? À rendre le mercredi 10 septembre 2025

Devoir Maison n°1 : Halo solaire – *Corrigé*

I La réfraction de la lumière

On étudie la situation, représentée sur la figure 1 suivante, de la réfraction et de la réflexion de la lumière.
Un rayon lumineux incident arrive sur un dioptre qui sépare deux milieux d'indices optiques n_1 et n_2.
On note θ_1 l'angle d'incidence du rayon incident, θ_1' l'angle que le rayon réfléchi fait avec la normale au dioptre, et θ_2 l'angle que le rayon réfracté fait avec cette même normale.
Les angles considérés sont algébriques ; le sens positif, qui correspond au sens trigonométrique, est défini sur la figure 1 avec le symbole $\oplus$.

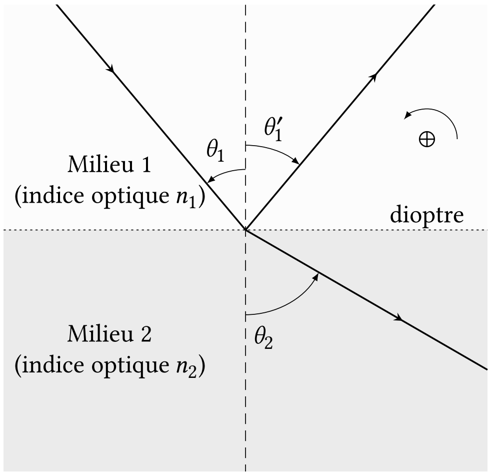


FIGURE 1 – Réflexion et réfraction de la lumière par un dioptre ($n_2 < n_1$).

R1. Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes.

> **Solution:**
> **1)** Les rayons réfléchi et réfracté appartiennent au plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.
> **2)** L'angle d'incidence θ_1 et l'angle de réflexion i_1' sont opposés : $\theta_1' = -\theta_1$
> **3)** L'angle d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont reliés par : $n_1 \times \sin(\theta_1) = n_2 \times \sin(\theta_2)$

R2. Montrer que, dans le cas où $n_2 < n_1$, si θ_1 est supérieur à une valeur θ_ℓ, l'énergie véhiculée par le rayon incident est totalement réfléchie par le dioptre. Nommer cette situation.
Exprimer θ_ℓ en fonction de n_1 et n_2.

> **Solution:** D'après la loi de la réfraction $n_1 \times \sin(\theta_1) = n_2 \times \sin(\theta_2)$, soit $\sin(\theta_2) = \dfrac{n_1}{n_2}\sin(\theta_1)$, or $\dfrac{n_1}{n_2} > 1$ et pour que θ_2 existe, il faut que $\dfrac{n_1}{n_2}\sin(\theta_1) < 1$, soit $\sin(\theta_1) < \dfrac{n_2}{n_1} < 1$.
> Ainsi si $\theta_1 > \theta_\ell = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$, l'angle θ_2 n'existe pas. Il y a réflexion totale : l'énergie du rayon incident est entièrement réfléchie.
> $$\boxed{\theta_\ell = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)}$$

R3. Dans le cas d'un dioptre séparant la glace (milieu 1) de l'air (milieu 2), calculer la valeur de θ_ℓ en degrés.

> **Solution:** A.N : $\underline{\theta_\ell = 49,8°}$

II Le halo solaire

La figure 2 donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier ($ABCDEF$).
Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) avec un angle d'incidence variable i. On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal.

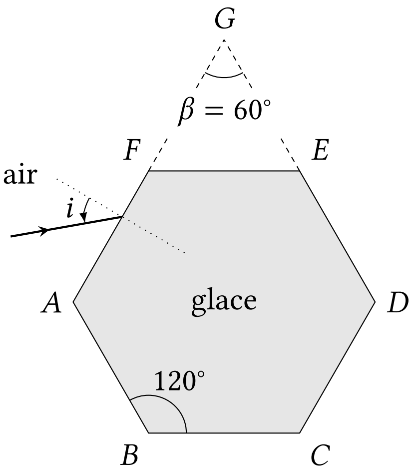
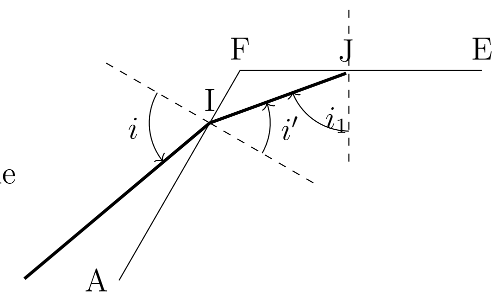


FIGURE 2 – Représentation de la section droite d'un cristal de glace et d'un rayon lumineux incident sur la face (AF) du cristal.

