Thème I. Ondes et signaux (Ondes)
TD n°28 Superposition d'ondes

Capacités \ Exercice n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.				✎	✎			✎	
Déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage.				✎					
Relier le déphasage entre deux ondes à la différence de chemin optique.					✎				
Établir l'expression littérale de la différence de chemin optique entre les deux ondes.				✎			✎		
Exploiter la formule de Fresnel fournie pour décrire la répartition d'intensité lumineuse.							✎		
Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.						✎			
Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde.		✎				✎			✎
Utiliser la propriété énonçant qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres.	✎	✎							
Relier les notions sur les ondes stationnaires avec celles utilisées en musique.	✎	✎	✎				✎		
Déterminer une différence relative de fréquence à partir d'enregistrements de battements ou d'observation sensorielle directe.			✎						

Parcours possibles

— Si vous avez des difficultés sur ce chapitre :

— Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté :

— Si vous êtes à l'aise :

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Un peu de musique

Une flûtiste enregistre le son de sa flûte quand elle joue un La4 et en obtient le spectre.

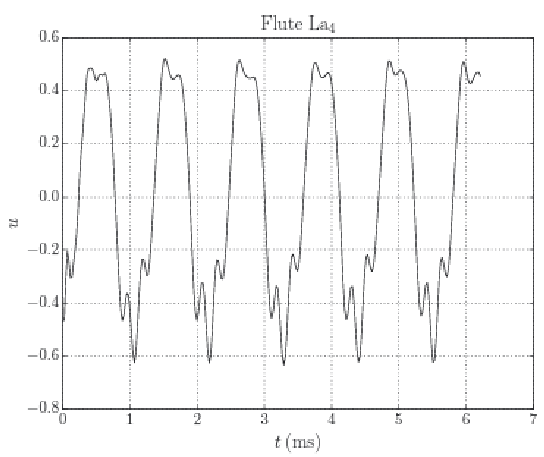


FIGURE 1

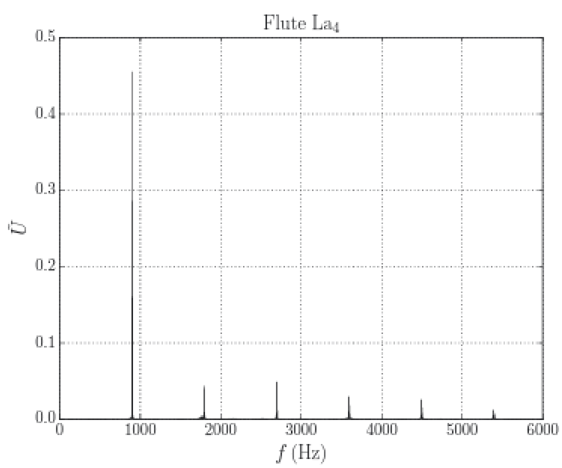


FIGURE 2

Q1. Le son émis par la flûte est-il un son pur ou complexe ? Est-il un son périodique ? Dans l'affirmative, déterminer sa période T puis sa fréquence f à l'aide de la figure 1.
Retrouver le résultat à l'aide de la figure 2.

Q2. On donne les spectres de deux notes jouées par deux instruments différents. Ces sons sont-ils de même hauteur ? Sinon, lequel est le plus grave ? le plus aigus ?

