



Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique)

TP n°13 Mesure du coefficient de frottement fluide

Vendredis 23 et 30 janvier 2026

Compétences exigibles du programme :

- ✓ Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.
- ✓ Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A).
- ✓ Capacité numérique : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.

Matériel :

- Grande éprouvette remplie de glycérol ;
- Deux élastiques ;
- Des billes d'acier calibrées en rayon ;
- Pied à coulisse ;
- Un aimant ;
- Une balance

Travail préparatoire

- Lire l'ensemble de l'énoncé :
 - Pour la première séance : toute la première partie.
 - Pour la deuxième séance : toute la deuxième partie, se replonger sérieusement dans l'algorithme d'Euler (Déjà vu dans le chapitre n°4).
- Identifier ce qu'il faudra faire pendant la séance.
- Répondre aux questions précédées d'une plume avant la séance de TP.

Évaluations

Au cours cette séance de TP, vous serez évalué.e.s sur :

Écriture d'un protocole.				
Évaluation de type A des incertitudes.				
Écriture du résultat final d'une expérience.				

Données

- Masse volumique de l'acier : $\rho_{\text{bille}} = 7880 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Masse volumique du glycérol (à 20 °C) : $\rho_f = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- La viscosité du glycérol dépend de la température.
- Le glycérol s'hydrate rapidement au contact de l'atmosphère humide et la présence d'eau modifie très rapidement sa viscosité :

Glycérol	pur (20 °C)	pur (25 °C)	hydraté (96% en masse, 20 °C)
η (Pa · s)	1.46	0.934	0.648

- Le site permet d'obtenir la valeur tabulée de la viscosité et de la masse volumique selon la température et le pourcentage en eau :

http://www.met.reading.ac.uk/~sws04cdw/viscosity_calc.html

Première partie

Étude expérimentale

Objectifs du TP

Mesurer la viscosité dynamique du glycérol en étudiant les frottements fluides exercés sur une bille en mouvement dans le glycérol.

I Mise en équation

On étudie la chute de billes sphériques de rayon r et de masse volumique ρ_{bille} dans une éprouvette cylindrique remplie d'un fluide visqueux de masse volumique ρ_f .

La bille est soumise à trois forces :

- le poids $m \vec{g} = \rho_{\text{bille}} V \vec{g}$, avec $V = \frac{4\pi}{3} r^3$ le volume de la bille ;
- la poussée d'Archimète $\vec{\Pi}_A = -\rho_f V \vec{g}$;
- et la force de frottement fluide, modélisée par la formule de Stokes $\vec{F} = -6\pi\eta r \vec{v}$, où η est la viscosité dynamique du fluide.

Cependant, le milieu dans lequel chute la bille n'est pas illimité, l'existence de l'éprouvette (cylindre de rayon R) induit une perturbation non négligeable à la formule de Stokes dans les conditions expérimentales dans lesquelles nous travaillons. Dans ces conditions, cette force peut être modélisée par

$$\vec{F} = -6\pi\eta \frac{r}{1 - 2,1 \times \frac{r}{R}} \vec{v}$$

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{g} - \rho_f V \vec{g} - 6\pi\eta \frac{r}{1 - 2,1 \times \frac{r}{R}} \vec{v}$$

Une fois le régime permanent atteint :

$$\vec{v}_{\text{lim}} = \frac{(m - \rho_f V)}{6\pi\eta} \left(1 - 2,1 \times \frac{r}{R} \right) \vec{g}$$

Soit, en norme :

$$v_{\text{lim}} = \frac{2(\rho_{\text{bille}} - \rho_f)}{9\eta} gr^2 \times \left(1 - 2,1 \times \frac{r}{R} \right)$$

Le régime transitoire est d'une durée de quelques $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r} \times \left(1 - 2,1 \times \frac{r}{R} \right) = \frac{2\rho_{\text{bille}} r^2}{9\eta} \times \left(1 - 2,1 \times \frac{r}{R} \right)$

Nous faisons les hypothèses suivantes :

- le régime permanent est atteint rapidement, la bille chute à vitesse constante ;
- le fond du tube n'a pas d'influence sur l'écoulement.

