Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique)

TD n°13 Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires

Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5	6	7
Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.				✎	✎		
Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.		✎		✎	✎		
Mouvement dans $\overrightarrow{E}$: Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant.							✎
Mouvement dans $\overrightarrow{E}$: Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.		✎			✎		
Mouvement dans $\overrightarrow{B}$: Déterminer le rayon de la trajectoire et le sens de parcours.			✎	✎	✎		

Parcours possibles

♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : exercices n°1, n°2, n°3, n°4.

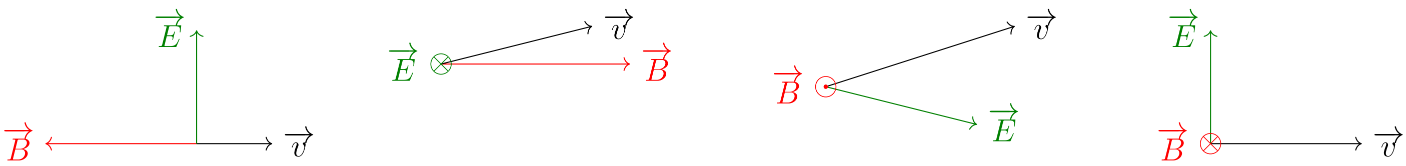
♪♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : exercices n°1, n°3 et n°5.

♪♪♪ Si vous êtes à l'aise : exercices n°5, n°6, n°7.

I Exercices d'application directe du cours

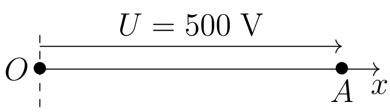
Exercice n°1 Force de Lorentz ♪

Tracer sur les schémas ci-dessous les vecteurs forces $\overrightarrow{f_E}$ et $\overrightarrow{f_B}$. On suppose que les particules ont toutes une charge positive.



Exercice n°2 Microscope électronique ♪

Dans le canon d'un microscope électronique, un faisceau d'électrons est extrait de la cathode et accéléré par une anode avec une différence de potentiel U.

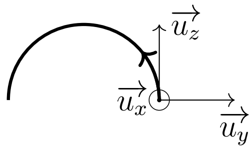


La charge de l'électron est $-e = -1,602.10^{-19}$ C, sa masse $m = 9,1.10^{-31}$ kg. On donne également la constante de Planck $h = 6,6.10^{-34}$ J · s et la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,0.10^{8}$ m · s^{-1}.

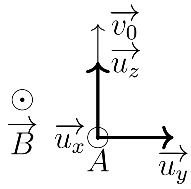
Un électron est extrait de la cathode en O sans vitesse initiale. Par une méthode énergétique, déterminer sa vitesse en A.

Exercice n°3 Sens du mouvement ♪

Q1. Le schéma ci-contre montre la trajectoire d'un électron dans un champ magnétique uniforme et stationnaire. Déterminer l'orientation du champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

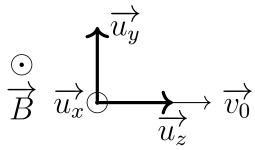


Q2. Un proton entre dans une zone où règne un champ magnétique uniforme et stationnaire dans la configuration représentée ci-contre.
Déterminer le sens de la trajectoire.



Exercice n°4 Trajectoire des électron ♪

On étudie le mouvement d'électrons plongés dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$. À $t = 0$, les électrons se trouvent en A, avec un vecteur $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$, avec $v_0 = 2.10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.



Q1. Justifier que le poids des électrons est négligeable devant la force de Lorentz magnétique.

Q2. Exprimer la puissance de la force de Lorentz magnétique, puis justifier que le mouvement est uniforme.

Q3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'électron, et l'exprimer dans la base de Frenet.

Q4. En déduire l'expression du rayon R de la trajectoire. Pourquoi peut-on en déduire que la trajectoire est circulaire ?

