

# ? À rendre le jeudi 16 octobre 2025

## Devoir Maison n°4 : Oscillateur harmonique

### 💡 Comment chercher un D.M. ?

- Commencer à chercher le DM, dès le soir de la distribution de l'énoncé.
- Suivre la fiche « Boîte à outils DM& DS », et notamment la check-liste de la présentation/rédaction.
- Avec le chapitre et les exercices ouverts sous les yeux.
- Chercher en groupe.
- En cas de blocage, **poser des questions**, à la fin d'un cours ou par mail : [nvalade.pcsi@gmail.com](mailto:nvalade.pcsi@gmail.com)
- La réponse à un problème de physique doit contenir :
  - des **schémas** grands, clairs et complets ;
  - des **phrases** qui expliquent votre raisonnement ;
  - les calculs **littéraux**, avec uniquement les **grandeurs littérales** définies par l'énoncé (ou par vous-même si elles ne le sont pas par l'énoncé) ;
  - les applications numériques avec un nombre adapté de chiffres significatifs et une **unité**.

### Après avoir récupéré votre copie et le corrigé :

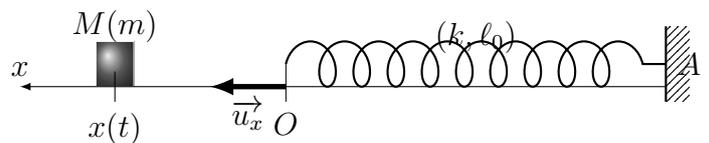
- Reprendre votre copie avec le corrigé afin de comprendre vos erreurs, lire les conseils donnés, ...
- Refaire le DM (si besoin) avant le DS suivant.

Traiter l'un des deux exercices au choix :

- 🎵 Exercice n°1 : difficulté facile à moyenne ;
- 🎵 🎵 🎵 Exercice n°2 : difficulté nettement plus élevée.

### Exercice n°1 Masse percutant un ressort 🎵

Un ressort de longueur à vide  $\ell_0 = 30$  cm et de constante de raideur  $k$  est fixé en  $A$  à une paroi (cf figure ci-contre). Initialement, le ressort est horizontal et à l'équilibre et l'extrémité libre du ressort est initialement en  $O$ .



Un point  $M$  de masse  $m = 200$  g, glisse sans frottement sur l'axe horizontal ( $Ox$ ). Ce point  $M$  percute l'extrémité libre du ressort à l'instant  $t = 0$  et  $M$  reste accroché à cette extrémité pour  $t > 0$ .

À  $t = 0$ , le point  $M$  percute le ressort à la vitesse  $\vec{v}_0 = -v_0 \vec{u}_x$ , avec  $v_0 > 0$ .

Pour tout  $t \geq 0$ , le ressort reste horizontal.

- Q1. Quelle est la longueur prise initialement par le ressort, avant que la masse  $m$  s'y accroche ?
- Q2. Une fois la masse accrochée au ressort, quelle est l'expression de la force  $\vec{f}_{\text{él}}$  exercée par le ressort sur la masse ? On l'**exprimera** en fonction de la constante de raideur, de la longueur instantanée, de la longueur à vide et d'un vecteur unitaire bien choisi.

**Représenter** cette force sur deux schémas distincts : l'un lorsque  $M$  est entre  $O$  et  $A$ , et un autre lorsque  $M$  se situe au-delà de  $O$ .

Q3. Compte-tenu de l'origine de l'axe ( $Ox$ ) donnée par le schéma, **exprimer**  $\vec{f}_{\text{él}}$  en fonction de  $k$ ,  $x$  et de  $\vec{u}_x$ .

Q4. **Établir** l'équation différentielle du mouvement de la masse pour  $t \geq 0$ .

Q5. **Écrire** l'équation différentielle précédente sous la forme canonique suivante :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

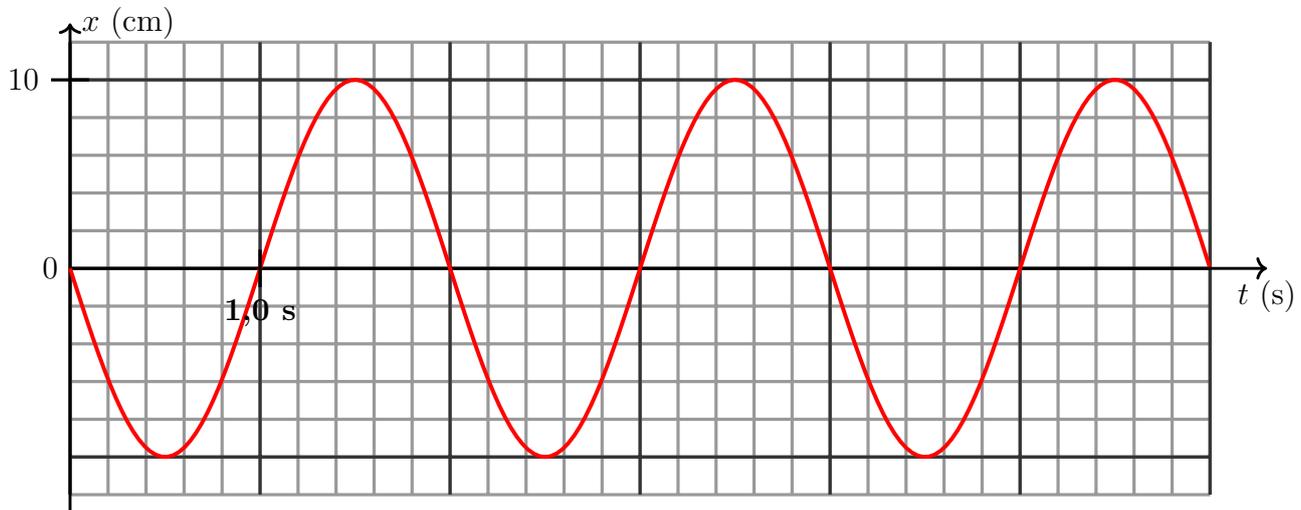
Comment **se nomme** un système régi par une telle équation différentielle ?

