Lundi 23 septembre 2024
Devoir Surveillé n°1 – *Corrigé*

Chapitres concernés

— Optique géométrique

Consignes générales :

— Faites des SCHÉMAS ! ! ! !

— Chaque calcul doit être introduit par une phrase/des mots : « D'après la loi ... » , « D'après l'énoncé » , « D'après la définition » , « D'après la question ... »

— Exprimer la grandeur demandée en LITTÉRAL, avant de passer aux valeurs numériques.

— $\boxed{\text{ENCADRER : grandeur = expression littérale}}$

Exercice n°1 Tracés d'images *()*

— Les rayons incidents sont AVANT la lentille, en trait plein. Si besoin, on les prolonge en pointillés après.

— Les rayons incidents passent par l'objet réel.

— Les prolongements des rayons incidents passent par l'objet virtuel : l'objet virtuel est donc sur le prolongement des rayons incidents.

— Les rayons émergents sont APRÈS la lentille, en trait plein. Si besoin, on les prolonge en pointillés avant.

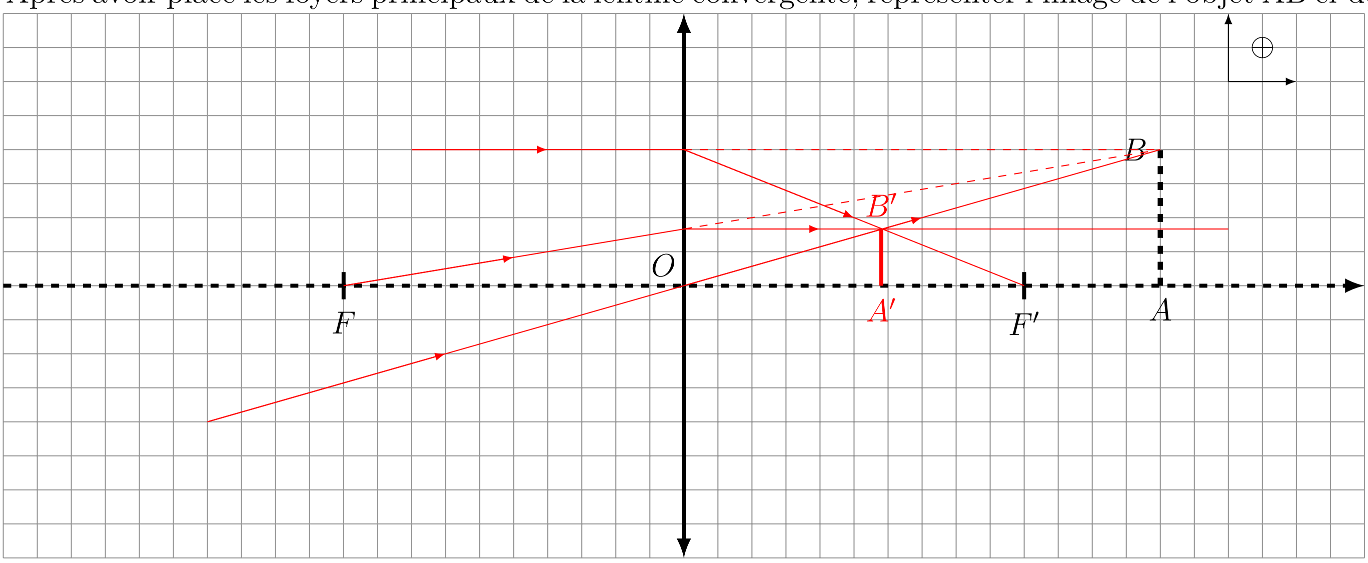
— Les rayons émergents passent par l'image réelle.

— Les prolongements des rayons émergents passent par l'image virtuelle : l'image virtuelle est donc sur le prolongement des rayons émergents.

Il ne s'agit pas seulement de trouver la position de l'image, mais bien de tracer les rayons qui existent pour la trouver.