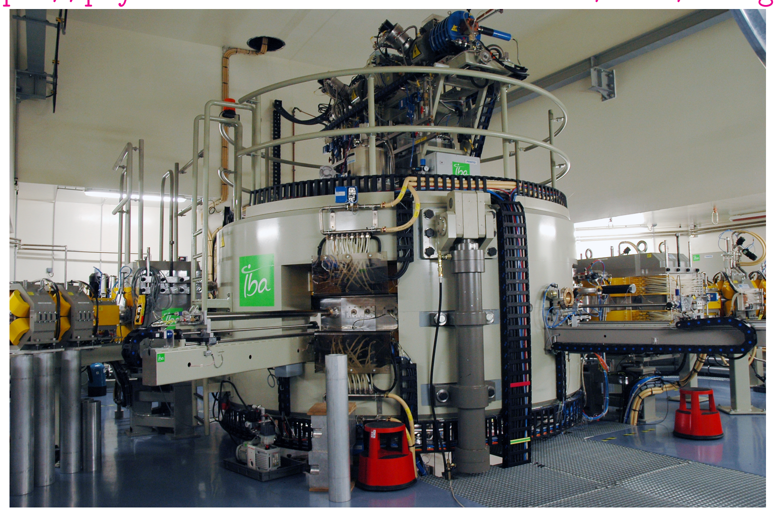
Q5. Faire l'application numérique.

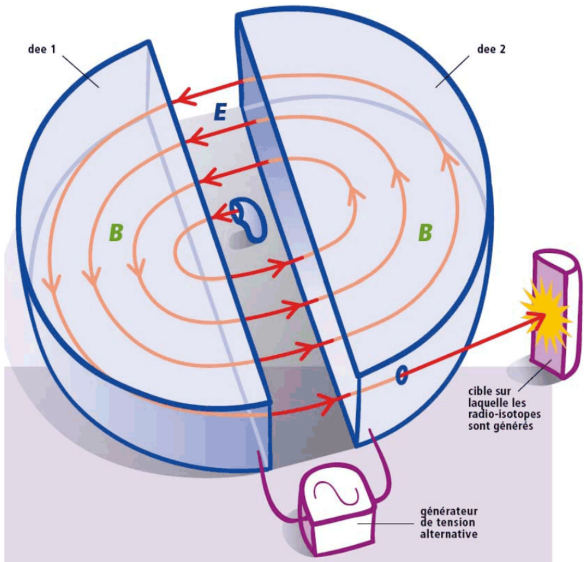
Q6. Tracer la trajectoire (en faisant attention au sens du parcours).

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°5 Cyclotron ♪ ♪

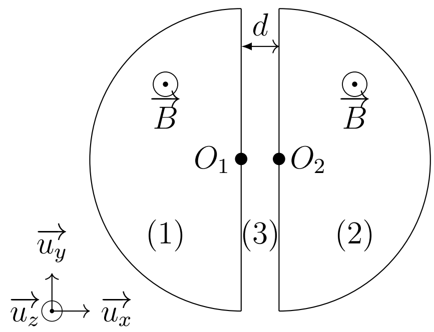
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Meca/Charges/cyclotron.php





Cyclotron 70 MeV installé à l'Université de Nantes (France) en 2008. Ce cyclotron est conçu pour accélérer des protons, des deutons (=noyau de l'atome de deutérium) et des particules alpha.

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 (région (1)) et D_2 (région (2)), appelées dees en anglais, dans lesquelles règnent un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$ ($B = 1,0$ T).
Les protons entrent dans les dés avec un vecteur vitesse porté par $\overrightarrow{u_x}$: selon $+\overrightarrow{u_x}$ quand ils entrent dans le dé (2), selon $-\overrightarrow{u_x}$ quand ils entrent dans le dé (1).



Entre ces deux dees, une bande étroite de largeur d (région (3)) est plongée dans un champ électrique uniforme alternatif.
L'amplitude de la tension sinusoïdale générant le champ électrostatique entre les dés est $U_m = 2,5.10^3$ V.
On s'intéresse à l'accélération d'un proton dans le cyclotron.
Données : masse du proton $m = 1,67.10^{-27}$ kg ; charge du proton $q = 1,602.10^{-19}$ C ; 1 eV $= 1,602.10^{-19}$ J

Partie A Étude qualitative

Un proton est injecté en O_2 avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$ (où $v_0 > 0$).

Q1. Justifier que le poids du proton peut être négligé devant la force de Lorentz électrique et magnétique.

