Thème I. Ondes et signaux (Électricité)

TD n°8 Filtrage linéaire — Filtres passifs — *Corrigé*

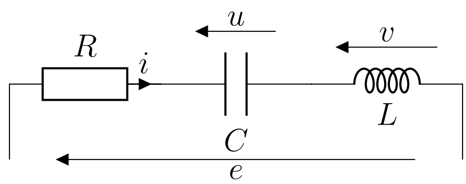
Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5	6	7
Tracer le diagramme de Bode (amplitude et phase) associé à une fonction de transfert d'ordre 1.				✎			
Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode en amplitude d'après l'expression de la fonction de transfert.		✎	✎	✎	✎		
Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 (ou ses représentations graphiques) pour étudier la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique.		✎	✎			✎	✎
Choisir un modèle de filtre en fonction d'un cahier des charges.				✎	✎	✎	✎
Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre en tant que moyenneur, intégrateur, ou dérivateur.		✎		✎	✎	✎	✎

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Comportements asymptotiques

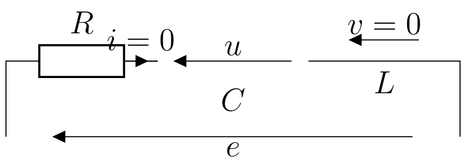
R1. À partir des comportements asymptotiques, assigner à chaque grandeur ci-dessous le type de filtre correspondant.

i •		• Passe-bas
u •		• Passe-bande
v •		• Passe-haut



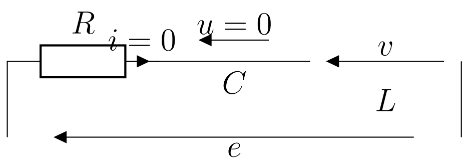
Solution:

À BF :



Loi des mailles : $u = e$

À HF :



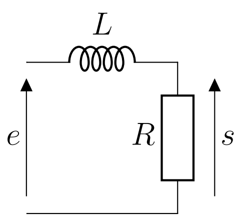
Loi des mailles : $v = e$

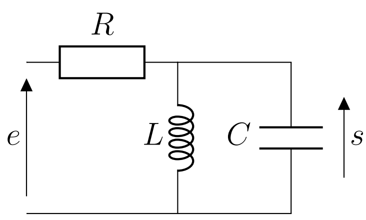
$u = e$ à BF et $u = 0$ à HF : c'est un passe-bas

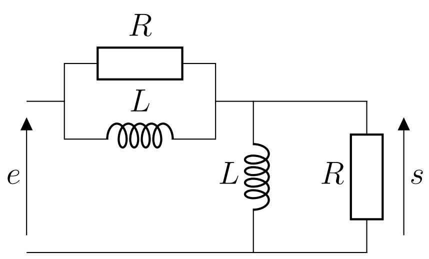
$v = 0$ à BF et $v = e$ à HF : c'est un passe-haut

$i = 0$ à BF et HF : c'est un passe-bande

R2. Pour chacun des circuits ci-dessous, déterminer la nature du filtre.



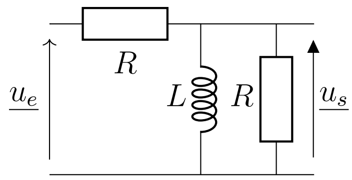




Solution: IL FAUT REPRÉSENTER LES CIRCUITS à BF et HF
Circuit de gauche : $s = e$ à BF ; $s = 0$ à HF : c'est un passe-bas
Circuit du milieu : $s = 0$ à BF et HF : c'est un passe-bande
Circuit à droite : $s = 0$ à BF ; (PDT) $s = \frac{e}{2}$ à HF : c'est un passe-haut.

Exercice n°2 Filtre RL

On étudie le filtre ci-contre constitué d'une résistance $R = 1,0$ kΩ et d'une bobine idéale d'inductance L.



R1. Déterminer la nature du filtre d'après le comportement asymptotique des dipôles.

Solution: À BF, la bobine est équivalente à un fil, donc u_s est la tension aux bornes d'un fil, donc $u_s = 0$: le circuit ne transmet pas les signaux basse fréquence.
À HF, la bobine est équivalente à un interrupteur ouvert, donc (pont diviseur de tension) $u_s = \frac{R}{R+R}u_e = \frac{u_e}{2}$
Ce circuit est donc un passe-haut.

R2. Établir sa fonction de transfert.

Solution:
Association parallèle à droite : $\underline{Y_{\text{éq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Lj\omega}$
Pont diviseur de tension :

$$\begin{aligned}\underline{u_s} &= \frac{\underline{Z_{\text{éq}}}}{R + \underline{Z_{\text{éq}}}}\underline{u_e}\\ \underline{H}(j\omega) &= \frac{1}{1 + R\times\underline{Y_{\text{éq}}}}\\ &= \frac{1}{1 + R\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{Lj\omega}\right)}\\ &= \frac{1}{2 + \frac{R}{Lj\omega}}\end{aligned}$$

R3. Identifier la ou les affirmations fausses concernant la pulsation de coupure d'un filtre :
- ○ c'est la pulsation de l'intersection des deux asymptotes du diagramme de Bode en gain ;
- √ **c'est la pulsation pour laquelle le gain en décibels vaut le gain en décibels maximal diminué de 3 décibels ;**
- ○ c'est la pulsation pour laquelle le gain vaut la moitié du gain maximal.