II Expérience

Protocole

- Q1.  Proposer un protocole permettant de déterminer la valeur de la viscosité dynamique du fluide, η .
On privilégiera un protocole permettant de **faire une étude statistique**. Ce protocole devra être **détailé**, **entièrement rédigé** et accompagné d'un **schéma légendé** pour illustrer les mesures à effectuer :
- les grandeurs à mesurer : avec quoi ? comment ?
 - l'exploitation à effectuer, notamment les calculs à faire une fois les mesures effectuées.

Expérience

-  Après avoir fait valider le protocole par l'enseignante, réaliser l'expérience proposée.

III Exploitation et conclusion

Exploitation

- Q2. Noter les mesures.
- Q3.  Renseigner les mesures pour chaque grandeur dans une unique liste. Autrement dit, vous définissez une seule liste de rayons et une seule liste de durée de chute.
- Q4.  Exploiter les mesures effectuées pour en déduire la viscosité dynamique du glycérol, **avec son incertitude-type**.
- Q5. Vérifier l'hypothèse du régime permanent atteint.

Conclusion

- Q6. Conclure sur la valeur de la viscosité dynamique du glycérol, avec son incertitude-type, dans les conditions de l'expérience.

IV S'il vous reste du temps : comment faire avec une seule mesure ?

Exploitation

- Q7. Utiliser une mesure effectuée précédemment et mettre en œuvre une simulation Monte-Carlo pour déterminer le résultat de l'expérience.

Conclusion

- Q8. Conclure sur la valeur de la viscosité dynamique du glycérol, avec son incertitude-type, dans les conditions de l'expérience.

Deuxième partie

Étude numérique : méthode d'Euler

I Objectif

L'objectif de cette partie est de mettre en œuvre la résolution numérique d'une équation différentielle du type :

$$\begin{cases} v(0) = v_0 \\ \frac{dv}{dt} = f(v) \end{cases}$$

où f est une fonction quelconque de v .

Nous allons traiter deux exemples :

— Premier exemple, celui du TP :

$$\begin{cases} v(0) = 0 \\ \frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m} \right) - \frac{6\pi\eta}{m} \frac{r}{1 - 2,1 \times \frac{r}{R}} v \end{cases}$$

on identifie donc $f(v) = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m} \right) - \frac{6\pi\eta}{m} \frac{r}{1 - 2,1 \times \frac{r}{R}} v$

— Deuxième exemple, celui du cours avec le parachutiste soumis à des frottements quadratiques :

$$\begin{cases} v(0) = 0 \\ \frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_{\text{air}} C_x S}{2m} v^2 \end{cases}$$

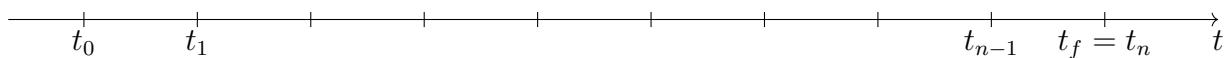
on identifie donc $f(v) = g - \frac{\rho_{\text{air}} C_x S}{2m} v^2$