R4. Justifier que le rayon lumineux qui émerge du cristal ne peut pas sortir par la face (EF)*.

Solution:

D'après la loi de Snell-Descartes sur la face AF en I :
$n_a \sin(i) = n_g \sin(i')$
Considérons le rayon qui arrive sur la face FE en J avec un angle d'incidence $i_1 < 0$.



La somme des angles (définis dans le sens trigonométrique positif) dans le triangle FIJ vaut 180°.
En faisant attention aux orientations :

$$\begin{aligned}
120° + (90 - i') + (90 + i_1) &= 180° \\
-i' + i_1 &= -120° \\
i_1 &= -120 + i' \\
\text{or } \sin(i') &= \frac{\sin(i)}{n_g} < \frac{1}{n_g} \\
i' &< 49,8° \\
i_1 &< -120 + 49,8 \\
i_1 &< -70,2 \\
|i_1| &> 70,2°
\end{aligned}$$

Or d'après R3, le rayon sera totalement réfléchi. Ainsi un rayon arrivant sur la face (EF) est nécessairement totalement réfléchi.

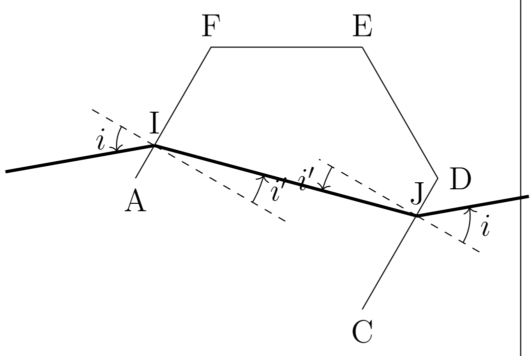
R5. Justifier qu'un rayon lumineux qui émerge par la face (CD) est parallèle au rayon lumineux incident et n'est donc pas dévié par le cristal de glace†.

*. Comprendre la question « entre les lignes » : on vous demande de montrer qu'un rayon arrivant sur la face (EF) est nécessairement totalement réfléchi. Pour cela : montrer que l'an de réfraction sur AF est nécessairement supérieure à ..., et en déduire que l'angle d'incidence sur (EF) est supérieur à l'angle limite déterminé précédemment.

†. S'aider d'un schéma, et du fait que les faces (AF) et (CD) sont ...

Solution:

Dans l'hexagone régulier, les faces opposées AF et CD sont parallèles. Ainsi, l'angle d'incidence i' sur le dioptre CD est égal à l'angle de réfraction $'$ sur le dioptre AF. Par conséquent, le rayon émergera du cristal avec le même angle i que l'angle d'incidence. Le rayon émergeant sera donc parallèle au rayon incident.



On considère le rayon émergent par la face (DE). Les faces (AF) et (DE) sont analogues aux faces d'un prisme de sommet G, d'angle au sommet β égal à 60° et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir n_g (voir figure 3).

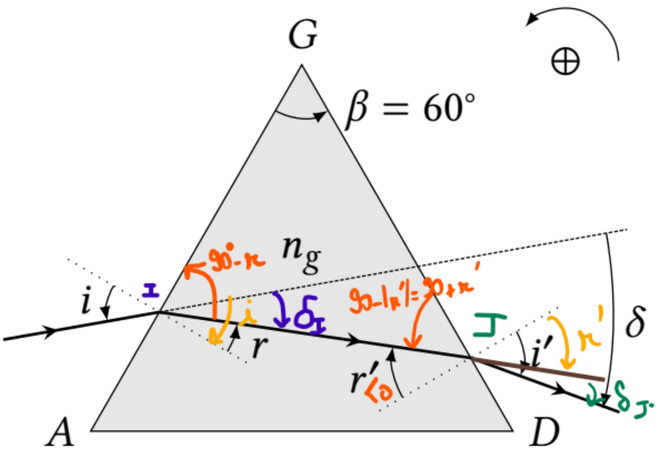


FIGURE 3 – Déviation du rayon lumineux incident par le prisme (ADG) d'indice optique n_g

Les différents angles sont définis sur la figure 3. On les oriente selon la convention suivante : les angles qui correspondent à une rotation dans le sens trigonométrique sont comptés positivement. Le sens trigonométrique est rappelé par une flèche courbe sur la figure 3, associée au symbole $\oplus$.