R4. Établir l'expression de la pulsation de coupure du filtre étudié.

Solution: Pulsation de coupure ω_c telle que $G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$, avec $G_{\max} = \lim_{\omega\to\infty} G = \frac{1}{2}$

Ainsi

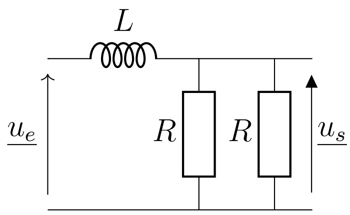
$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{4+\dfrac{R^2}{(L\omega_c)^2}}} &= \frac{1/2}{\sqrt{2}}\\
4+\frac{R^2}{(L\omega_c)^2} &= 8\\
\frac{R^2}{(L\omega_c)^2} &= 4\\
\omega_c^2 &= \frac{R^2}{4L^2}
\end{aligned}$$

Soit $\boxed{\omega_c = \dfrac{R}{2L}}$

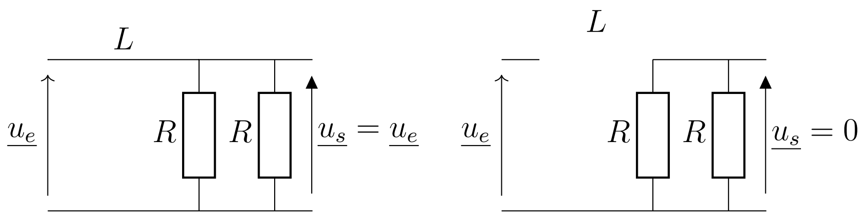
R5. Trois étudiants ont tracé le diagramme de Bode du circuit mais l'étudiant 1 a inversé la résistance et la bobine, l'étudiant 2 s'est trompé d'une décade en choisissant $R = 0,10\ \text{k}\Omega$, l'étudiant 3 a oublié la résistance en parallèle de la bobine. Seul l'étudiant 4 a fait les choses correctement. Associer à chaque courbe le numéro de l'étudiant. La réponse devra être proprement justifiée.

Solution:

— Étudiant 1 :



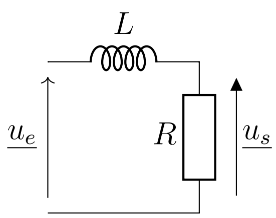
À basse fréquence, puis à haute fréquence :



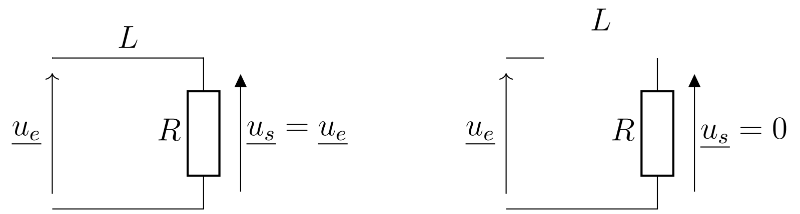
C'est un filtre passe-bas : courbe (c)

— Étudiant 2 :
La pulsation de coupure est proportionnelle à R, donc en divisant par 10 la résistance, la pulsation de coupure l'est également. Les courbes (b) et (d) sont de pulsation de coupure 10^3 rad · s^{-1}, alors que la courbe (a) est un filtre de pulsation de coupure 10^2 rad · s^{-1}. L'étudiant 2 a tracé la courbe (a).

— Étudiant 3 : L'oubli de la résistance R en parallèle de la bobine :



À basse fréquence, puis à haute fréquence :



L'asymptote horizontale à haute fréquence est donc à 0 dB, et non à $20\log(1/2) = -6$ dB.

R6. Déterminer la valeur de l'inductance de la bobine à l'aide du diagramme de Bode.

Solution: $\omega_c = 10^3$ rad · s^{-1}, donc $\boxed{L = \dfrac{R}{2\omega_c} = 0,5 \text{ H}}$

R7. On impose en entrée la tension $u_e(t) = E\cos\left(\omega_c t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.
Déterminer complètement la tension de sortie (amplitude et phase à l'origine des temps).

Solution: La tension en sortie s'écrit : $u_s(t) = S\cos(\omega_c t + \varphi_s)$

On a établi précédemment que $\omega_c = \dfrac{R}{2L}$, ainsi la fonction de transfert s'écrit $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{1/2j\dfrac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$

Pour $\omega = \omega_c$: $\underline{H}(j\omega_0) = \dfrac{1/2j}{1+j}$,

donc $G(\omega_c) = \dfrac{S}{E} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

et $\varphi(\omega_c) = \varphi_s - \varphi_e = \dfrac{\pi}{2} - \arg(1+j) = \dfrac{\pi}{2} - \arctan(1) = \dfrac{\pi}{4}$, donc $\varphi_s = \dfrac{\pi}{2}$

Ainsi $\boxed{u_s = \dfrac{E}{2\sqrt{2}}\cos\left(\omega_c t + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{E}{\sqrt{2}}\sin(\omega_c t)}$

R8. On impose en entrée la tension $u_e(t) = E_1\cos\left(\omega_1 t + \dfrac{\pi}{4}\right) + E_2\cos\left(\omega_2 t + \dfrac{\pi}{4}\right)$, avec $\omega_1 = \dfrac{\omega_c}{10}$ et $\omega_2 = 10\omega_c$.
Déterminer complètement la tension de sortie. *On pourra se permettre certaines approximations.*