Q2. On répondra aux questions suivantes à l'aide des connaissances du cours.
- (a) Sans calcul, quel est le mouvement dans le dé (2) ? Dans quel sens a-t-il lieu ?
- (b) Que se passe-t-il quand le proton traverse la zone (3) ? Comment est sa vitesse quand il entre dans le dé (1) ?
- (c) Que peut-on dire du rayon de la trajectoire dans le dé (1) par rapport à celle qu'avait le proton dans le dé (2) précédemment ?
- (d) Tracer qualitativement l'allure de la trajectoire complète dans le cyclotron.

Partie B Mouvement dans un dé

Q3. Justifier que le mouvement dans les dés est uniforme.

Q4. Justifier que le mouvement dans les dés est plan, dans le plan $(O; \overrightarrow{u_x}; \overrightarrow{u_y})$.

Q5. En utilisant le principe fondamental de la dynamique et la base de Frenet, établir l'expression du rayon de courbure de la trajectoire du proton dans les dés. Quelle est la nature de la trajectoire ?

Q6. Exprimer le temps mis pour parcourir un demi-tour dans un dé. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ? Calculer la valeur numérique.

Partie C Mouvement dans la zone (3)

Q7. En déduire la fréquence f de la tension à appliquer entre les dés pour que le champ $\overrightarrow{E}$ accélère au mieux les protons (on considère que le temps de passage entre les deux dés est négligeable devant les autres temps). Cette fréquence est appelée fréquence cyclotron.

Q8. Exprimer, puis calculer numériquement (en joules, puis en électron-volts) l'augmentation d'énergie cinétique d'un proton à chaque accélération.

Partie D Accélération par le cyclotron

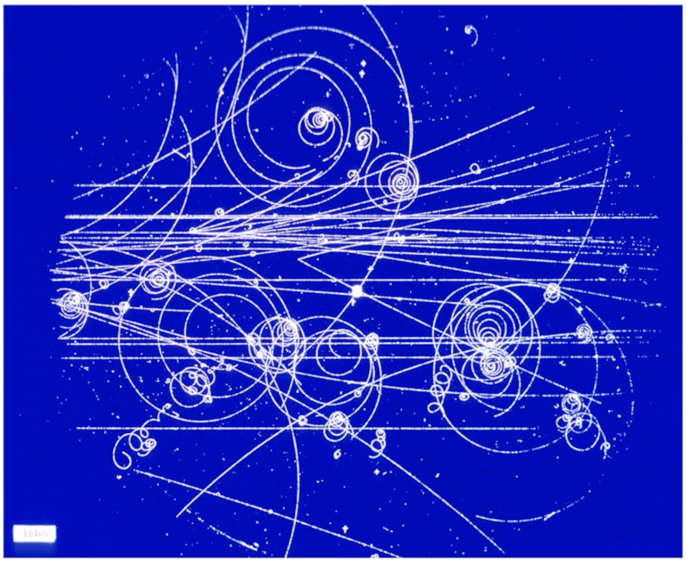
La vitesse d'injection du proton en O est quasi nulle, on désire que sa vitesse atteigne 25.10^3 km · s^{-1}.

Q9. Calculer le nombre de tours que doit faire le proton dans le cyclotron ainsi que le temps nécessaire à cette opération.

Q10. Quel est le rayon du dernier arc de cercle parcouru par les protons lorsqu'ils ont atteint cette vitesse ? Commenter la valeur obtenue.

Exercice n°6 Chambre à bulles ♪ ♪ ♪

Donald Glaser (1926-2013), physicien et neurobiologiste américain, lauréat du prix Nobel de physique de 1960. Il est le metteur au point de la chambre à bulles en 1952.



Une image prise dans une chambre à bulles montrant les trajectoires des particules courbées par un champ magnétique. Le sens de la courbure donne le signe de la charge de la particule, et le rayon de courbure mesure la quantité de mouvement. (Cern)

La chambre à bulles est destinée à visualiser des trajectoires de particules subatomiques (très difficiles à observer sans les arrêter, et à différencier). Ces chambres étaient utilisées comme détecteur de particules au milieu du XX$^{\text{è}}$ siècle.

