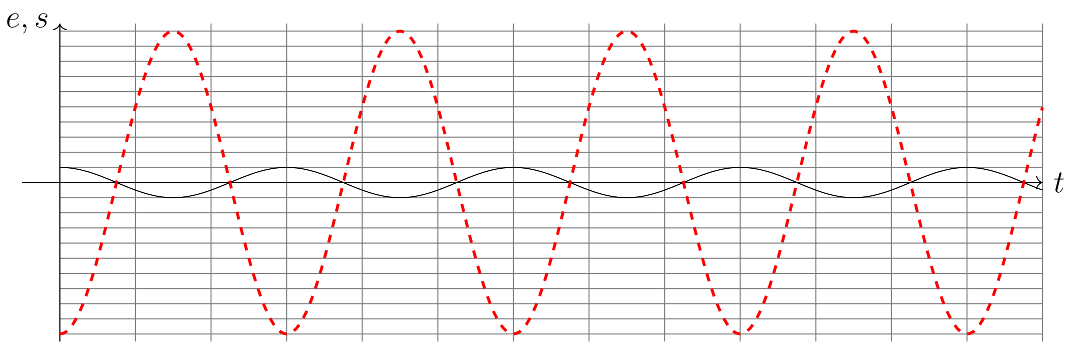
- $E_0 = 1$ V et $\omega = 1.10^2$ rad $\cdot$ s^{-1}
- $E_0 = 1$ V et $\omega = 1.10^5$ rad $\cdot$ s^{-1}
- $E_0 = 3$ V et $\omega = 1.10^2$ rad $\cdot$ s^{-1}
- $E_0 = 3$ V et $\omega = 1.10^5$ rad $\cdot$ s^{-1}

Solution:

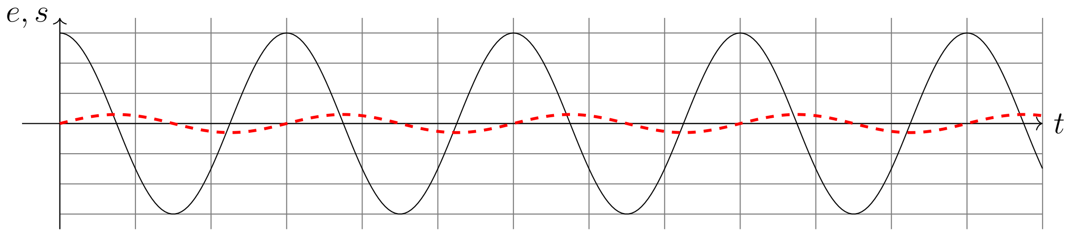
- $E_0 = 1$ V et $\omega = 1.10^2$ rad $\cdot$ s^{-1}
  La pulsation est 100 fois plus petite que la pulsation de coupure, deux décades avant la coupure, l'atténuation est de -40 dB par rapport aux signaux à haute fréquence, ce qui correspond ici à une atténuation de -20 dB, donc d'un facteur 10.
  Le déphasage, à basse fréquence vaut $-\dfrac{\pi}{2}$.
  Ainsi : $\boxed{s(t) = \dfrac{E_0}{10}\cos(\omega t - \pi/2) = \dfrac{E_0}{10}\sin(\omega t)}$



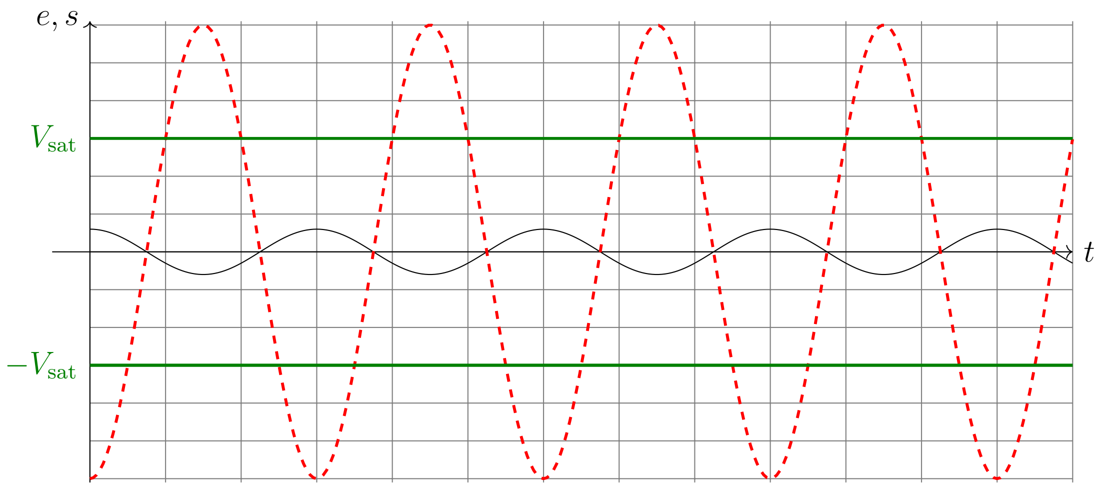
- $E_0 = 1$ V et $\omega = 1.10^5$ rad $\cdot$ s^{-1}
  La pulsation est 10 fois plus grande que la pulsation de coupure, on peut considérer que le gain en dB vaut +20 dB/dec, soit une amplification d'un facteur 10.
  Le déphasage, à haute fréquence vaut environ $-\pi$.
  Ainsi : $\boxed{s(t) = 10E_0\cos(\omega t - \pi) = -10E_0\cos(\omega t)}$
  L'amplitude du signal de sortie, $10E_0 = 10$ V, reste inférieur à $V_{sat} = 15$ V, donc il n'y a pas de saturation.



- $E_0 = 3$ V et $\omega = 1.10^2$ rad $\cdot$ s^{-1}
  Comme pour le premier cas, en modifiant seulement la valeur de l'amplitude.



- $E_0 = 3$ V et $\omega = 1.10^5$ rad $\cdot$ s^{-1}
  On pourrait penser obtenir comme le second cas, mais ici l'amplitude dépasse largement les 15 V, donc l'ALI va saturer en sortie.



R7. Établir l'impédance d'entrée du montage en fonction de R et C. Quel problème peut-il se poser ?

Exercice n°5 Résistance négative ♪ ♪ ♪

On étudie le montage ci-contre, où l'ALI est supposé idéal.