Solution: Signal de sortie : $u_s(t) = S_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + S_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$

Pour $\omega_1 = \dfrac{\omega_c}{10}$: $\underline{H_1} = \dfrac{1/2j/10}{1+j/10}$,

donc $S_1 = \dfrac{1/20}{\sqrt{1+(1/10)^2}}E_1 = \dfrac{E_1/2}{\sqrt{101}} \approx \dfrac{E_1}{20}$

et $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{2} - \arg(1+j/10) = \dfrac{3\pi}{4} - \arctan\left(\dfrac{1}{10}\right) \approx \dfrac{3\pi}{4}$

Pour $\omega_2 = 10\omega_c$: $\underline{H_2} = \dfrac{10j/2}{1+10j}$

donc $S_2 = \dfrac{10/2}{\sqrt{101}}E_2 \approx \dfrac{E_2}{2}$

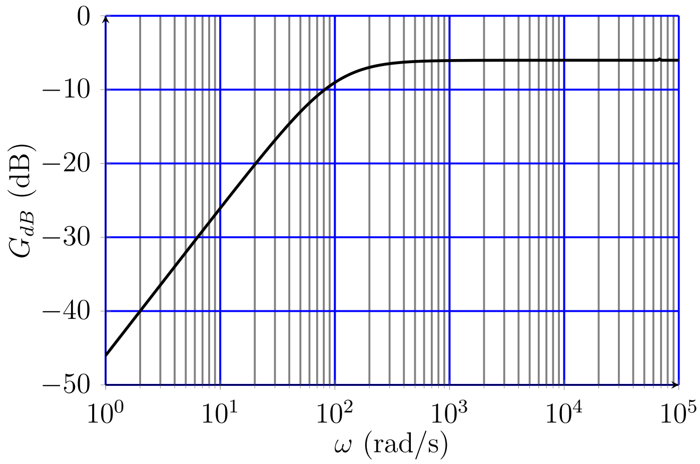
et $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{2} - \arg(1+10j) = \dfrac{3\pi}{4} - \arctan(10) \approx \dfrac{\pi}{4}$

Ainsi $\boxed{u_s(t) \approx -\dfrac{E_1}{20}\sin\left(\omega_1 t + \dfrac{\pi}{4}\right) + \dfrac{E_2}{2}\cos\left(\omega_2 t + \dfrac{\pi}{4}\right)}$

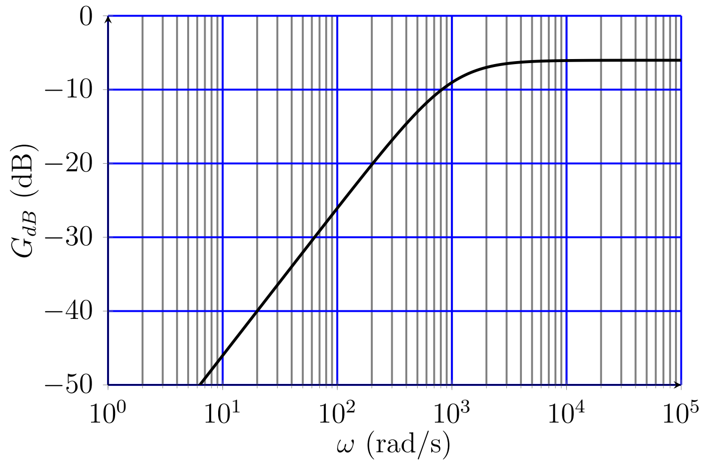
R9. On note $\omega_c = 1.10^3$ rad $\cdot$ s^{-1}. On impose en entrée une tension triangulaire de pulsation $\omega \ll \omega_c$? Quelle opération réalise le filtre à cette pulsation ? Quelle sera alors l'allure du signal de sortie ?

Solution: À basse fréquence : $\underline{H} \approx \dfrac{Lj\omega}{R}$, donc $\underline{u_s} = \dfrac{L}{R}(j\omega)\underline{u_e} = \dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}t}$
Un filtre passe-haut du 1er ordre à basse fréquence réalise une dérivation. Le signal de sortie sera donc un créneau.