Il s'agit d'une enceinte remplie d'un liquide à une température légèrement supérieure à celle de vaporisation. Le passage d'une particule chargée déclenche la vaporisation et les petites bulles formées matérialisent la trajectoire de la particule. D'autre part l'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire, qui courbe les trajectoires et permet ainsi d'identifier les particules (à partir de leur masse et de leur charge). Le liquide exerce sur les particules une force de frottement fluide linéaire : $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$

Le référentiel du laboratoire est considéré galiléen.

Le mouvement d'une particule de charge $q > 0$ et de masse m est étudié dans un repère cartésien dont l'origine O coïncide avec la position initiale de la particule. Le champ magnétostatique et vecteur vitesse initiale sont dirigés comme suit :

$$\overrightarrow{v_0} = v_{0,x}\overrightarrow{u_x} + v_{0,z}\overrightarrow{u_z} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{B_0} = B_0\overrightarrow{u_z}$$

Q1. Établir les équations différentielles couplées du mouvement de la charge vérifiées par v_x, v_y et v_z.

Q2. Déterminer $v_z(t)$, puis $z(t)$. On posera $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$.

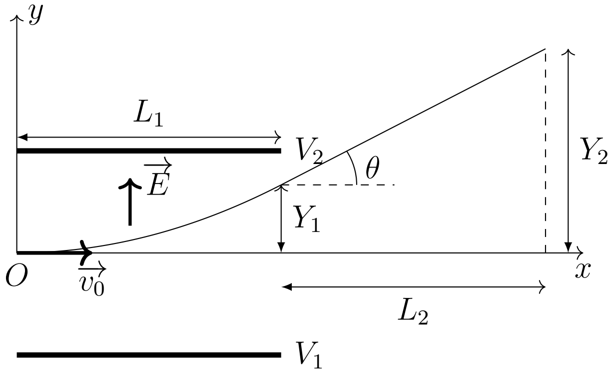
Q3. À partir des équations vérifiées par v_x et v_y, et obtenir l'équation différentielle vérifiée par $u = v_x + iv_y$ (où $i^2 = -1$). Vers quoi u tend-elle aux temps longs ? En déduire les expressions de v_x et v_y aux temps longs.

Q4. Résoudre complètement l'équation différentielle pour exprimer u et en déduire les expressions de v_x et v_y.
On posera $\Omega = \dfrac{qB}{m}$.

Q5. Quelle est la trajectoire suivie par la particule chargée ?

Exercice n°7 Extraction de protons ♪ ♪

Une méthode d'extraction du faisceau de protons accélérés par un cyclotron consiste à faire passer le dernier tour dans un déflecteur électrostatique provoquant une légère déviation vers l'extérieur. Le schéma de principe est proposé ci-dessous.



Un proton de masse $m = 1,67.10^{-27}$ kg, de charge $e = 1,60.10^{-19}$ C et d'énergie cinétique $\mathscr{E}_c = 5,0$ MeV entre en O dans le déflecteur constitué de deux électrodes planes portées aux potentiels électriques V_1 et V_2 générant un champ électrostatique uniforme $\vec{E} = E\vec{u_y}$ avec $E = 6,0\ \mathrm{MV \cdot m^{-1}}$.
La longueur du déflecteur est notée L_1.

Q1. Quel est le signe de $V_1 - V_2$ pour que le proton soit effectivement dévié dans le sens des y croissants ?

Q2. La vitesse du proton en O est $\vec{v_0} = v_0\vec{u_x}$. Calculer v_0 en considérant le proton comme non relativiste.

Q3. Déterminer l'équation de sa trajectoire. En déduire le déplacement Y_1 en sortie du déflecteur. Quelle valeur doit-on donner à L_1 pour obtenir un déplacement $Y_1 = 1,0$ mm ?

Q4. Caractériser la trajectoire du proton après être sorti du déflecteur.

Q5. Exprimer puis calculer la déflexion angulaire θ. En déduire le déplacement Y_2 pour $L_2 = 2,0$ m.