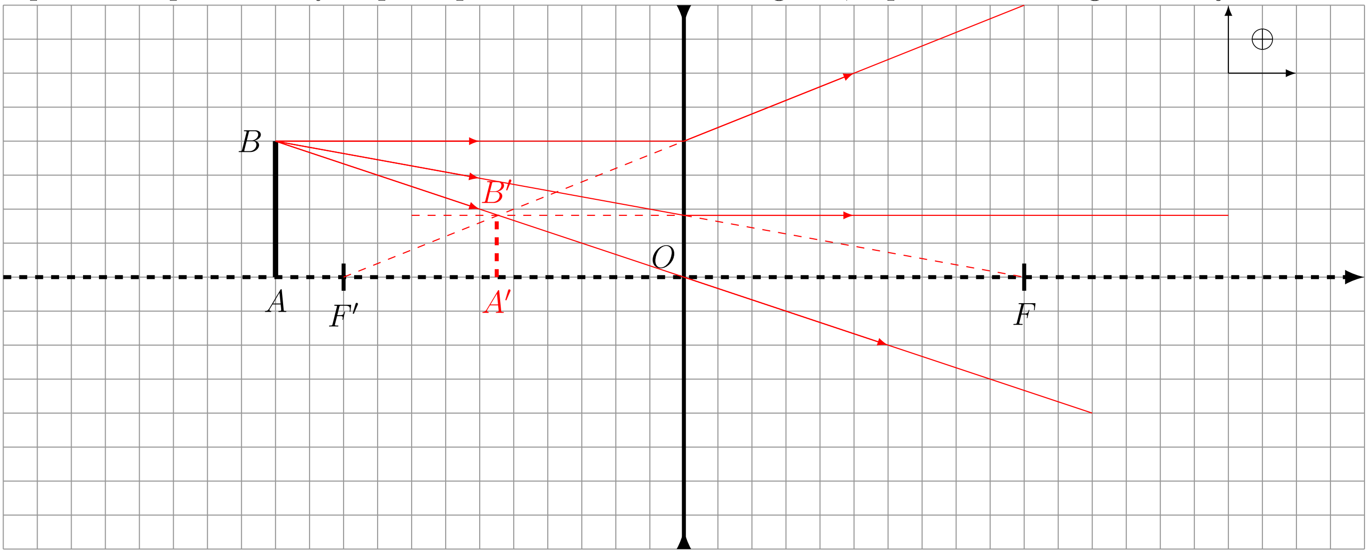
Un rayon incident passant par F' est un rayon QUELCONQUE !

R1. Après avoir placé les foyers principaux de la lentille convergente, représenter l'image de l'objet AB ci-dessous.



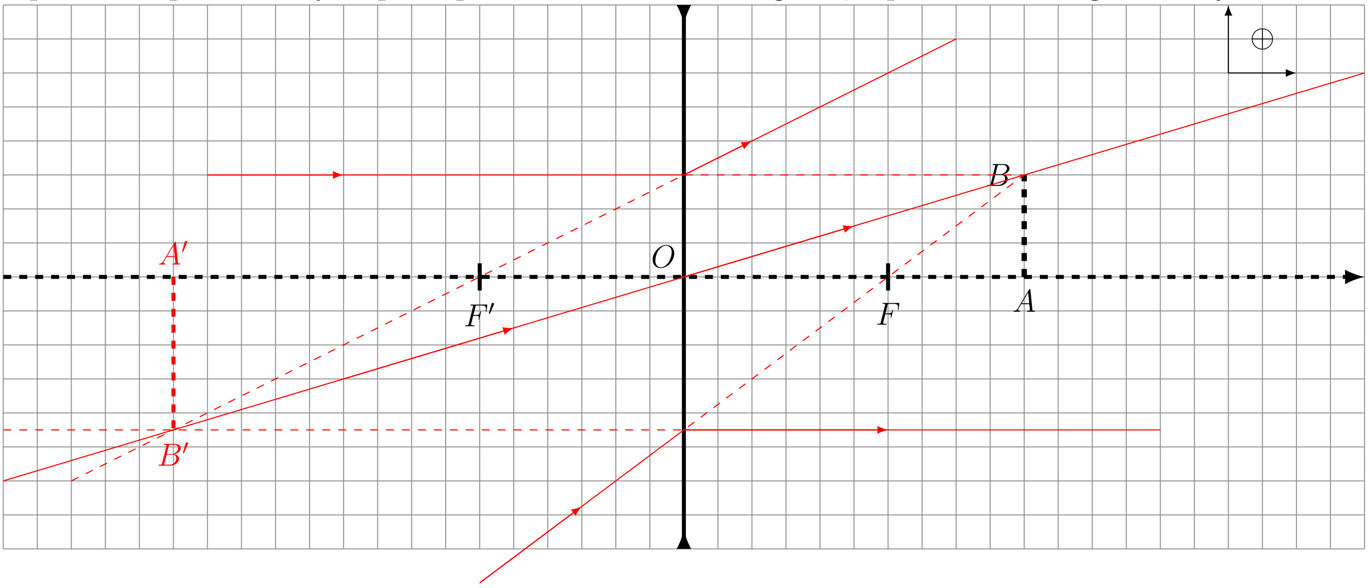
Que peut-on dire de l'objet et l'image ?
○ Objet réel √ **Objet virtuel** √ **Image réelle** ○ Image virtuelle
Que peut-on dire du grandissement transversal ? √ $\gamma > 0$ ○ $\gamma < 0$ ○ $|\gamma| > 1$ √ $|\gamma| < 1$