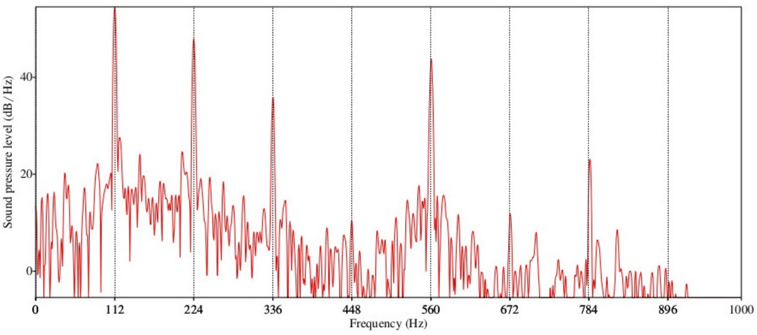


FIGURE 3 – Spectre du son émis par la corde d'une guitare

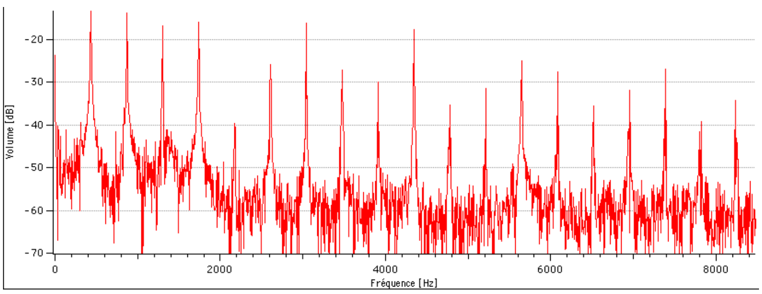


FIGURE 4 – Spectre du son émis par la corde d'un violon

Exercice n°2 Ondes stationnaires sur une corde de guitare

Une corde de guitare de longueur L est fixée à ses deux extrémités. La corde est considérée comme étant sans épaisseur, inextensible et sans raideur, et on note μ sa masse linéique (masse par unité de longueur). Les frottements ainsi que le poids sont négligés devant la force de tension T, qui est supposée être la même tout au long de la corde.

Initialement la corde est horizontale et au repos. On l'écarte localement de cette position en la grattant avec un doigt, puis on la laisse évoluer librement : une onde stationnaire apparaît alors, pour laquelle on cherche une expression de la forme $z(x,t) = Z_0 \cos(\omega t + \varphi)\cos(kx + \psi)$, avec $\omega = kc$.

Q1. Montrer que les conditions aux limites imposent que ω ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes ω_n, dites pulsations propres, avec n entier positif. Exprimer ω_n en fonction de L, n et c.

Q2. À chaque valeur de n correspond un mode propre de vibration. Le mode $n = 1$ est appelé mode fondamental. Les modes correspondant à n supérieur à 1 sont les harmoniques de rang n.

Exprimer l'élongation $z(x,t)$ correspondant à l'harmonique de rang n, en fonction de son amplitude A_n, de la phase à l'origine du cosinus à variation temporelle φ_n, de la pulsation ω_1 du fondamental, ainsi que de x, L, n et t.

Quelle est alors la relation entre la longueur L de la corde et la longueur d'onde λ_n dans ce mode ?

Q3. Donner l'allure des positions extrêmes de la corde dans les modes de vibration correspondant au fondamental et aux deux premiers harmoniques. Donner leur longueur d'onde respective et préciser la position des nœuds et des ventres.

Q4. Quel est le mouvement le plus général d'une corde de guitare ?

Une guitare électrique comporte six cordes en acier, de masse volumique $\rho = 7800\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ et de longueur $L = 63$ cm. Le tableau ci-dessous fournit pour chaque corde la valeur de sa fréquence fondamentale, lorsque la guitare est accordée, ainsi que son diamètre.

Corde n°	1	2	3	4	5	6
Fréquence du fondamentale (Hz)	82,5	110	147	196	247	330
Diamètre (mm)	1,12	0,89	0,70	0,55	0,35	0,25

Q5. Déterminer par analyse dimensionnelle l'expression de la célérité de l'onde le long de la corde en fonction de la masse linéique (c'est-à-dire masse par unité de longueur) et de la tension de la corde (c'est une force).

Q6. Déterminer la relation entre la masse volumique, la masse linéique de la corde, la longueur de la corde et le diamètre de la corde. En déduire l'expression de la norme de la tension d'une corde T en fonction de ρ, π, d, L et de la fréquence ν_1 du mode fondamental. Calculer numériquement les tensions nécessaires pour que la guitare soit accordée. Comparer à la tension usuelle d'un cordage de raquette de tennis, qui est de « 25 kg » (c'est-à-dire égale au poids d'une masse de 25 kg).

