Lundi 4 novembre 2024

Devoir Surveillé n°3 (2) – *Durée : 2 heures*

La calculatrice est AUTORISÉE.

Chapitres concernés : Électricité
- Chapitre n°5. Oscillateurs harmoniques
- Chapitre n°6. Oscillateurs libres amortis

Consignes à respecter
- **Lire la totalité de l'énoncé** et commencer par les exercices les plus abordables.
- Présentation de la copie :
  - Prendre une **nouvelle copie double pour chaque exercice**.
  - Tirer un **trait horizontal** à travers toute la copie **entre chaque question**.
  - Encadrer les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
  - **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.
- Rédaction :
  - Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
  - **Justifier** toutes vos réponses.
  - Applications numériques : nombre de **chiffres significatifs adapté** et avec une **unité**.

Ce sujet comporte 3 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité. L'énoncé est constitué de 8 pages.

Contenu du DS :

Exercice n°0 Un peu de culture ! 1
Exercice n°1 Monoxyde de carbone *(∼ 1 heure)* 2
Exercice n°2 Oscillateur électrique *(∼ 20 min)* 3
Exercice n°3 Oscillateur mécanique amorti *(Durée ∼ 40 min)* 4

Exercice n°0 Un peu de culture !

Associer ensemble, les noms des physiciens suivants, leur prénom, leur nationalité, leur découverte, et l'année de leur découverte.

Nom : Ampère - Volta - Ohm

Prénom : Alexandro - Georg Simon - André-Marie

Nationalité : Française - Italienne - Allemande

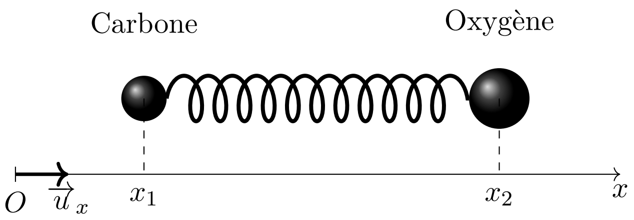
Date : 1827 - 1819 - 1799

Découverte : loi qui porte son nom - notion de courant électrique - pile

Exercice n°1 Monoxyde de carbone *(∼ 1 heure)*

Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par deux masses m_1 et m_2 mobiles sur l'axe $O'x$ et liées par un ressort de raideur $k = 1856\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$ et longueur à vide ℓ_0. La position de l'atome de carbone (respectivement d'oxygène) est repérée par l'abscisse $x_1(t)$ (respectivement $x_2(t)$). Initialement, les deux atomes sont immobiles et leur position notées x_{10} et x_{20}.

Aucun frottement est pris en compte.



Q1. Exprimer $\ell(t)$ en fonction de $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

Q2. Effectuer un bilan des forces sur l'atome d'oxygène (on négligera le poids).
Établir l'équation différentielle de son mouvement et l'écrire sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}t^2} + \omega_2^2 x_2 = \omega_2^2 (x_1 + \ell_0)$$

Identifier l'expression de ω_2.

Q3. Effectuer un bilan des forces sur l'atome de carbone (on négligera le poids).
Établir l'équation différentielle de son mouvement et l'écrire sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}t^2} + \omega_1^2 x_1 = \omega_1^2 (x_2 - \ell_0)$$

Identifier l'expression de ω_1.

Ces deux équations sont couplées (le mouvement d'un atome dépend du mouvement de l'autre). On introduit deux fonctions : $s(t) = m_1 x_1(t) + m_2 x_2(t)$ et $d(t) = x_1(t) - x_2(t)$.

Q4. À partir des deux équations différentielles établies précédemment (en effectuant deux combinaisons linéaires bien choisies), établir les équations différentielles vérifiées par $s(t)$ et $d(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} &= 0 \\ \frac{\mathrm{d}^2 d}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 d &= -\omega_0^2 \ell_0 \end{aligned}$$