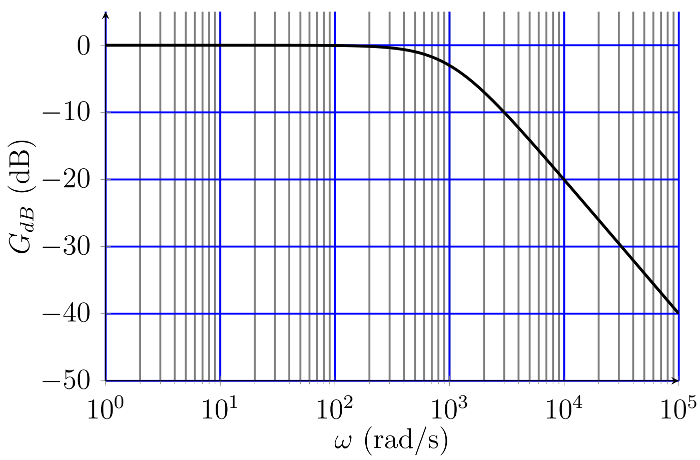
Courbe **(a)**



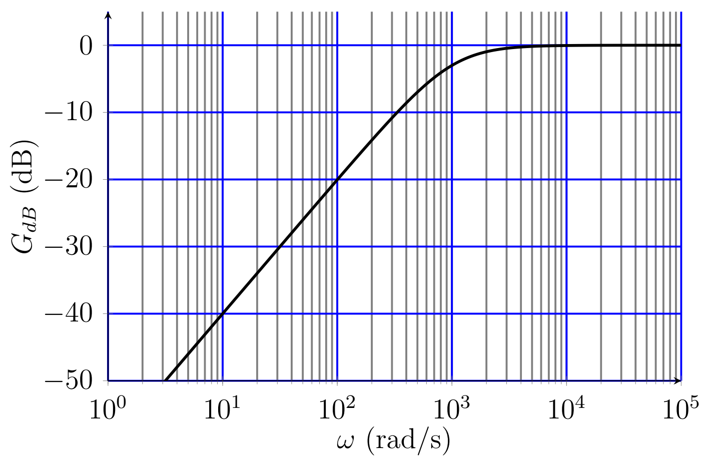
Courbe **(b)**



Courbe **(c)**



Courbe **(d)**



II Exercices d'approfondissement

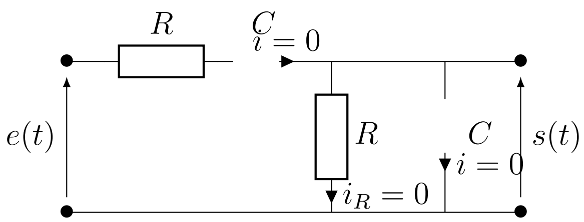
Exercice n°3 Filtre de Wien *(D'après oraux CCINP)*

On s'intéresse au filtre de Wien représenté ci-dessous.

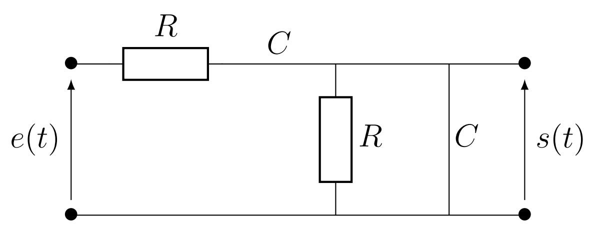
R1. Par analyse des comportements asymptotiques des dipôles, déterminer le type de filtre dont il s'agit.

Solution:

À BF : $s = Ri_R = 0$



À HF, s est la tension aux bornes d'un fil, donc $s = 0$



Le filtre ne transmet ni les basses fréquences ni les hautes fréquences, c'est un $\boxed{\text{filtre passe-bande}}$

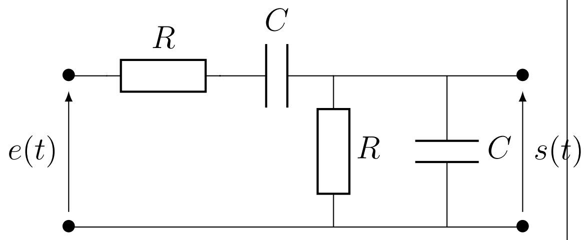
R2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre et l'écrire sous la forme $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$ où $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

Identifier les expressions de ω_0, Q et H_0.

Solution:

L'association série est équivalente à une impédance $\underline{Z_{\text{éq},1}} = R + \dfrac{1}{Cj\omega}$

L'association parallèle est équivalente à une admittance $\underline{Y_{\text{éq},2}} = \dfrac{1}{R} + Cj\omega$



Pont diviseur de tension : $\underline{s} = \dfrac{1/\underline{Y_{\text{éq},2}}}{\underline{Z_{\text{éq},1}} + 1/\underline{Y_{\text{éq},2}}}\underline{e}$

Soit $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{1}{1 + \underline{Z_{\text{éq},1}} \times \underline{Y_{\text{éq},2}}}$

Ainsi $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + \left(R + \dfrac{1}{Cj\omega}\right) \times \left(\dfrac{1}{R} + Cj\omega\right)} = \dfrac{1}{1 + 1 + RCj\omega + \dfrac{1}{RCj\omega} + 1} = \dfrac{1}{3 + j\left(RCj\omega - \dfrac{1}{RCj\omega}\right)}$

Soit $\underline{H} = \dfrac{1/3}{1 + \dfrac{j}{3}\left(RCj\omega - \dfrac{1}{RCj\omega}\right)} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$, en identifiant $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{RC}}$; $\boxed{Q = \dfrac{1}{3}}$ et $\boxed{H_0 = \dfrac{1}{3}}$