Exercice n°3 Flûte, clarinette et battements

Flûtiste et physicienne, Josiane enregistre le son émis par sa flûte lorsqu'elle joue un La_4 puis en réalise l'analyse spectrale.

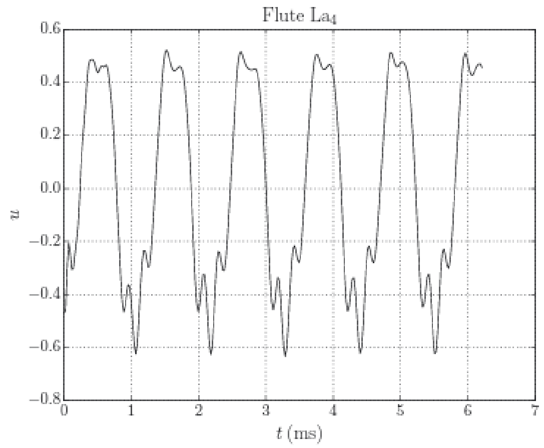


FIGURE 5

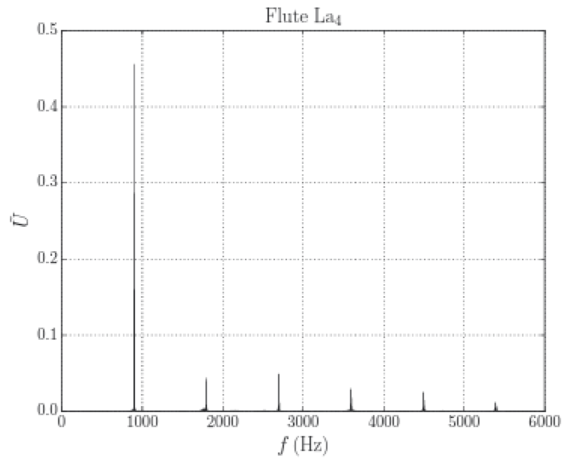


FIGURE 6

Également clarinettiste, elle souhaite ensuite vérifier l'accord de sa clarinette en jouant un Do_3 (de fréquence théorique 256 Hz) qu'elle superpose avec le son émis par un diapason de fréquence 256 Hz. L'enregistrement du son ainsi que l'analyse spectrale se trouvent ci-dessous.