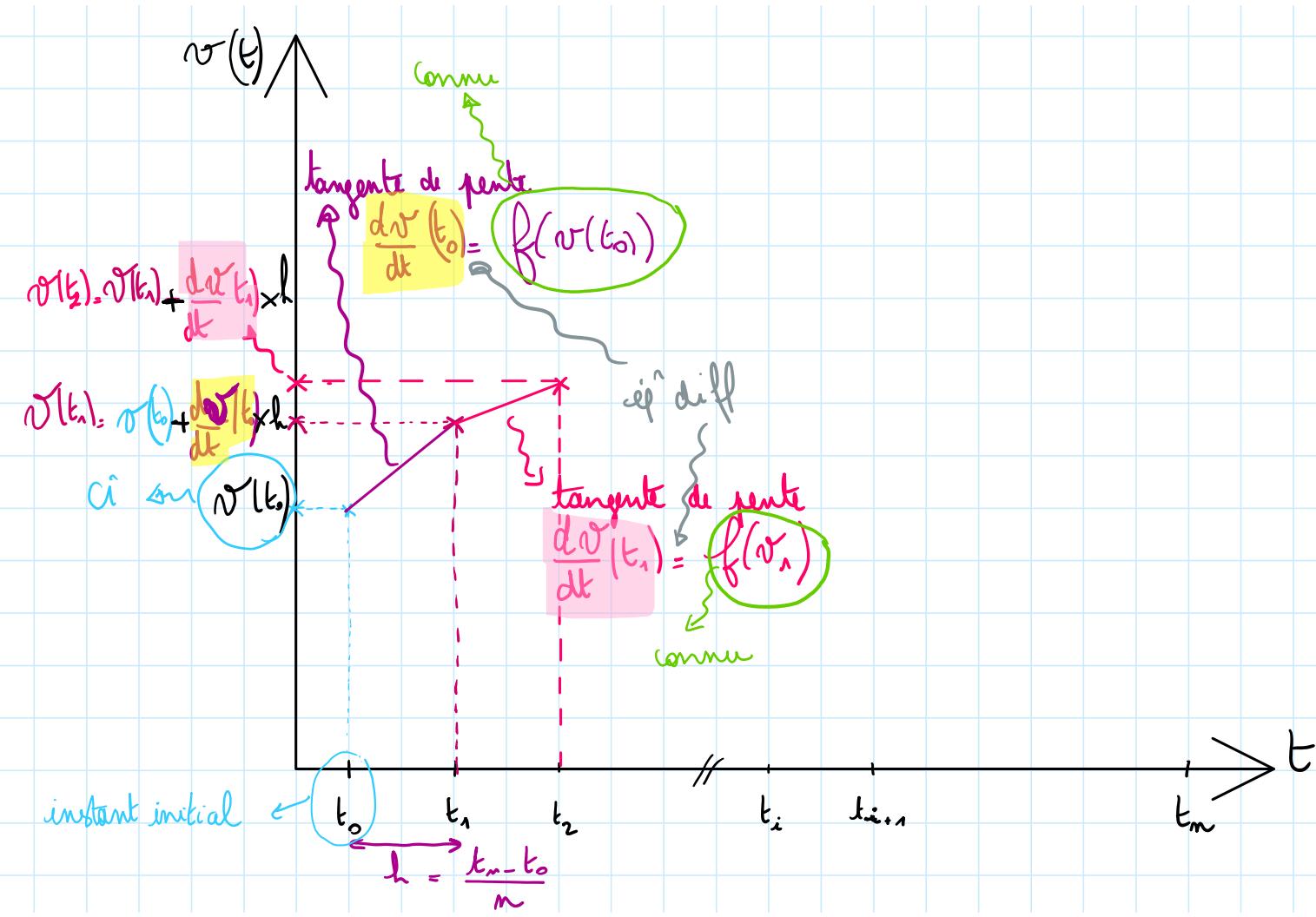
II Algorithme d'Euler

La méthode d'Euler est une méthode numérique de résolution approchée des équations différentielles du premier ordre.

On découpe l'intervalle $[t_0, t_f]$ de résolution, en n intervalles de largeur $h = \frac{t_f - t_0}{n}$.

La valeur approchée de la solution est déterminée en $(n + 1)$ instants, qui s'écrivent $t_i = t_0 + i \times h = t_0 + i \times \frac{t_f - t_0}{n}$ (pour $i \in \llbracket 0, n \rrbracket$).





Les valeurs approchées de v se déterminent de proche en proche en partant de l'instant initial. Plusieurs façons de voir permettent d'obtenir la relation de récurrence.

■ Soit $i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket$. On connaît $v(t_i)$ à l'instant t_i .

Le nombre dérivé à l'instant t_i , s'exprime selon : $\frac{dv}{dt}(t_i) = f(v(t_i))$, il correspond à la **pente de la tangente à la courbe à l'instant t_i** . Ce nombre dérivé est connu à t_i , puisque $v(t_i)$ est connu (étape précédente) et $f(v(t_i))$ est connu.

L'idée de la méthode d'Euler est d'**approximer sur l'intervalle $[t_i, t_{i+1}]$ la fonction v par sa tangente en t_i** .

Connaissant la valeur de la pente et le point $(t_i, v(t_i))$ de cette tangente, on peut déterminer la valeur de $v(t_{i+1})$:

$$\begin{aligned} v(t_{i+1}) &\approx v(t_i) + \text{pente}_i \times (t_{i+1} - t_i) \\ v(t_{i+1}) &\approx v(t_i) + \frac{dv}{dt}(t_i) \times h \\ v(t_{i+1}) &\approx v(t_i) + f(v(t_i)) \times h \end{aligned}$$

■ L'idée de la méthode d'Euler est d'approximer, la dérivée par le taux d'accroissement : $\frac{dv}{dt}(t) \approx \frac{v(t+h) - v(t)}{h}$.