R2. Après avoir placé les foyers principaux de la lentille divergente, représenter l'image de l'objet AB ci-dessous.



Que peut-on dire de l'objet et l'image ?
√ **Objet réel** ○ Objet virtuel ○ Image réelle √ **Image virtuelle**
Que peut-on dire du grandissement transversal ? √ $\gamma > 0$ ○ $\gamma < 0$ ○ $|\gamma| > 1$ √ $|\gamma| < 1$

R3. Après avoir placé les foyers principaux de la lentille divergente, représenter l'image de l'objet AB ci-dessous.



Que peut-on dire de l'objet et l'image ?
○ Objet réel √ **Objet virtuel** ○ Image réelle √ **Image virtuelle**
Que peut-on dire du grandissement transversal ? ○ $\gamma > 0$ √ $\gamma < 0$ √ $|\gamma| > 1$ ○ $|\gamma| < 1$

Exercice n°2 Relations de conjugaison et de grandissement *()*

R4. **Donner** les relations de conjugaison de Descartes et de Newton, ainsi que les relations de grandissement avec origine au centre optique et aux foyers.

Solution: Pour un objet AB transverse avec A situé sur l'axe optique conjugué avec l'image $A'B'$ par une lentille mince de centre optique O, de foyer principal objet F, de foyer principal image F' et de distance focale f' : $A \xrightarrow{\mathscr{L}(O,f')} A'$

Relations	... de conjugaison	... de grandissement
... avec origine au centre (de Descartes)	$\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$	$\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
... avec origine aux foyers (de Newton)	$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2$	$\gamma = \dfrac{\overline{F'A'}}{-f'} = \dfrac{f'}{\overline{FA}}$

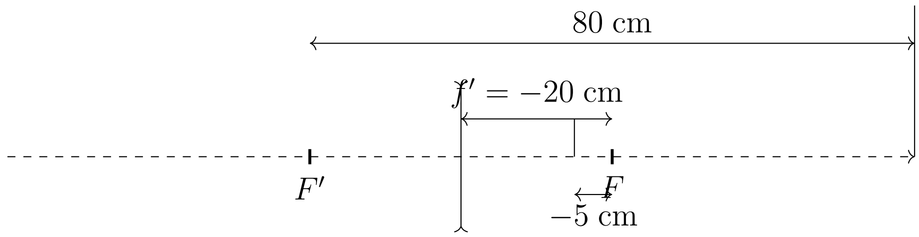
On utilise une lentille divergente de distance focale $f' = -20$ cm, et on obtient une image de même sens et quatre fois plus grande que l'objet.

R5. Que vaut le grandissement transversal γ ?