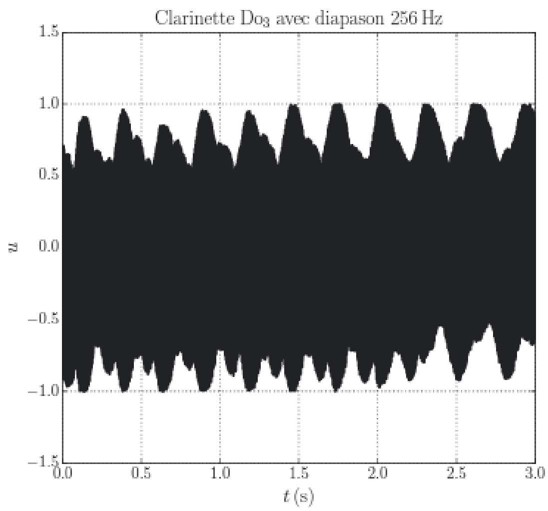


FIGURE 7

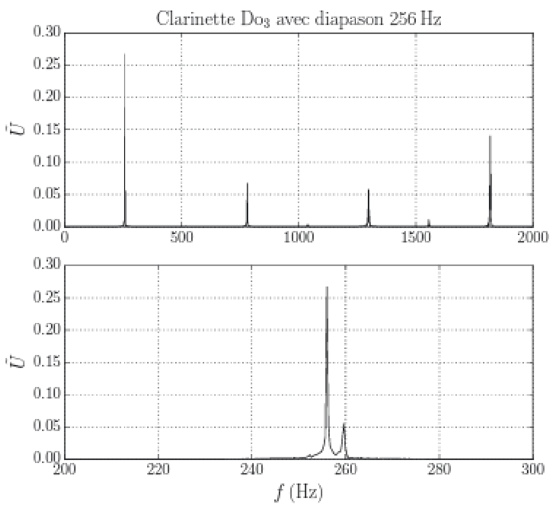


FIGURE 8

Q1. À la lumière des figures 1 et 2, peut-on dire que le son émis par la flûte est périodique ? Dans l'affirmative, déterminer sa période T puis sa fréquence f à l'aide de la figure 1. Retrouver le résultat à l'aide de la figure 2.

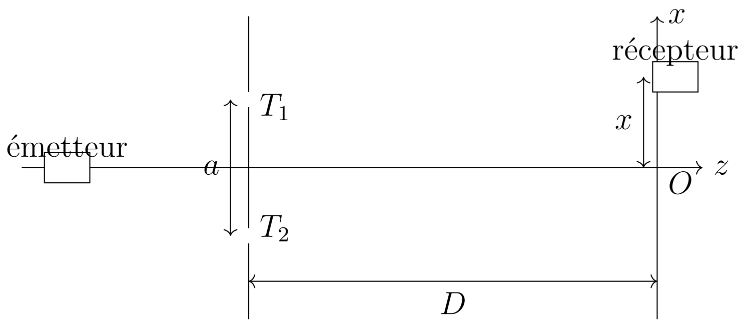
Q2. Quel phénomène est mis en évidence sur la figure 3 ? La clarinette est-elle correctement accordée ?

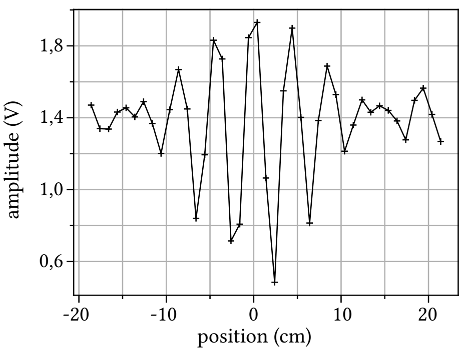
Q3. Utiliser la figure 3 pour déterminer l'écart de fréquence Δf entre le fondamental joué par Josiane et le diapason. Peut-on connaître le signe de Δf de cette façon ?

Q4. La figure 4 montre le spectre du signal, sur une large gamme spectrale en haut et au voisinage de la fréquence fondamentale en bas. Quels enseignements pouvez-vous tirer de ce spectre ?

Exercice n°4 Mesure de la vitesse du son avec des trous de Young

On considère un dispositif composé de deux trous de Young percés dans un écran opaque et séparés d'une distance $a = 10,0$ cm. Une onde ultrasonore de fréquence $f = 40$ kHz est envoyée en direction des trous. L'amplitude de l'onde en sortie des trous est mesurée en utilisant un récepteur qui peut être translaté suivant un axe Ox parallèle à la direction des trous et situé à une distance $D = 50,0$ cm du plan des trous. Le dispositif expérimental est représenté ci-dessous.





Q1. Établir l'expression de la différence de marche au niveau du récepteur, en supposant la condition $D \gg a, x$ vérifiée.

Q2. En déduire le déphasage et exprimer l'amplitude de l'onde résultante au niveau du récepteur.

Q3. Établir l'expression de l'interfrange sur l'axe (Ox).

Le résultat de la mesure de l'amplitude du signal électrique délivré par le récepteur en différentes positions sur l'axe Ox est représenté ci-dessus.

Q4. Estimer la valeur de l'interfrange.

Q5. En déduire une estimation de la célérité du son dans l'air.

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°5 Double haut-parleur

Deux haut-parleurs identiques sont placés face-à-face, séparés d'une distance $d = 120$ cm. Ils émettent le même son, sinusoïdal, de même fréquence $f = 1600$ Hz, de même amplitude et en phase.
On donne la célérité des ondes sonores dans l'air (à 9 °C) : $c \approx 336\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
On place un microphone sur l'axe reliant les deux haut parleurs. En déplaçant ce microphone, l'amplitude du signal reçu varie.