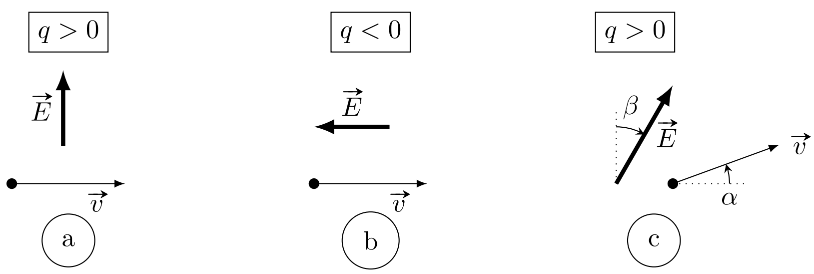
III Extrait du cahier d'entraînement de physique-chimie

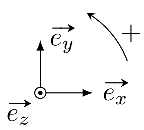
Force de Lorentz

On rappelle l'expression de la force de Lorentz $\vec{F_L} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$.

Entraînement 15.5 — Composante électrique de la force de Lorentz.

Dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, exprimer (en fonction de q, de E et éventuellement de α et β) la composante électrique de la force de Lorentz, définie par $\vec{F}_{L,\text{électrique}} = q\vec{E}$.



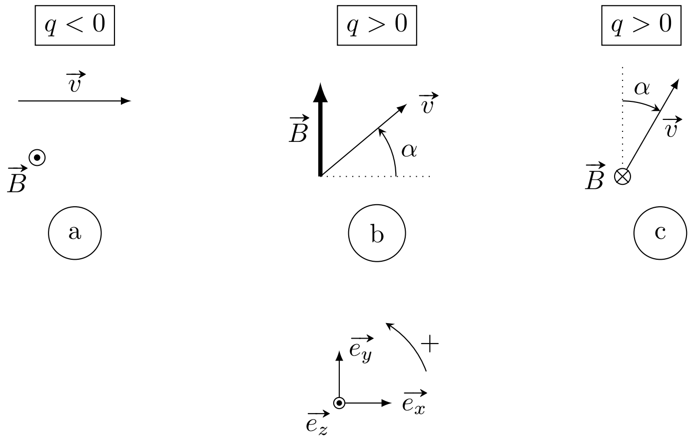


a) $\vec{F}_{L,\text{électrique}} =$ ....

b) $\vec{F}_{L,\text{électrique}} =$ ....

c) $\vec{F}_{L,\text{électrique}} =$ ....

Entraînement 15.6 — Composante magnétique de la force de Lorentz.



Dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, exprimer (en fonction de q, de v, de B, et éventuellement de α) la composante magnétique de la force de Lorentz, définie par $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

a) $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = \ldots$

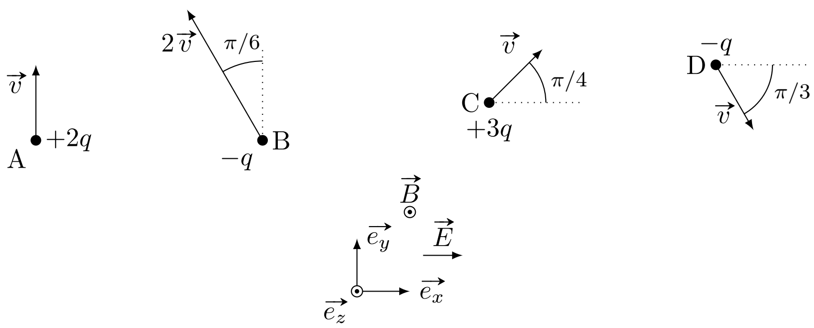
b) $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = \ldots$

c) $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = \ldots$

Entraînement 15.7 — Puissance de la force de Lorentz.

On se place dans une base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, et on considère :

- un champ électrique constant dans tout l'espace : $\vec{E} = E\vec{e_x}$;
- un champ magnétique constant dans tout l'espace : $\vec{B} = B\vec{e_z}$.



On rappelle que la puissance d'une force $\vec{F}$ appliquée à une particule de vitesse $\vec{v}$ est $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

Donner l'expression de la puissance des forces subies par chacune des particules A, B, C et D.

a) $\mathcal{P}_\text{A} =$ ....

b) $\mathcal{P}_\text{B} =$ ....

c) $\mathcal{P}_\text{C} =$ ....

d) $\mathcal{P}_\text{D} =$ ....

Mouvement dans un champ électrique

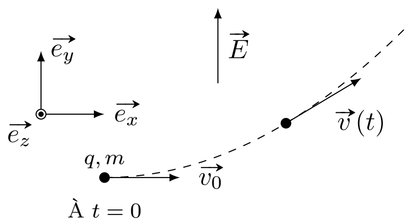
Entraînement 15.8 — Champ perpendiculaire à la vitesse initiale.