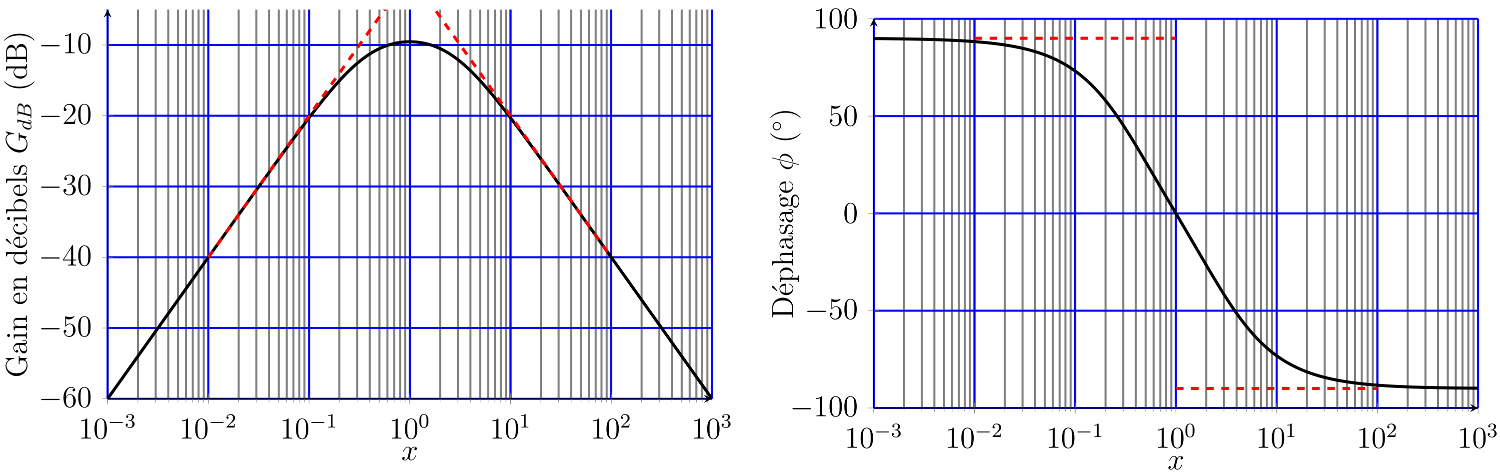
R3. Calculer simplement le gain maximal du filtre, exprimer sa valeur de dB, et calculer le déphasage correspondant.

Solution:

Le gain s'écrit $G = |\underline{H}| = \dfrac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$ est maximal en $\omega = \omega_0$

Alors $\boxed{G_{dB,\max} = G_{dB}(\omega_0) = 20\log(H_0) = -9,5 \text{ dB}}$ et $\boxed{\phi(\omega_0) = \arg(\underline{H}) = 0}$, car $\underline{H} \in \mathbb{R}^+$.

R4. On donne le diagramme de Bode du filtre de Wien ci-dessous.
Interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode.



Solution:

— À BF : $\underline{H} \approx \dfrac{H_0}{1 - jQ\dfrac{\omega_0}{\omega}} = \dfrac{H_0\omega}{-jQ\omega_0}$ (avec $H_0 = Q = 1/3$)

$G_{dB,BF} = 20\log(\omega/\omega_0)$: c'est une asymptote de pente +20dB/dec et $\phi_{BF} = +\dfrac{\pi}{2}$

— À HF : $\underline{H} \approx \dfrac{H_0}{1 - jQ\dfrac{\omega_0}{\omega}} = \dfrac{H_0\omega_0}{jQ\omega}$ (avec $H_0 = Q = 1/3$)

$$G_{dB,HF} = -20\log(\omega/\omega_0) \text{ : c'est une asymptote de pente } -20\text{dB/dec et } \phi_{HF} = -\frac{\pi}{2}$$

R5. Déterminer la largeur en fréquence de la bande passante. Retrouver la valeur du facteur de qualité.

R6. Exprimer le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est
$e(t) = E_0 + E_0\cos(\omega t) + E_0\cos(10\omega t) + E_0\cos(100\omega t)$ avec $E_0 = 10$ V et $\omega = \dfrac{\omega_0}{10}$.

Solution:
Le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est $e(t) = E_0 + E_0\cos(\omega t) + E_0\cos(10\omega t) + E_0\cos(100\omega t)$ s'écrit $s(t) = S_0 + S_1\cos(\omega t + \varphi_1) + S_2\cos(10\omega t + \varphi_2) + S_3\cos(100\omega t + \varphi_3)$, avec $\omega = \dfrac{\omega_0}{10}$.

— La composante continue n'est pas transmise par le filtre passe-bande.

— Pour le signal de pulsation $\omega_1 = \omega = \dfrac{\omega_0}{10}$:

  — Amplitude : $S_1 = E_0 \times |\underline{H}(\omega_0/10)| = E_0 \times \dfrac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{1}{10} - 10\right)}} \approx E_0\dfrac{1/3}{\sqrt{100/9}} \approx \dfrac{E_0}{10}$

  — Phase : $\varphi_1 = \arg(\underline{H}(\omega_0/10)) = -\arctan\left(\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{10} - 10\right)\right) = 73°$

— Pour le signal de pulsation $\omega_2 = 10\omega = \omega_0$: $\underline{H}(\omega_0) = \dfrac{1}{3}$

  — Amplitude : $S_2 = E_0 \times |\underline{H}(\omega_0)| = \dfrac{E_0}{3}$

  — Phase : $\varphi_2 = \arg(\underline{H}(\omega_0)) = 0$

— Pour le signal de pulsation $\omega_3 = 100\omega = 10\omega_0$:

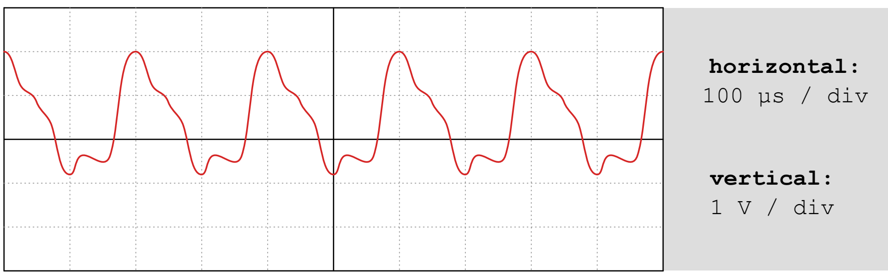
  — Amplitude : $S_3 = E_0 \times |\underline{H}(10\omega_0)| = E_0 \times \dfrac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(10 - \frac{1}{10}\right)}} \approx E_0\dfrac{1/3}{\sqrt{100/9}} \approx \dfrac{E_0}{10}$

  — Phase : $\varphi_3 = \arg(\underline{H}(10\omega_0)) = -\arctan\left(\dfrac{1}{3}\left(10 - \dfrac{1}{10}\right)\right) \approx -73°$

Ainsi $\boxed{s(t) = \dfrac{E_0}{10}\cos\left(\dfrac{\omega_0}{10}t + 73°\right) + \dfrac{E_0}{3}\cos(\omega_0 t) + \dfrac{E_0}{10}\cos(10\omega_0 t - 73°)}$

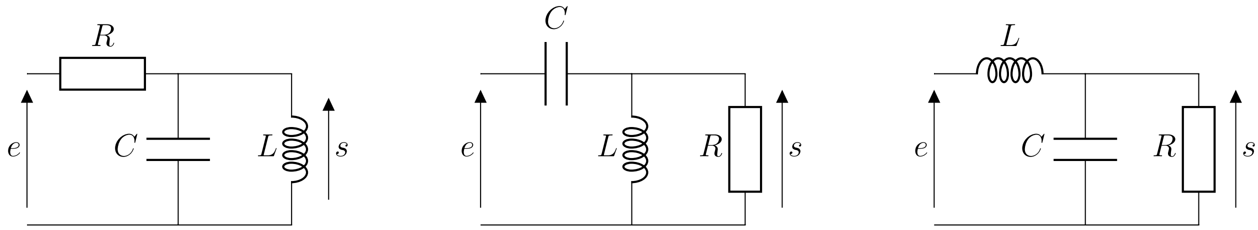
Exercice n°4 Dimensionnement d'un moyenneur

Le signal ci-dessous est délivré par un capteur. La grandeur que vous cherchez à mesurer est directement reliée à la valeur moyenne du signal.



R1. Où se trouve la valeur moyenne d'un signal dans son spectre ?

R2. En déduire duquel de ces filtres vous avez besoin.



R3. Exprimer la fonction de transfert et la mettre sous la forme

$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}} \qquad \text{avec} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Donner l'expression du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C.

R4. Tracer le diagramme asymptotique de Bode en amplitude et y faire explicitement apparaître ω_0. Quel rôle joue cette grandeur ?

R5. Cherchez-vous à produire un phénomène de résonance, ou bien à l'éviter ? En déduire parmi les jeux proposés ci-dessous le plus adapté pour moyenner le signal observé :

Composant	Jeu 1	Jeu 2	Jeu 3
R (Ω)	10	100	1
L (H)	1	10^{-2}	10^{-2}
C (F)	10^{-4}	10^{-2}	10^{-6}

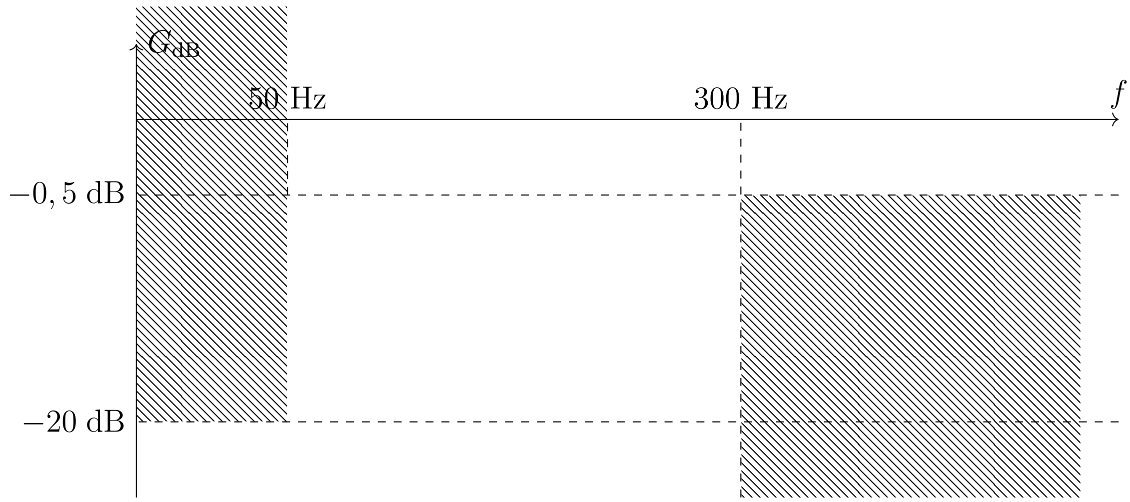
Exercice n°5 Filtre passe-haut *(D'après Oral Centrale-Supélec PSI)*

Les deux premières questions sont faciles, et tout le monde doit pouvoir les faire. Seule la dernière question est réellement délicate, et demande un peu d'idées.