Q1. Exprimer les deux signaux émis par les deux haut-parleurs en un point M quelconque, d'abscisse x.

Q2. Exprimer le déphasage entre les deux ondes interférant au niveau du microphone.

Q3. Déterminer les positions où se produisent des interférences constructives, puis destructives.

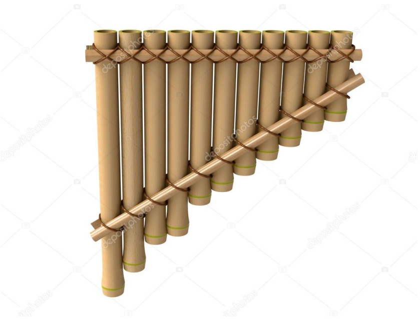
Q4. Le micro est placé (sur l'axe liant les haut-parleurs) à 39 cm d'un haut-parleur. L'amplitude reçue est-elle maximale ? minimale ? quelconque ?

Q5. En repartant de Q1, montrer que l'onde résultante peut s'écrire sous la forme $s(x,t) = f(x) \times g(t)$. Comment s'appelle une telle onde ?

Q6. Montrer qu'il existe des nœuds de pression, c'est-à-dire des points où on n'entend aucun son à tout instant.

Exercice n°6 Flûte de pan

La flûte de Pan est un instrument de musique à vent composé d'un ensemble de tuyaux sonores de longueurs différentes assemblés par des ligatures. Chaque tuyau possède une extrémité à l'air libre et l'autre est fermée.



Les sons émis sont produits par les vibrations des colonnes d'air contenues dans les différents tuyaux. La hauteur du son émis dépend de la longueur du tuyau : un long tuyau produit un son plus grave qu'un tuyau court.
Nous considérons l'un des tuyaux, fermé en $x = 0$ et ouvert en $x = L$, et cherchons une solution de type stationnaire pour la surpression acoustique dans ce tuyau : $p(x,t) = p_0 \cos(kx + \varphi)\cos(\omega t + \varphi')$ où ω est la pulsation de l'onde et $\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$ sa longueur d'onde.
La célérité du son dans l'air est $c = 342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Q1. Qu'appelle-t-on nœuds et ventres de vibration ?

En $x = 0$, à l'extrémité fermée des tuyaux de la flûte de pan se situe un ventre de vibration, tandis qu'en $x = L$, à l'extrémité ouverte des tuyaux (où on souffle) se situe un nœud de vibration.

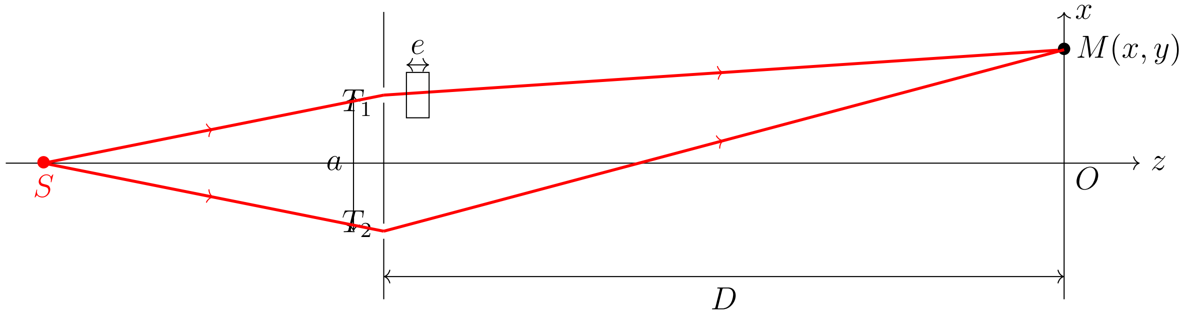
Q2. Quelles sont des fréquences propres du tuyau ?