Solution: L'image est de même sens que l'objet, donc $\gamma > 0$, donc $\boxed{\gamma = +4}$

R6. **Exprimer** $\overline{FA}$ en fonction de f', puis $\overline{OA}$. Faire l'application numérique. Quelle est la nature de l'objet ?
Exprimer $\overline{F'A'}$ en fonction de f', puis $\overline{OA'}$. Faire l'application numérique. Quelle est la nature de l'image ?

Solution:



- D'après la relation de grandissement de Newton : $\gamma = \dfrac{\overline{F'A'}}{-f'} = 4$, soit $\boxed{\overline{F'A'} = -4f'}$

  A.N. : $\overline{F'A'} = 80$ cm

  Pensez à la relation de Chasles !
- Avec la relation de Chasles : $\overline{OA'} = \overline{OF'} + \overline{F'A'}$, soit $\boxed{\overline{OA'} = f' + \overline{F'A'} = 60 \text{ cm} > 0}$, l'image est donc réelle car située après la lentille.
- D'après la relation de grandissement de Newton : $\gamma = \dfrac{f'}{\overline{FA}}$, soit $\boxed{\overline{FA} = \dfrac{f'}{4}}$

  A.N. $\overline{FA} = -5$ cm
- Chasles à nouveau !

  Avec la relation de Chasles : $\overline{OA} = \overline{OF} + \overline{FA}$, or $\overline{OF} = -\overline{OF'}$,

  $\boxed{\overline{OA} = -f' + \overline{FA} = 15 \text{ cm} > 0}$: l'objet est situé après la lentille, donc il est virtuel

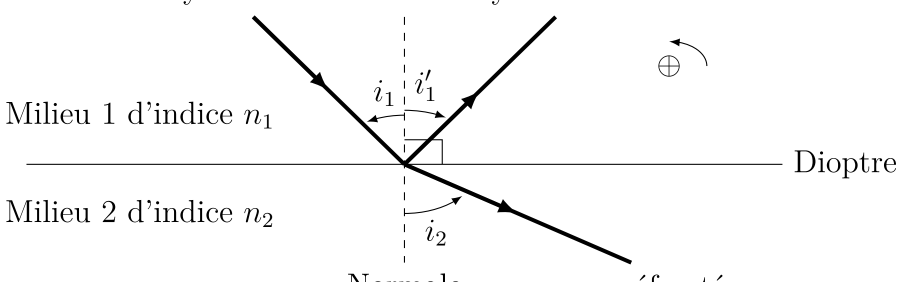
ATTENTION : $f' = \overline{OF'} = -\overline{OF}$

Exercice n°3 Observation du Fort Boyard *(D'après Concours E3A PSI 2024)*

Avant de se lancer à l'assaut du Fort, les candidats l'observent depuis l'Île d'Aix à l'aide de jumelles, sommairement modélisées par une paire de lunettes de Galilée. Chaque lunette comprend deux lentilles, l'une plan convexe, l'autre plan concave.

R7. **Rappeler** les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction, au moyen d'un schéma faisant apparaître les grandeurs utiles.

Solution: Loi de Snell-Descartes de la réfraction :



1) À NE PAS OUBLIER ! ! ! Les rayons réfléchi et réfracté appartiennent au plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.

2) L'angle d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont reliés par : $n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$

La loi de la réflexion était hors sujet ici !

R8. La figure 1 représente les lentilles plan convexe et plan concave, taillées dans un verre d'indice optique $n > 1$ et plongées dans l'air d'indice optique $n_{\text{air}} = 1$.

Recopier la figure et **tracer** qualitativement le suivi des rayons au travers du dioptre air/verre, puis du dioptre verre/air. Bien qu'**aucun calcul** ne soit attendu, **détailler la démarche** adoptée en utilisant la réponse à la question R7.