**Exprimer**  $\omega_0$  en fonction de  $k$  et  $m$ . Comment **se nomme** cette grandeur ? En **donner** l'unité.

Q6. **Résoudre complètement** l'équation différentielle compte tenu des données de l'énoncé.

Q7. **Exprimer** l'amplitude du mouvement en fonction des données de l'énoncé.

On trace l'évolution de l'abscisse en fonction du temps :



Q8. **À l'aide de mesures graphiques et des données** de l'énoncé, **déterminer** la valeur de la pulsation propre  $\omega_0$  des oscillations, de la constante de raideur  $k$  du ressort et de la vitesse  $v_0$ .

Q9. **Exprimer**, à  $t$  quelconque, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique en fonction des données du problème. **Commenter**.

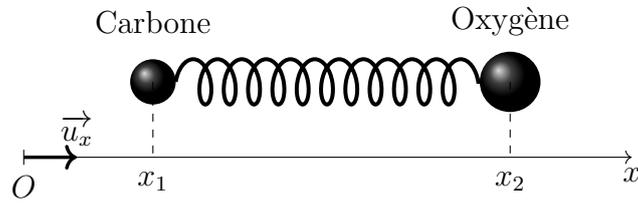
Q10. **Représenter** l'allure de ces trois énergies en respectant les conditions initiales.

On refait la même manipulation pour différentes vitesses initiales  $v_0$ .

Q11. La période du mouvement sera-t-elle différente pour ces nouvelles vitesses initiales ? Justifier.  
L'amplitude du mouvement sera-t-elle différente pour ces nouvelles vitesses initiales ? Justifier.

## Exercice n°2 Monoxyde de carbone 🎵 🎵 🎵

Une molécule de monoxyde de carbone CO (masses molaires :  $M(O) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  $M(C) = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) est modélisée par deux masses  $m_1$  et  $m_2$  mobiles sur l'axe  $Ox$  et liées par un ressort de raideur  $k = 1856 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  et longueur à vide  $\ell_0$ . La position de l'atome de carbone (respectivement d'oxygène) est repérée par l'abscisse  $x_1(t)$  (respectivement  $x_2(t)$ ). Initialement, les deux atomes sont immobiles et leur position notées  $x_{10}$  et  $x_{20}$ .



La molécule n'est posée sur aucun support, et nous pourrions négliger le poids devant la force de rappel élastique.

Q1. **Exprimer**  $\ell(t)$  en fonction de  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

Q2. **Exprimer** la force de rappel élastique qui s'exerce sur l'atome d'oxygène.

**Établir** l'équation différentielle de son mouvement et l'écrire sous la forme :

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + \omega_2^2x_2 = \omega_2^2(x_1 + \ell_0)$$

**Identifier** l'expression de  $\omega_2$ .

Q3. **Exprimer** la force de rappel élastique qui s'exerce sur l'atome de carbone.

**Établir** l'équation différentielle de son mouvement et l'écrire sous la forme :

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \omega_1^2x_1 = \omega_1^2(x_2 - \ell_0)$$

**Identifier** l'expression de  $\omega_1$ .

Ces deux équations sont couplées (le mouvement d'un atome dépend du mouvement de l'autre). On introduit deux fonctions :  $s(t) = m_1x_1(t) + m_2x_2(t)$  et  $d(t) = x_1(t) - x_2(t)$ .

Q4. À partir des deux équations différentielles établies précédemment (en effectuant deux combinaisons linéaires bien choisies), **établir** les équations différentielles vérifiées par  $s(t)$  et  $d(t)$ .

Q5. **Résoudre** les équations sur  $s(t)$  et  $d(t)$ .

Q6. **En déduire** les expressions de  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

Q7. **Exprimer** la période des oscillations en fonction de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

Dans le cas où l'un des deux atomes est beaucoup plus lourd que l'autre, quel résultat retrouve-t-on ?

Q8. On donne ci-dessous le spectre en absorption du monoxyde de carbone. On rappelle que le nombre d'onde en abscisse (donné en  $\text{cm}^{-1}$ ) est l'inverse de la longueur d'onde de l'onde électromagnétique absorbée.

**Estimer** la valeur  $k$  de la raideur du ressort.