L'équation différentielle se réécrit :

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= f(v(t)) \\ \frac{v(t+h) - v(t)}{h} &\approx f(v(t)) \\ v(t+h) &= v(t) + f(v(t)) \times h \\ v(t_i+h) &= v(t_i) + f(v(t_i))h \\ v(t_{i+1}) &= v(t_i) + f(v(t_i))h\end{aligned}$$

■ Enfin, l'idée étant une approximation au premier ordre, on peut écrire un développement limité au premier ordre de $v(t+h)$ au voisinage de t :

$$\begin{aligned}v(t+h) &= v(t) + \frac{dv}{dt}(t) \times h + o(h) \\ v(t+h) &\approx v(t) + f(v(t))h\end{aligned}$$

On note v_i la valeur approchée déterminée par la méthode d'Euler de v à l'instant t_i : $v(t_i) \approx v_i$.

$$\boxed{\forall i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket : v_{i+1} \approx v_i + f(v_i) \times h}$$

Méthode : Mise en œuvre

- 1 - Définir les différentes constantes du problème.
- 2 - Définir l'instant t_0 et t_f de l'intervalle de résolution.
- 3 - Choisir le nombre d'intervalles n de résolution.
- 4 - Définir le pas h de résolution.
- 5 - Créer une liste de temps.
- 6 - Créer une liste de vitesse, initialisée avec la condition initiale.
- 7 - Écrire une boucle qui permet de déterminer les valeurs successives de la vitesse à partir de la relation de récurrence. Ajouter à chaque fois à la liste des vitesses.

III Mise en œuvre avec frottements linéaires

La relation de récurrence issue du schéma d'Euler est alors :

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{i+1} = v_i + \left(g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m} \right) - \frac{6\pi\eta}{m} \frac{r}{1 - 2,1 \times \frac{r}{R}} \times v_i \right) \times h \end{cases}, \quad \forall i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket$$

Étude numérique

- ☞ Renseigner les constantes du problème.
 - ☞ Définir l'instant t_0 et t_f de l'intervalle de résolution.
 - ☞ Choisir le nombre d'intervalles n de résolution.
 - ☞ Définir le pas h de résolution.
 - ☞ Créer une liste de temps.
 - ☞ Créer une liste de vitesse, initialisée avec la condition initiale.
 - ☞ Écrire la boucle qui permet de déterminer les valeurs successives de la vitesse à partir de la relation de récurrence. Ajouter à chaque fois à la liste des vitesses.
 - ☞ Tracer la courbe de v en fonction du temps.
 - ☞ Si besoin, ajuster le choix de n .
- Q9. Noter vos observations.

- Q10. Modifier n (allant de quelques unités à plusieurs milliers) et noter vos observations.
 ↗ Superposer le tracé issu de la méthode de Euler avec la solution obtenue mathématiquement.
 Q11. Commenter.

IV Mise en œuvre avec frottements quadratiques

La relation de récurrence issue du schéma d'Euler est alors :

$$\begin{cases} v_0 &= 0 \\ v_{i+1} &= v_i + \left(g - \frac{\rho_{\text{air}} C_x S}{2m} v_i^2 \right) \times h \end{cases}, \quad \forall i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket$$

❖ Étude numérique

- ❖ Procéder comme précédemment pour obtenir la liste des vitesses.
 ❖ Tracer la courbe de v en fonction du temps.
 ❖ Si besoin, ajuster le choix de n et de t_f .
 Q12. Noter vos observations.
 Q13. Modifier les différents paramètres physiques du problème et noter leurs influences.

V Utilisation des fonctions de python

❖ Étude numérique

- Python a des fonctions de résolution déjà programmées.
 ❖ Observer le cas traité.
 Q14. Comment est définie la fonction f qui définit l'équation différentielle ?
 Q15. Quels sont les arguments de la fonction ? Les décrire en français.
 Q16. Comment récupère-t-on la liste des vitesses une fois la résolution effectuée ?
 ❖ Adapter cela pour les frottements quadratiques.
 ❖ Récupérer la liste des vitesses.
 ❖ Tracer v en fonction du temps.
 Q17. Commenter la courbe obtenue.