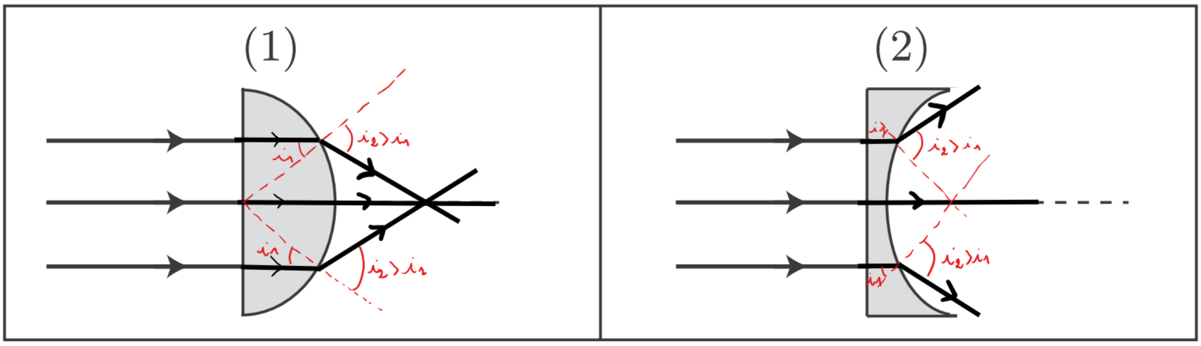


FIGURE 1 – Lentilles plan convexe (1) et plan concave (2)

Solution: Justifier le tracé rapidement, sans s'épancher dans de longues phrases ou de longs calculs. Introduire des angles sur le schéma pour faire le lien avec la loi de Snell-Descartes.

Les rayons incidents parviennent sur le premier dioptre selon la normale, ils ne sont donc pas déviés en entrant dans les lentilles.

En sortant, le rayon passe du verre vers l'air qui est d'indice plus faible. D'après la loi de Snell-Descartes : $n \sin(i_1) = \sin(i_2)$, avec $n > 1$, alors l'angle de réfraction i_2 est alors plus grand que l'angle d'incidence i_1.

R9. **En déduire** la nature, convergente ou divergente, de chaque lentille.

Solution: La lentille (1) est convergente car elle fait converger les rayons sur l'axe. La lentille (2) est divergente car les rayons divergent après la lentille.

Dans la suite, les lentilles sont supposées minces et utilisées dans les conditions de Gauss. Chaque lunette de Galilée est composée d'une lentille ($\mathscr{L}_1$) de distance focale $f'_1 > 0$ constituant l'objectif de la lunette, et d'une lentille ($\mathscr{L}_2$) de distance focale $f'_2 < 0$, telle que $|f'_2| < f'_1$, constituant l'oculaire (voir figure 2). On note respectivement O_1, F_1 et F'_1 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'objectif. De même, on note respectivement O_2, F_2 et F'_2 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'oculaire.

FIGURE 2 – Schéma optique de la lunette de Galilée

La lunette est réglée de façon à donner une image à l'infini d'un objet à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue. Dans ces conditions, la lunette est dite afocale.

R10. **Préciser et justifier** la position relative des foyers des lentilles.
En déduire l'encombrement $\ell = O_1O_2$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.

Solution: Attention à la LECTURE / COMPRÉHENSION de l'ÉNONCÉ.
La position de F/F' avant/après n'était pas du tout l'objet de la question ! Ce sont les propriétés des lentilles, mais n'indiquent pas du tout comment il faut placer les deux lentilles l'une par rapport à l'autre pour avoir un système afocal.
Une JUSTIFICATION PRÉCISE est INDISPENSABLE ici ! ! !
ATTENTION aux définitions des foyers principaux objet et image !
Quelque soit la nature de la lentille convergente/divergente, F et F' ont la même définition et les mêmes propriétés ! !