On étudie le mouvement d'une particule de charge $q > 0$ et de masse m dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E} = E\vec{e_y}$.

À l'instant initial, la vitesse est orthogonale au champ électrique : $\vec{v}(t=0) = v_0\vec{e_x}$.

L'étude du mouvement permet d'établir l'expression de la vitesse en fonction du temps :

$$\vec{v}(t) = v_0\vec{e_x} + \frac{qE}{m}t\vec{e_y}.$$



a) À quel instant t_0 la particule double sa vitesse (par rapport à la vitesse initiale) ? ......

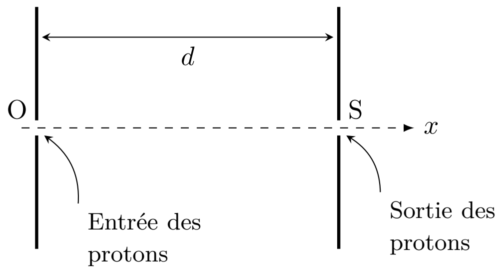
b) À quel instant t_1 l'énergie cinétique de la particule a quadruplé ? ......

c) Quelle est la valeur de l'angle $\alpha = (\vec{e_x}, \vec{v})$ à l'instant t_1 ? ......

Entraînement 15.9 — Champ colinéaire à la vitesse initiale.

Une proton de masse $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg entre en O, avec une vitesse initiale négligeable, dans un condensateur plan.

Une tension U est appliquée entre les deux armatures séparées d'une distance $d = 5{,}0$ cm. Le champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques est supposé uniforme et orienté dans le sens des x croissants. Sa norme est $E = \dfrac{U}{d}$.



La variation d'énergie cinétique entre l'entrée O et la sortie S vérifie :

$$\mathcal{E}_c(\mathrm{S}) - \mathcal{E}_c(\mathrm{O}) = qU.$$

Le champ électrique de claquage de l'air vaut $E_{\max} = 3 \times 10^7\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

a) Quelle est la tension maximale $U_{\max}$ qui peut être appliquée aux bornes du condensateur sans qu'il n'y ait de claquage ? ......

b) L'énergie cinétique du proton en sortie du condensateur est alors égale à :

(a) 6 keV (b) 1,5 MeV (c) 0,24 pJ (d) 9,6 mJ

(plusieurs réponses sont possibles)

......

En associant l'un après l'autre de tels condensateurs plans, on peut augmenter l'énergie cinétique des protons : l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{c,n}$ à la sortie du condensateur n vérifie la relation :

$$\mathcal{E}_{c,n} - \mathcal{E}_{c,n-1} = qU.$$

c) La suite $(\mathcal{E}_{c,n})_n$ est une suite :

(a) arithmétique (b) géométrique (c) arithmético-géométrique

d) En déduire l'expression de $\mathcal{E}_{c,n}$ en fonction de n, q et U.

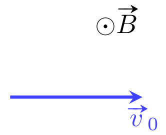
On souhaite atteindre une vitesse $v = \dfrac{c}{10}$, où c est la célérité de la lumière dans le vide par une mise en série de condensateurs.

e) Quel est le nombre de condensateurs plans nécessaires pour atteindre une telle vitesse avec une tension $U = 1\,\mathrm{MV}$ aux bornes de chaque condensateur ?

Particule dans un champ magnétique

Entraînement 15.10 — Étude d'une trajectoire.

On considère une particule de masse m et de charge $q < 0$ placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e_z}$. On note $\vec{v}(t)$ le vecteur vitesse et $\vec{v_0}$ sa valeur initiale.



On représente la situation par le schéma ci-contre :

a) Exprimer l'accélération $\vec{a}$ en fonction de q, m, $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

On pourra négliger le poids de la particule.

On admet que le mouvement est circulaire de rayon R et de centre C.

b) Exprimer la vitesse dans le repère de coordonnées polaires d'origine C.

c) En déduire l'expression de la force de Lorentz en coordonnées polaires

d) Exprimer l'accélération en coordonnées polaires

e) Reprendre le PFD pour exprimer le rayon R

f) Calculer la période T du mouvement circulaire