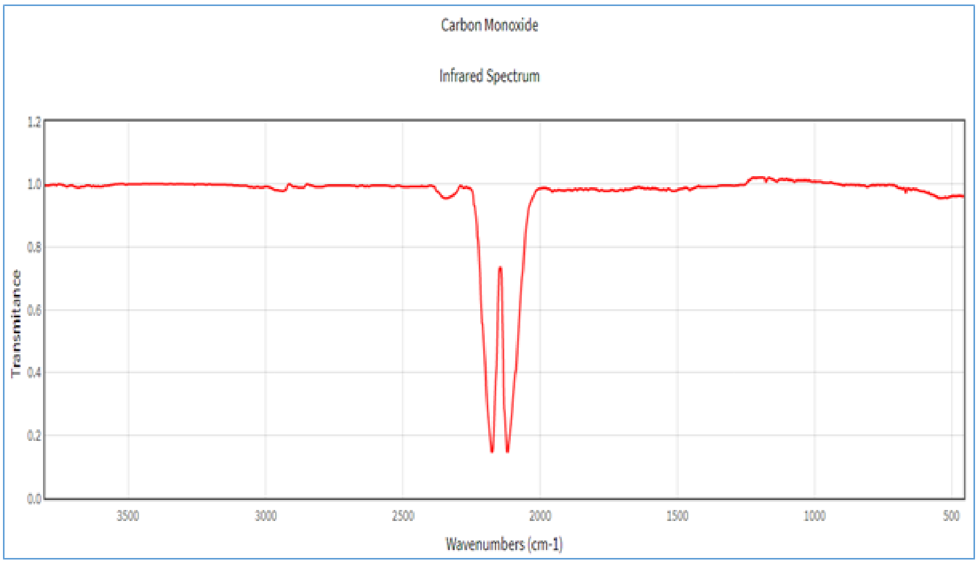
Exprimer ω_0 en fonction de ω_1 et ω_2.

Q5. Résoudre complètement les équations sur $s(t)$ et $d(t)$.

Q6. En déduire les expressions de $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

Q7. Quelle est la période des oscillations ?
Dans le cas où l'un des deux atomes est beaucoup plus lourd que l'autre, quel résultat retrouve-t-on ?

Q8. On donne ci-dessous le spectre en absorption du monoxyde de carbone. On rappelle que le nombre d'onde en abscisse (donné en /cm) est l'inverse de la longueur d'onde de l'onde électromagnétique absorbée.
Estimer la valeur k de la raideur du ressort.

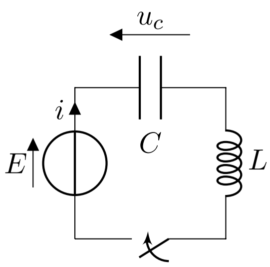


On donne les masses molaires : $M(C) = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M(O) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Q9. Exprimer l'énergie totale du système et commenter.

Exercice n°2 Oscillateur électrique *(∼ 20 min)*

On étudie le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de fem E constante au condensateur et à la bobine.



Q10. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur. Identifier la pulsation propre du circuit.

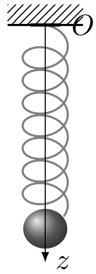
Q11. Déterminer proprement les valeurs de $u_c(0^+)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}(0^+)$.

Q12. Résoudre complètement l'équation différentielle.

Q13. Représenter l'allure de $u_c(t)$.

Q14. Établir l'expression de l'intensité du courant.

Exercice n°3 Oscillateur mécanique amorti *(Durée ∼ 40 min)*



On s'intéresse au mouvement d'un point matériel M de masse m accroché à un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.
L'axe vertical descendant est noté (Oz), avec O situé au point d'attache du ressort.
On modélise les frottements visqueux, c'est-à-dire les frottements exercés par un fluide (gaz ou liquide) visqueux, par une force $\overrightarrow{f} = -\alpha \overrightarrow{v}$, où α est une constante positive.

Q15. Établir l'expression de la longueur du ressort $\ell_{\text{éq}}$ à l'équilibre.

Q16. Établir l'équation différentielle vérifiée par z, et l'écrire sous la forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_{\text{éq}}$$

Identifier les expressions de ω_0 et Q. Quelles sont les noms et unités de ω_0 et Q ?
On vérifiera la cohérence entre $z_{\text{éq}}$ identifié ici, et $\ell_{\text{éq}}$ établie précédemment.

Q17. On donne les valeurs des différents paramètres : $m = 0,10$ kg ; $k = 10\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ et $\alpha = 0,5\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.
Calculer la valeur numérique Q. Quel est le régime transitoire que va suivre M ?

Q18. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle. On introduira deux constantes d'intégration.
On fera intervenir les deux grandeurs $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}$ et $\tau = \dfrac{2Q}{\omega_0}$.
Comment s'appelle Ω ?

Q19. À $t = 0$, $z(0) = z_{\text{éq}}$ et $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(0) = v_0 > 0$. Déterminer complètement l'évolution de $z(t)$.

Q20. Représenter l'allure de $z(t)$. On fera apparaître dessus la pseudo-période.

Q21. Que caractérise τ ? Comment évolue-t-il si les frottements deviennent plus importants (toute chose égale par ailleurs) ?