Rédaction attendue, en TROIS étapes :

1. L'image par $\mathscr{L}_1$ du fort, situé à l'infini se forme dans le plan focal image de la lentille $\mathscr{L}_1$.
2. L'image finale doit se former à l'infini pour pouvoir observer sans fatigue, pour cela, il faut que l'image intermédiaire se forme dans le plan focal OBJET de $\mathscr{L}_2$.
3. $\boxed{\text{Par conséquent, } F'_1 \text{ et } F_2 \text{ doivent être confondus.}}$ C'est cela qui répond à « la position relative des foyers des lentilles »

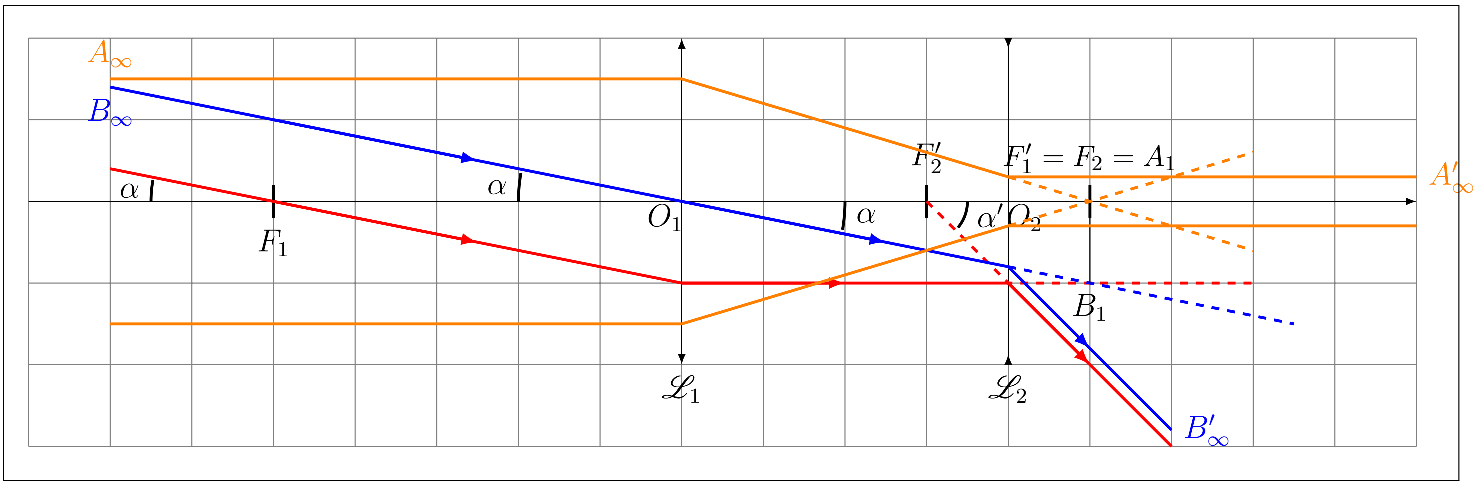
Distance entre les deux lentilles :

$$\begin{aligned} \ell &= \overline{O_1O_2} \\ &= \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} \quad \text{Chasles} \\ &= \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} \\ &= f'_1 + f'_2 \end{aligned}$$

or $f'_2 < 0$, donc $f'_2 = -|f'_2|$, donc $\boxed{\ell = f'_1 - |f'_2|}$

R11. **Recopier** le schéma de la figure 2 et **poursuivre le tracé** des rayons incidents parallèles faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' avec l'axe optique.

Solution: Ce sont F'_1 et F_2 qui sont confondus !
Tracer le rayon incident qui passe par F_1.
L'image finale est à l'infini si l'image intermédiaire est dans le plan focal OBJET de la lentille oculaire (qu'elle soit convergente ou divergente).
Avec A à l'infini sur l'axe optique, et B à l'infini hors de l'axe optique.



R12. L'image du Fort à travers les jumelles apparaît-elle droite (=de même sens) ou renversée par rapport au Fort observé à l'œil nu ? **Justifier**.

Solution: Les rayons sortent de la lunette dans le même sens que les rayons incidents : les rayons se dirigeant vers B'_∞ arrive du haut, de même que les rayons venant de B_∞. Par conséquent l'image apparaît droite par rapport au Fort observé à l'œil nu.

R13. En se plaçant dans les conditions de Gauss, les angles α et α' sont petits ; **déterminer** (=**établir**) l'expression du grossissement de la lunette $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.