On cherche à traiter un signal électrique proche de 300 Hz, comportant un bruit à 50 Hz que l'on veut filtrer. Plus précisément, on souhaite construire un filtre passe-haut présentant une atténuation importante à $f_1 = 50$ Hz ($G_{dB}(f_1) \leq -20$ dB), mais la plus faible possible à $f_2 = 300$ Hz ($G_{dB}(f_2) \geq -0,5$ dB).

R1. Un filtre passe haut du premier ordre peut-il convenir ? Justifier.

Solution:

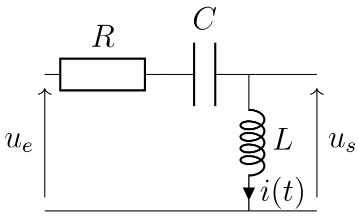


Déterminons la pente de l'asymptote nécessaire pour vérifier la contrainte $G_{\text{dB}}(f_1) \leq -20$ dB et $G_{\text{dB}}(f_2) > 0,5$ dB

$$\text{pente minimale} = \frac{-0,5 - (-20)}{\log(300) - \log(50)} = \frac{19,5}{\log(6)} = 25,1 \text{ dB/dec}$$

Ainsi la pente de l'asymptote doit être supérieure à 25, 1 dB, donc un filtre du premier ordre ne peut pas convenir, il faut un filtre d'ordre 2.

On considère maintenant un filtre passe haut RLC du second ordre, constitué d'une résistance R, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L.



Sa fonction de transfert est donnée par : $\underline{H}(jx) = \dfrac{-x^2}{1 - x^2 + j\dfrac{x}{Q}}$, avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

R2. Déterminer les expressions de ω_0 et Q en fonction de R, L et C.

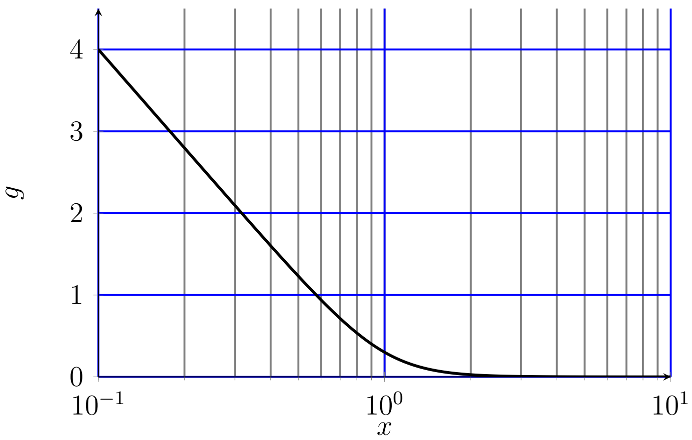
Solution: Pont diviseur de tension : $\underline{u_s} = \dfrac{Lj\omega}{Lj\omega + R + \dfrac{1}{Cj\omega}}\underline{u_e}$

Soit $\underline{H} = \dfrac{-LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + RCj\omega}$

Que l'on identifie avec la forme proposée avec : $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et Q tel que $RC = \dfrac{1}{\omega_0 Q}$, soit $\boxed{Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$

R3. Afin d'éviter les distorsions de signal, on souhaite avoir $Q = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.
Déterminer ω_0, puis la valeur minimale de L, sachant que $C \leq 10^{-6}$ F. Commenter le résultat obtenu.

On exploitera la courbe donnée ci-contre, représentant la fonction $g = \log\left(1 + \dfrac{1}{x^4}\right)$ en fonction de x.



Solution: Expression du gain (avec $Q = 1/\sqrt{2}$) : $G(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + 2x^2}} = \dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^4}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{1}{x^4}}}$

N'oublions pas les contraintes du gabarit, que doit respecter le filtre étudié ici : notamment pour $f_1 =$ 50 Hz, $G_{dB}(f_1) \leq G_{dB1} = -20$ dB

Gain en décibel : $G_{dB}(x) = 20\log(G) = -10\left(1 + \dfrac{1}{x^4}\right) = -10g(x)$

Ainsi $G_{dB}(x_1) \leq G_{dB1} \Leftrightarrow -10g(x_1) \leq G_{dB1} \Leftrightarrow g(x_1) \leq 2$

D'après la courbe représentative de g, $g(x_1) \leq 2 \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{f_1}{f_0} > 3.10^{-1}$

Soit $\boxed{f_0 < \dfrac{f_1}{0,3} \approx 150 \text{ Hz}}$

Or $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_0$

Ainsi $\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} < \dfrac{f_1}{0,3} \Leftrightarrow \boxed{L > \dfrac{1}{4\pi^2 C(f_1/0,3)^2}}$

La valeur minimale de L est obtenue quand C prend sa valeur maximale, ainsi que f_0 : soit pour $C = 10^{-6}$ F et $f_1 = 150$ Hz

Ainsi $\boxed{L = 0,91 \text{ H}}$

Remarque : le sujet de l'oral de centrale continue avec l'étude d'un filtre passe-haut actif.