Q3. Quelle longueur L doit posséder le tuyau pour émettre un Do_3 de fréquence 262 Hz ?

Q4. Montrer que deux nœuds ou deux ventres successifs sont distants de $\lambda/2$, un nœud et un ventre successifs sont distants de $\lambda/4$.

Exercice n°7 Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre

On considère un dispositif de trous de Young composé de deux trous T_1 et T_2 séparés d'une distance $a = 100\ \mu\text{m}$. Ce dispositif est éclairé par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 532$ nm située sur l'axe optique. La figure d'interférence est observée sur un écran situé à une distance $D = 1,00$ m du plan des trous.
Une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e inconnue et d'indice $n_v = 1,57$ est positionnée en sortie du trou T_1. L'indice optique de l'air est supposé égal à $n_0 = 1$.
Dans toute la suite, on se place dans l'approximation paraxiale $x \ll D$, $a \ll D$ et on suppose que $e \ll D$ si bien qu'en première approximation, on considère que le rayon lumineux traverse la lame perpendiculairement à ses faces.



Q1. Définir la différence de marche $\delta(M)$ au point M. Montrer que $\delta(M) = n_0(T_2M - T_1M) - (n_v - n_0)e$
Dans la suite, on prendra $n_0 = 1$.

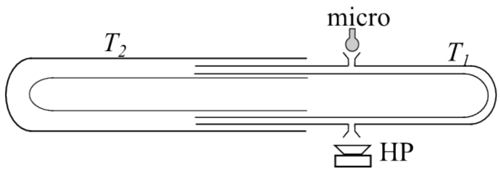
Q2. En déduire l'expression de la différence de marche en fonction de a, x, D, n_v et e.

Q3. Déterminer la position x_c sur l'écran de la frange centrale correspondant à $\delta(M) = 0$.
De quelle distance s'est déplacée cette frange par rapport au cas où la lame est absente ?

Q4. Exprimer l'épaisseur e de la lame en fonction de x_c, a, n_v et D. Faire l'AN pour $x_c = 28,5$ cm.

Q5. Expliquer pourquoi en réalité la position de la frange centrale ne peut être connue que modulo l'interfrange i.
Qu'est-ce que cela implique sur e ? L'expérience vous paraît-elle réalisable ?

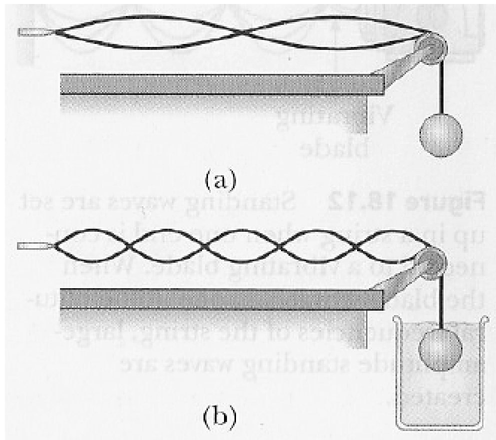
Exercice n°8 Trombone de Koenig



Le trombone de Koenig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents.
Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son de fréquence $f = 1500$ Hz.
On mesure le signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope.
En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé. Elle passe deux fois de suite par une valeur minimale lorsqu'on déplace T_2 de $d = 11,5$ cm
Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20°C (température de l'expérience)

III Résolution de problèmes

Exercice n°9 Corde vibrante et rayon d'une sphère



Une corde horizontale est attachée à l'une de ses extrémités par une lame vibrante. À l'autre extrémité, la corde passe par une poulie et est reliée à une sphère de masse $m = 2,00$ kg.
La corde oscille selon le mode propre de rang 2 (seconde harmonique).
Ensuite la sphère est totalement immergée dans un récipient d'eau. Dans cette configuration, la corde oscille selon le mode propre de rang 5.

Que vaut le rayon R de la sphère ?

Donnée : La célérité d'une onde dans une corde vibrante est donnée par $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, où T est la tension de la corde et μ sa masse par unité de longueur.