Solution: Raisonner uniquement en valeur absolue.

Dans $O_1A_1B_1$ rectangle en A_1 : $\tan(\alpha) = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$

or $\alpha \ll 1$ rad, donc $\tan\alpha \approx \alpha$, donc $\alpha \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

Dans $O_2A_1B_1$ rectangle en A_1 : $\tan(\alpha') = \dfrac{A_1B_1}{|f'_2|}$

or $\alpha' \ll 1$ rad, donc $\alpha' \approx \dfrac{A_1B_1}{|f'_2|}$.

Ainsi $\boxed{G = \dfrac{f'_1}{|f'_2|}}$

R14. Compte tenu des valeurs de grossissement et d'encombrement données ci-dessous, **calculer** la valeur des distances focales f'_1 et f'_2.

Solution: D'après les questions précédentes : $\ell = f'_1 - |f'_2|$ et $G = \dfrac{f'_1}{|f'_2|}$

Soit $\ell = G|f'_2| - |f'_2|$, soit $\boxed{|f'_2| = \dfrac{\ell}{G-1} = 1,3 \text{ cm}}$, soit $f'_2 = -1,3$ cm < 0

$\boxed{f'_1 = G|f'_2| = 26 \text{ cm}}$

On observe le Fort, de hauteur h, depuis l'île d'Aix située à une distance d.

R15. Sous quel angle le Fort est-il observé à l'œil nu ? Sous quel angle est-il observé à travers les jumelles ? Vérifier la validité des conditions de Gauss.

Solution: Aucune référence à la limite de résolution angulaire n'était faite ici.

À l'œil nu, $\tan(\alpha) = \dfrac{h}{d}$, soit $\boxed{\alpha = \arctan\left(\dfrac{h}{d}\right) = 0,0067 \text{ rad} \ll 1 \text{ rad}}$

ATTENTION $\boxed{\tan(\alpha) \approx \alpha \text{ valable en RADIAN uniquement}}$

À travers la lunette, $\alpha' = G\alpha = 0,13 \text{ rad} \ll 1 \text{ rad}$

L'approximation de Gauss est valable.

Exercice n°4 Lampes à fibres optiques *()*

Une fibre optique est constituée de deux cylindres coaxiaux : le cœur d'indice n_1 et la gaine autour d'indice n_2. À part dans la dernière question, nous considèrerons la fibre optique rectiligne.

FIGURE 3 – Fibre optique

La lumière provient de l'air d'indice que nous prendrons égal à 1, et parvient sur la fibre avec un angle d'incidence α.

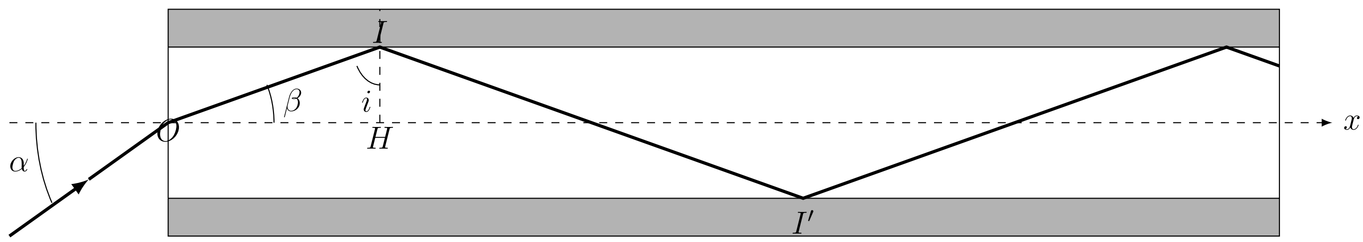
On notera β l'angle de réfraction à l'entrée de la fibre et i l'angle d'incidence sur le dioptre cœur/gaine.

R16. Quel est le nom du phénomène qui permet de « piéger » la lumière à l'intérieur de la cœur ?
À quelle condition sur les indices n_1 et n_2 est-ce possible ?
Recopier le schéma de la fibre optique et **prolonger** le rayon à l'intérieur de la fibre. **Indiquer les angles** α, β et i sur le schéma.