Exercice n°6 Transformation d'un triangle

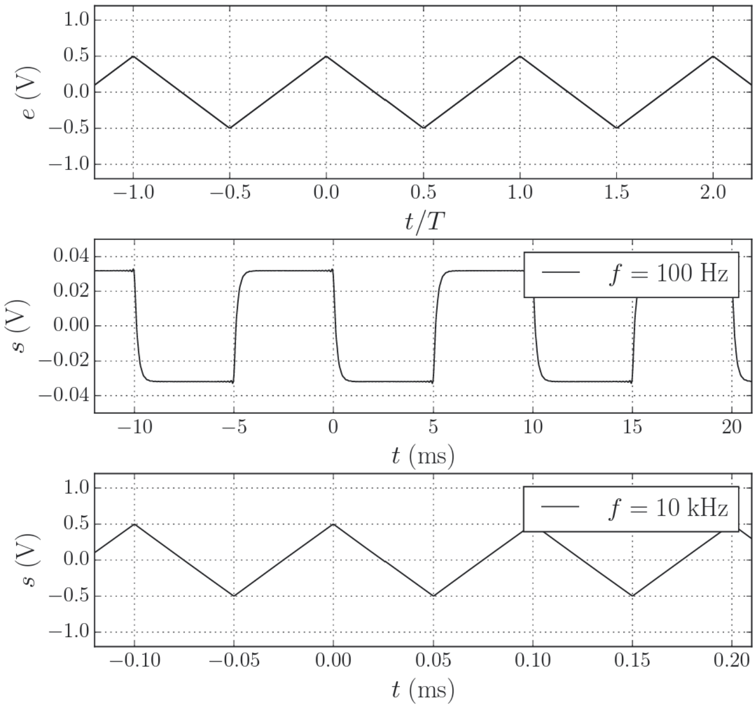
On considère un signal triangle, dont l'allure est représentée ci-après. T représente la période du signal, qu'on pourra faire varier, tout en maintenant l'amplitude constante.
On obtient pour les fréquences $f = 100$ Hz et $f = 10$ kHz les oscillogrammes suivants.

$$\underline{H_1} = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{f}{f_c}}$$

$$\underline{H_2} = \frac{H_0 j\dfrac{f}{f_c}}{1 + j\dfrac{f}{f_c}}$$

$$\underline{H_3} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{f}{f_c} - \dfrac{f_c}{f}\right)}$$

$$\underline{H_4} = \frac{H_0}{1 + \dfrac{j}{Q}\dfrac{f}{f_c} - \left(\dfrac{f}{f_c}\right)^2}$$



R1. Quelle opération réalise ce filtre pour $f = 100$ Hz ? et pour $f = 10$ kHz ? En déduire la nature du filtre.

Solution: Ce filtre réalise une dérivation pour $f = 100$ Hz. Pour $f = 10$ kHz, le filtre transmet fidèlement le signal, sans modification.
On peut en déduire que le filtre est un filtre passe-haut puisqu'il transmet fidèlement un signal triangle de fréquence $f = 10$ kHz qui contient un grand nombre d'harmoniques.
Le filtre est dérivateur à basse fréquence, donc il doit présenter une asymptote de pente +20 dB/dec , donc il s'agit d'un $\boxed{\text{filtre passe-haut du premier ordre.}}$

R2. Parmi les fonctions de transferts suivantes, laquelle choisiriez-vous pour décrire ce filtre ?

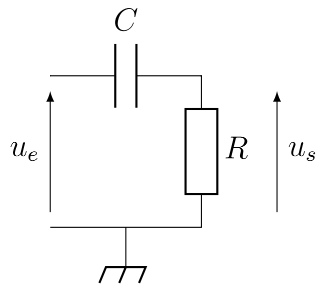
Solution: La fonction de transfert $\underline{H_2}$ est celle d'un filtre passe-haut du premier ordre. Elle est du premier ordre contrairement aux deux dernières.
Et à BF : $\underline{H_2} \simeq 0$ et à HF $\underline{H_2} \simeq H_0$: c'est bien un passe-haut.

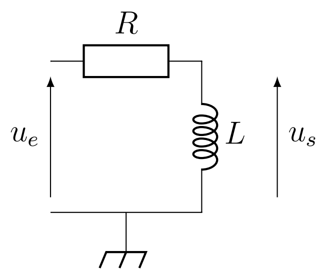
R3. En vous servant des oscillogrammes fournis, déterminer les paramètres inconnus intervenant dans cette fonction de transfert.

Solution: La fréquence de coupure f_c doit être très grande devant 100 Hz, car afin de dériver le signal d'entrée à 100 Hz, il est nécessaire que tous les harmoniques soient dans la zone « basse fréquence » du filtre. f_c doit de plus être inférieure à 10 kHz pour transmettre fidèlement le signal à 10 kHz. On peut proposer $f_c = 5$ kHz.
À haute fréquence, l'amplitude du signal n'est pas modifié, donc $\boxed{H_0 = 1}$

R4. Proposer un montage simple qui permettrait de réaliser ce filtre. On proposer des valeurs pour les composants.

Solution:
On peut proposer les filtres simples suivants :





Pour le circuit de gauche : $f_c = \dfrac{1}{2\pi RC}$, et pour celui de droite $f_c = \dfrac{R}{2\pi L}$

Pour les valeurs numériques, on peut proposer :

— à gauche : $C = 10$ nF et $R = 3$ kΩ

— à droite : $L = 100$ mH et $R = 3$ kΩ

III Résolution de problème

Exercice n°7 Identification d'un filtre

On soumet un filtre à un signal créneau de fréquence 400 Hz puis 3600 Hz, et on obtient les courbes ci-dessous. Déterminer la nature et les caractéristiques du filtre.