On note δ l'angle qui mesure la déviation du rayon incident après sa traversée du prisme. Les différents angles sur la figure 3 ont les signes suivants : $i > 0$, $r > 0$, $i' < 0$, $r' < 0$ et $\delta < 0$.

R6. Donner les relations qui lient i, r et n_g d'une part ; i', r' et n_g d'autre part.

Solution:
D'après la loi de Snell-Descartes de la réfraction sur le dioptre d'entrée (en I) : $\sin(i) = n_g \sin(r)$
De même en sortie (en J) : $\sin(i') = n_g \sin(r')$

La suite est facultative : conseillée si vous vous sentez plutôt à l'aise.

R7. Établir que : $\beta = r - r'$ et que $\delta = -i + r - r' + i'$.

Solution: La somme des angles orientés dans le sens trigonométrique dans un triangle vaut 180 °, dans le triangle IJG :

$$\begin{aligned} \beta + 90 - r + (90 + r') &= 180 \\ \beta + 90 - r + 90 + r' &= 180 \\ \beta - r + r' &= 0 \\ \beta &= r - r' \end{aligned}$$

L'angle de déviation δ est la somme de l'angle de déviation en entrée et en sortie :

$$\begin{aligned} \delta &= \underbrace{\delta_I}_{<0} + \underbrace{\delta_J}_{<0} \\ &= \underbrace{-(i-r)}_{i>r} + \underbrace{(i'-r')}_{|i'|>|r'| \Rightarrow i'<r'} \\ &= i' - i + r - r' \end{aligned}$$

R8. La figure 4 montre les variations de la valeur absolue de la déviation $|\delta|$ en fonction de l'angle d'incidence. On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue lorsque $i = -i'$.
En déduire que dans cette configuration : $r = \beta/2$ et $\sin i = n_g \sin(\beta/2)$

Solution: Si $i = -i'$, alors $r = -r'$, donc $\beta = 2r = -2r'$, donc $r = \dfrac{\beta}{2}$.
Et d'après la relation de Snell-Descartes à l'entrée : $\sin(i) = n_g \sin(\beta/2)$

R9. La figure 4 montre que la valeur minimale de $|\delta|$ est approximativement égale à 22°. Retrouver ce résultat par le calcul.

Solution: D'après les relations précédentes : $r = 30°$
Donc $i = \arcsin(n_g \sin(30)) = 40,9°$
D'après l'expression de $\delta = -21,8° \approx -22°$

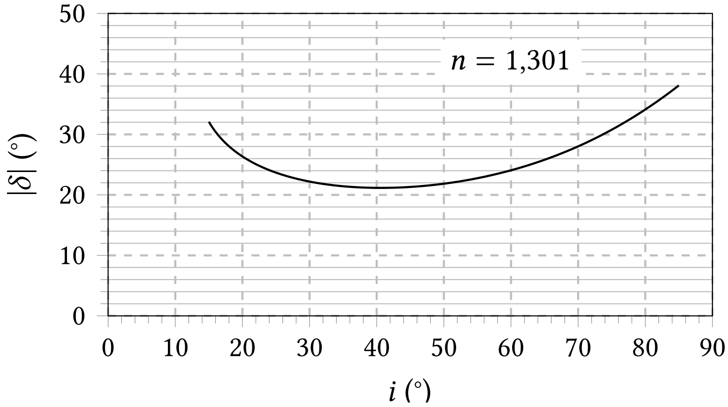


FIGURE 4 – Valeur absolue de la déviation du rayon lumineux en fonction de l'angle d'incidence.

R10. Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de 22° autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.

Solution: D'après la courbe ci-dessus, pour des angles d'incidence compris entre 30 °et 50 °, l'angle de déviation est de l'ordre de 22 ° : ainsi il y a une accumulation de lumière dans cette direction.

R11. L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde. On observe que le halo solaire est irisé (l'irisation est la production des couleurs de l'arc-en-ciel par décomposition de la lumière du soleil) : de l'intérieur vers l'extérieur du halo, les couleurs observées varient du rouge au bleu. Préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

Solution: Les rayons provenant du soleil arrivent parallèlement entre eux.

Angle de déviation : $\delta = i' - i + r - r' = 2r - 2i = \beta - 2\arcsin(n_g \sin(\beta/2))$

Or $\lambda_B < \lambda_R$, donc $n_g(\lambda_B) > n_g(\lambda_R)$, soit $\delta_B < \delta_R$, donc $|\delta_B| > |\delta_R|$

Ainsi les rayons bleus arrivent à l'œil avec un angle plus important et semblent donc venir de l'extérieur du halo.