Solution: C'est le phénomène de $\boxed{\text{réflexion totale}}$ qui permet de guider la lumière dans la fibre sans perte d'énergie au cour du parcours. La totalité de l'énergie du faisceau incident est réfléchie, il n'y a pas de lumière transmise.

Pour qu'il puisse se produire une réflexion totale, il faut que $\boxed{n_2 < n_1}$

En entrant dans la fibre, le rayon passe de l'air à un milieu plus réfringent, il se rapproche donc de la normale (axe (Ox)), puis arrivant sur le dioptre en I, le rayon est totalement réfléchi selon la loi de Descartes de la réflexion, il arrive sur le dioptre en I' avec le même angle qu'en I, il se produit donc également une réflexion totale ...



R17. **Établir** l'inégalité vérifiée par $\sin(i)$ (i est l'angle d'incidence sur le dioptre cœur/gaine) en fonction de n_1 et n_2, pour qu'il n'existe pas de rayon réfracté dans la gaine.

Solution:

Au niveau du dioptre cœur/gaine, il y a réflexion totale si l'angle d'incidence i est supérieur à l'angle limite i_ℓ, avec i_ℓ tel que l'angle de réfraction vaut $\pi/2$.

D'après la loi de Snell-Descartes (dans le cas limite) : $n_1 \sin(i_\ell) = n_2 \sin(\pi/2)$.

La condition s'écrit $\boxed{\sin(i) > \sin(i_\ell) = \dfrac{n_2}{n_1}}$ (1)

R18. **Établir** la relation entre i et β.

Solution: Dans le triangle OIH rectangle en H : $\beta + i = \dfrac{\pi}{2}$, donc $\boxed{\beta = \dfrac{\pi}{2} - i}$ (2)

Les calculs suivants ont été plutôt bien réalisés MAIS vous l'avez la plupart du temps plaquer sans vous préoccuper des questions, ce qui montre un apprentissage par cœur du calcul sans en saisir les étapes principes.
Les questions doivent être traitées comme elles sont posées, et non comme vous le voulez ! À l'avenir seules les réponses portées dans le bon numéro de question apporteront des points.

R19. **Donner** la relation entre α et β.

Solution: D'après la relation de Snell-Descartes en O : $\boxed{\sin(\alpha) = n_1 \sin(\beta)}$ (3)

R20. En utilisant les trois réponses précédentes, **établir** que l'angle α d'incidence à l'entrée de la fibre optique doit vérifier la condition suivante pour que la lumière reste confinée dans le cœur :

$$\alpha < \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)$$

Solution:
La condition de réflexion totale (1) écrite avec i s'écrit avec β d'après (2) : $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \beta\right) > \dfrac{n_2}{n_1}$

Soit $\boxed{\cos(\beta) > \dfrac{n_2}{n_1}}$ (4)

$\cos(\beta) > \dfrac{n_2}{n_1} \Rightarrow \beta < \arccos\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$ (cos décroissant sur $[0, \pi/2]$).

Soit $\sin(\beta) < \sin\left(\arccos\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)\right)$ (sin croissant sur $[0, \pi/2]$).

D'après (3), on peut écrire que : $\sin(\alpha) < n_1 \sin\left(\arccos\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)\right)$

Soit $\sin(\alpha) < n_1\sqrt{1 - \dfrac{n_2^2}{n_1^2}}$

Le rayon incident peut être guidé tant que α vérifie $\boxed{\alpha < \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)}$

R21. Sur la photo **??**, les fibres optiques sont courbées. Quelle peut en être la conséquence sur le confinement de la lumière ? On pourra s'appuyer sur un ou plusieurs schémas pour comprendre et expliquer ce qu'il peut se passer.

Solution: La courbure de la fibre optique diminue l'angle d'incidence sur le dioptre cœur/gaine qui peut ne plus vérifier la condition de réflexion totale. La lumière est alors réfracté dans la gaine et n'est plus confinée dans le cœur.